BIBLIOTECA NAZ.
Vittorio Emanuele III

LXI
B
44
NAPOLI

LX1 B·h4

Digitized by Google

SUITE DES

MEMOIRES

DE

MATHEMATIQUE

ET

DE PHYSIQUE,

Tirez des Regiſtres

DE L'ACADEMIE ROYALE

DES SCIENCES,

DE L'ANNÉE M. DCCXXXI.

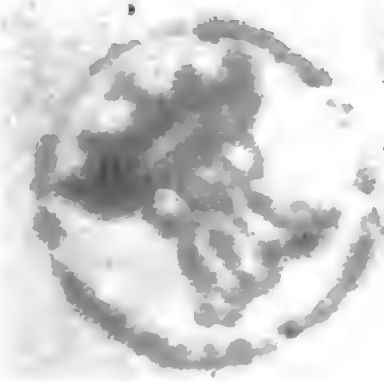
A AMSTERDAM,

Chez PIERRE MORTIER.

M. DCCXXXV.

Avec Privilege de N. S. les Etats de Hollande & de West-Frise.

Ce Titre doit être placé devant la page 317.



SUITE DES MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES, DE L'ANNÉE M. DCCXXXI.

EXPERIENCES SUR LES SCORPIONS.

Par M. DE MAUPERTUIS.

J'Ai vu à Montpellier deux eſpeces de Scorpions : l'une ſe trouve aſſez communément dans les Maiſons, l'autre habite la Campagne. Les premiers ſont beaucoup plus petits que les derniers, leur couleur eſt celle du Caffé brûlé : je n'ai fait aucune expérience ſur les Scorpions de cette eſpece.

Les Scorpions qui habitent la Campagne peuvent avoir, étant étendus, la longueur de deux pouces, & ſont d'un blanc tirant ſur le jaune. Ils ſe trouvent en ſi grande quantité vers un Village appellé Souvignargues, à 5 lieues de Montpellier, que les Païſans en font une eſpece de petit commerce. Ils les cherchent ſous les pierres, & les vont vendre aux Apoticaires des Villes voiſines, qui les croyent utiles pour quelques compoſitions contre la piquûre du Scorpion.

C'eſt cette eſpece que j'ai examinée. La premiere de mes expérienees fut de faire

piquer un Chien, qui reçut trois ou quatre coups de l'aiguillon d'un Scorpion irrité, à la partie du ventre qui eſt ſans poil.

Une heure après il devint très enflé & chancellant, il rendit tout ce qu'il avoit dans l'eſtomac & dans les inteſtins, & continua pendant trois heuresde vomir de tems en tems une eſpece de bave viſqueuſe ; ſon ventre qui étoit fort tendu diminuoit après chaque vomiſſement, cependant il recommençoit bien-tôt de s'enfler, & quand il l'étoit à un certain point, il revomiſſoit encore; ces alternatives d'enflure & de vomiſſement durerent environ 3 heures; enſuite les convulſions le prirent, il mordit la terre, ſe traina ſur les pattes de devant, enfin mourut 5 heures après avoir été piqué.

Il n'avoit aucune enflure à la partie piquée, comme ont les Animaux piqués par les Abeilles ou les Guêpes; l'enflure étoit générale, & l'on voyoit ſeulement à l'endroit de chaque piquûre un petit point rouge qui n'étoit que le trou qu'avoit fait l'aiguillon, rempli de ſang extravaſé. J'ai obſervé la même choſe ſur tous les Animaux que j'ai fait piquer par le Scorpion, & n'ai jamais vu que ſa piquûre fît élever la peau.

Quelques jours après je fis piquer un autre Chien cinq ou ſix fois, au même endroit que le premier; 4 heures s'étant écoulées, ſans qu'il parût malade, je fis réiterer les piquûres ; mais quoique pluſieurs Scorpions irrités le piquaſſent dix ou douze fois, & enfonçaſſent leur aiguillon ſi avant qu'ils y demeuroient attachés, le Chien jetta

ſeu-

ſeulement quelques cris pendant les piquûres, mais il ne ſe reſſentit en aucune maniere du venin ; il but & mangea de grand appétit, & comme il étoit fort éloigné de donner aucun ſigne de mort, je le remis en liberté. C'étoit un Chien du voiſinage, & il fit ſi peu de cas du péril qu'il avoit couru, que comme il avoit été mieux nourri chez moi qu'il n'avoit coutume de l'être chez ſon Maitre, il y revenoit ſouvent s'offrir à de nouvelles expériences.

Je crus que mes Scorpions pouvoient avoir épuiſé leur venin, j'en fis venir de nouveaux de Souvignargues; je fis piquer ſept autres Chiens, & malgré toute la fureur & tous les coups des Scorpions, aucun Chien ne ſouffrit le moindre accident.

Enfin je répétai l'expérience ſur trois Poulets que je fis piquer ſous l'aile & ſur la poitrine; mais aucun ne donna le moindre ſigne de maladie.

De toutes ces expériences, il eſt aiſé de conclurre que quoique la piquûre du Scorpion ſoit quelquefois mortelle, elle ne l'eſt cependant que rarement. Elle aura beſoin pour cela du concours de certaines circonſtances qu'il ſeroit difficile de déterminer; la qualité des vaiſſeaux que rencontre l'aiguillon, les alimens qu'aura mangé le Scorpion, une trop grande diète qu'il aura ſoufferte, peuvent contribuer ou s'oppoſer aux effets de la piquûre: peut-être la liqueur empoiſonnée ne coule-t-elle pas toutes les fois que le Scorpion pique, &c.

M. Redi remarque que les Viperes n'ont

qu'une certaine quantité de venin, laquelle étant une fois épuiſée par l'emploi que ces Animaux en ont fait, a beſoin d'un certain tems pour être réparée. Qu'ainſi après avoir fait mordre & piquer pluſieurs Animaux par des Viperes, dont la bleſſure eſt extrêmement dangereuſe, les derniers ne mouroient plus, & les Viperes ne recommençoient d'être venimeuſes que quelques jours après.

Mais je ne ſaurois attribuer à cette cauſe le peu d'effet du venin de mes Scorpions; les derniers étoient nouvellement pris, & n'avoient fait aucune diſſipation de leurs forces.

Je me ſervis auſſi de mâles & de femelles pour mes expériences; ainſi on ne peut s'en prendre à la difference de ſexe pour expliquer la variété des effets qui ſuivirent la piquûre.

C'eſt peut-être le peu de malignité de ces Scorpions qui aura mis en crédit certains contre-poiſons dont on ſe ſert en Languedoc. On noye des Scorpions dans l'Huile, qu'on garde après comme un remede aſſuré, étant appliqué ſur la partie piquée.

On croit encore, qu'en écraſant le Scorpion ſur la partie, on prévient les mauvais effets de ſa piquûre. Mais je ſuis fort tenté de croire que tous ces antidotes ne doivent leur vertu qu'au peu d'efficace du poiſon.

Quelqu'un peut-être aura été piqué d'un Scorpion, il aura peut-être même ſenti des maux de cœur & des défaillances; il aura eu recours à l'Huile ou au Scorpion écraſé; la confiance aura guéri les maux qu'avoit fait la crainte, & il aura cru ne devoir ſa conſervation qu'au prétendu remede.

Mais

Mais puiſque de pluſieurs Animaux piqués, auxquels on n'a fait aucun de ces remedes, il n'en eſt mort qu'un; il y a grande apparence que ceux qui après avoir été piqués ſe ſont ſervi de ces antidotes, n'ont été guéris que parce qu'ils n'étoient point empoiſonnés.

On m'avoit ſouvent rapporté un fait ſingulier ſur ce prétendu contre-poiſon. On m'aſſuroit qu'une Souris ayant été renfermée dans une bouteille avec un Scorpion, le Scorpion la piqua, & la piquûre fut bien-tôt ſuivie de la mort: mais une autre Souris ayant été remiſe dans la bouteille, & piquée comme la premiere, elle dévora ſon ennemi, & fut aſſez heureuſe pour ſe venger, & ſe guérir en même tems. On regardoit ce fait comme conſtant, & la Souris comme inſpirée de la Nature pour connoitre le remede à ſon mal.

Je mis donc dans une bouteille, une Souris avec trois Scorpions. Elle reçut bien-tôt pluſieurs piquûres qui la firent crier; elle prit alors le parti de ſe défendre, & à coups de dents tua les trois Scorpions; mais elle ne mangea d'aucun, & ne les mordit que comme elle eût fait tout autre Animal qui l'eût bleſſée; je l'obſervai enſuite, & elle ne donna pas la moindre marque de maladie juſqu'au lendemain, que je lui fis ſubir un autre genre de mort.

Il ſuit de cette expérience & des précédentes, que dans l'Hiſtoire qu'on me rapportoit, ſi elle eſt vraye, la premiere Souris avoit reçu une piquûre mortelle; que la ſeconde ne reçut plus que des piquûres ineffi-

caces, ſoit parce que le Scorpion s'étoit épuiſé ſur la premiere, ſoit par quelque autre des circonſtances qui empêchent que la piquûre ſoit mortelle.

Qu'enfin ſi la Souris mordit, ou mangea le Scorpion, c'étoit, ou pour ſe défendre, ou pour ſe nourrir, ſans qu'il ſoit beſoin de ſuppoſer ni inſtinct, ni antidote.

Tous les Naturaliſtes voyant les effets qui ſuivent quelquefois la piquûre du Scorpion, conviennent qu'il faut que le Scorpion verſe quelque liqueur dans la playe que fait l'aiguillon. Ils ont donc tous conjecturé que l'aiguillon devoit être percé d'un petit trou à ſon extrémité, pour donner iſſue à la liqueur empoiſonnée. M. Redi cependant, après avoir cherché ce trou avec les meilleurs Microſcopes, avoue qu'il ne l'a jamais pu voir: il vit ſeulement un jour à l'extrémité de l'aiguillon d'un Scorpion irrité, une petite goutte qui lui donna lieu d'aſſurer qu'il y avoit quelque ouverture.

M. Leeuwenhoek, plus heureux en cela que M. Redi, au-lieu d'un trou unique que les autres Auteurs ſuppoſoient, en a vu deux. Mais comme la figure & la deſcription qu'il en donne, differe un peu de la mienne, ce qui vient ſans doute de la difference qui ſe trouve entre les eſpeces de Scorpions que nous avons obſervé, je vais donner la deſcription de ces trous, tels que je les ai vus dans un Scorpion de Souvignargues.

Le dernier nœud de la queue du Scorpion eſt une petite fiole d'une eſpece de corne, qui ſe termine par un col noir, fort dur, fort

fort pointu, & ce col eſt l'aiguillon. J'apperçus avec le Microſcope deux petits trous, beaucoup plus longs que larges, qui au-lieu d'être placés à l'extrémité de l'aiguillon, ſont placés des deux côtés, à quelque diſtance de la pointe. Dans pluſieurs aiguillons, j'ai vu quelquefois la ſituation de ces trous varier un peu, quoiqu'ordinairement ils commencent à la même diſtance de la pointe, j'ai vu quelquefois l'un un peu plus vers l'extrémité que l'autre.

Il n'eſt pas même néceſſaire que le Microſcope groſſiſſe beaucoup les objets pour appercevoir ces trous, on les voit fort bien avec une Loupe de deux ou trois lignes de foyer; & lorſque M. Redi n'a pu les voir, c'eſt apparemment qu'il s'eſt attaché à chercher à l'extrémité de l'aiguillon, un trou qui n'y eſt point, & que préſentant toujours à ſon Microſcope l'aiguillon par la pointe, il ne pouvoit pas les appercevoir, placés comme ils ſont.

On peut même s'aſſurer de leur ſituation ſans Microſcope. Si l'on preſſe fortement la fiole que je viens de décrire, on voit la liqueur qu'elle contient, s'échapper à droit & à gauche, par ces deux trous.

Les expériences qui peuvent avoir quelque utilité étant faites, je paſſai à celles qui ne ſont que curieuſes.

On rapporte en Langudoc une autre Hiſtoire du Scorpion. On dit que ſi on le renferme dans un cercle de charbons, il ſe pique lui-même & ſe tue.

Je fis une enceinte de charbons; j'y mis

un Scorpion qui, ſentant la chaleur, chercha paſſage de tous côtés; n'en trouvant point, il prit le parti de traverſer les charbons qui le brulerent à demi: je le remis dans l'enceinte; & n'ayant plus eu la force de tenter le paſſage, il mourut bien-tôt, mais ſans avoir la moindre volonté d'attenter à ſa vie. L'expérience fut répétée ſur pluſieurs autres, qui agirent tous de la même façon.

Voici, je crois, ce qui a pu donner lieu à l'Hiſtoire. Dès que le Scorpion ſe ſent inquiété, ſon état de défenſe eſt de retrouſſer ſa queue ſur ſon dos, prête à piquer; il cherche même de tous côtés à enfoncer ſon aiguillon; lorſqu'il ſent la chaleur des charbons, il prend cette poſture, & ceux qui n'y regardent pas d'aſſez près, croyent qu'il ſe pique. Mais quand même il le voudroit, il auroit beaucoup de peine à le faire, & je ne crois pas qu'il en pût venir à bout, tout ſon corps étant cuiraſſé comme celui des Ecreviſſes.

Je ne parlerai point de pluſieurs Hiſtoires extravagantes de ces ſortes d'Animaux, que racontent Pline & Ælian. Je vais ſeulement rapporter quelques obſervations qui ne s'accordent pas entierement avec celles de M. Redi, qui eſt celui que je connoiſſe, qui a le mieux obſervé les Scorpions.

Ariſtote, Pline & Ælian diſent que pour l'ordinaire, la femelle des Scorpions porte onze petits. M. Redi les fait beaucoup plus fécondes, & marque vingt-ſix, & quarante pour les limites de leur fécondité. Mais les Scorpions dont il parle, le cedoient encore

de

de beaucoup à ceux de Souvignargues; dans pluſieurs femelles que j'ai ouvertes, j'ai trouvé depuis vingt-ſept petits juſqu'à ſoixante-cinq.

Au reſte, les Scorpions ſont auſſi cruels, à l'égard de leurs petits, que les Araignées; une mere que j'avois renfermée dans une bouteille, les dévoroit à meſure qu'ils naiſſoient. Pline parle de cette férocité des meres à l'égard de leurs petits, mais il ajoute qu'il n'en réchappe qu'un, qui a l'adreſſe d'éviter la mort, en ſe tenant ſur le dos de ſa mere, & qui enſuite devient le vengeur de ſes freres, en la tuant.

Ils n'obſervent pas mieux les loix de la ſociété entre eux, que les ſentimens de la Nature pour leurs petits. J'en avois mis environ cent enſemble, qui ſe mangerent preſque tous; c'étoit un maſſacre continuel, ſans aucun égard ni pour l'âge, ni pour le ſexe. En peu de jours, il ne m'en reſta de ce grand nombre que quatorze qui avoient dévoré tous les autres. On pourroit dire pour les excuſer, qu'ils manquoient d'autre nourriture. En effet, je fus quelque tems ſans connoître les alimens de leur goût. Mais leur ayant préſenté des mouches, ils en mangerent, ſans cependant oublier tout-à-fait leur premiere férocité: car de tems en tems, on recommençoit à ſe dévorer. Ils mangerent auſſi des Cloportes: mais je leur donnai un jour une groſſe Araignée, & ce fut de tous les mets que je leur ſervis, celui qu'ils mangerent de meilleur appétit. Trois ou quatre Scorpions l'attaquerent à la fois, & chacun y demeura longtems attaché.

Ils font voir beaucoup de force & de courage contre les Araignées. J'ai vu ſouvent un fort petit Scorpion attaquer & tuer une Araignée beaucoup plus groſſe que lui. Il commence d'abord par la ſaiſir avec l'une ou l'autre de ſes grandes ſerres, quelquefois avec les deux en même tems; ſi l'Araignée eſt trop forte pour lui, il la bleſſe de ſon aiguillon qu'il retrouſſe par-deſſus ſa tête, & la tue. Après quoi ſes deux grandes ſerres la tranſmettent à deux beaucoup plus petites qu'il a au devant de la tête, avec leſquelles il la mâche, & ne la quitte plus qu'il ne l'ait toute mangée.

Je ne lui ai point vu d'autres dents que les petites ſerres avec leſquelles il mâche ſes alimens. La bouche des Scorpions eſt garnie de petits poils. Et quoique leur peau ſoit une véritable écaille, ils ne laiſſent pas d'être velus en pluſieurs endroits, aux ſerres, aux jambes, & au dernier nœud de la queue.

OBSERVATION DE L'ECLIPSE DE LUNE

Du 20 Juin de l'année 1731, au matin.

Par M. CASSINI.

LE Ciel a été fort ſerein pendant toute la durée de cette Eclipſe que j'ai obſervée avec une Lunette de 8 pieds, garnie d'un

d1731 Pl.20. Pag.326.

NAPOLI

d'un Micrometre à réticules, dont les extrémités occupoient l'image de la Lune.

A	1h	14′	22″ Commencement de l'Eclipſe.
		25	27 Un doigt.
		29	42 Platon commence à entrer dans l'ombre.
		31	42 Platon eſt entré entierement.
		32	42 Un doigt & demi.
		36	42 Un doigt trois quarts.
		56	0 L'Eclipſe eſt de 2 doigts 15 minutes, & n'augmente plus ſenſiblement.
	2	0	0 L'Eclipſe eſt de deux doigts.
		4	0 Helicon ſort.
		15	32 Platon eſt ſorti à moitié.
		17	32 Platon eſt entierement ſorti.
		20	42 Un doigt & demi.
		28	22 Un doigt.
		37	42 Un demi-doigt.
		41	22 Fin de l'Eclipſe.

Suivant ces Obſervations, la durée de cette Eclipſe a été d'une heure 27 minutes, ce qui donne le milieu à . . . . . 1h 58′
tems auquel ſa grandeur a été obſervée de . . . . . 2h 5′

Comme la Trace de l'ombre de la Terre traverſoit obliquement la Lune, on avoit de la peine à déterminer le tems précis de chaque Phaſe, de même que l'Immerſion & l'Emerſion d'un petit nombre de Taches par où elle a paſſé, entre leſquelles on n'a obſervé avec quelque évidence que celles de Platon & d'Hélicon.

L'om-

L'ombre ſe diſtinguoit difficilement de la Pénombre au commencement & à la fin, mais elle étoit aſſez bien terminée vers le milieu de l'Eclipſe.

OBSERVATION
DE L'ECLIPSE PARTIALE DE LUNE
Du 20 Juin 1731.

Par Mrs. GODIN & GRANDJEAN.*

LEs Pendules avoient été règlées exactement au tems vrai, par des hauteurs du Soleil priſes pluſieurs jours devant & après l'Eclipſe.

Nous l'obſervames par deux méthodes differentes. M. Grandjean fit uſage d'une que j'ai indiquée dans l'Obſervation de l'Eclipſe de Lune du 8 Août 1729, imprimée dans les Mémoires de l'Académie de la même année; je la détaillerai ici un peu davantage, à cauſe que je la crois nouvelle, & auſſi ſimple que propre à la recherche des principaux élémens des Tables Luni-Solaires pour les Eclipſes.

Pour moi je me ſervis d'une Lunette de 5 pieds, garnie d'un Micrometre, duquel chaque diviſion donne à très peu près une ſeconde de degré. Je montai cette Lunette ſur une machine parallactique, & je déterminai par ce moyen immédiat, la grandeur de l'Eclipſe, en meſurant ce qui reſtoit éclairé du

* 23 Juin 1731.

du disque de la Lune, que je comparois au diametre entier, mesuré avec le même Micrometre trois ou quatre fois, en differens momens.

Nous avons aussi marqué l'entrée & la sortie de quelques taches dans l'ombre, après avoir déterminé leur situation sur le disque de la Lune, par un réticule à angles de 45 degrés.

Voici le Résultat des Observations.

Le 20 Juin au matin, Tems vrai.

A 1h 12′ 16″ L'ombre ne se distingue pas de la Pénombre, on doute du commencement.
14 20 Commencement de l'Eclipse certain.
21 46 L'Eclipse est de 0d 48′
22 37 . . . . . 0 51
25 55 . . . . . 1 6
27 30 . . . . . 1 9
29 17 . . . . . 1 12
29 17 L'ombre au bord de Platon.
31 31 Platon est entierement dans l'ombre.
33 45 L'ombre à Hélicon.
33 45 . . . . . 1 34
38 14 . . . . . 1 50
39 40 . . . . . 1 54
48 43 . . . . . 2 9
53 20 . . . . . 2 12
2 1 45 . . . . . 2 12
2 36 Helicon est sorti de l'ombre.

A 2h 3′ 9″ Harpalus eſt ſorti de l'ombre.
5 36 L'Eclipſe eſt de 2d 9′
6 49 . . . . . 2 8
10 29 . . . . . 2 2
15 18 . . . . . 1 54
15 28 Platon eſt ſorti de l'ombre.
20 52 . . . . . 1 34
27 18 . . . . . 1 9
31 54 . . . . . 0 51
39 12 Je commence à douter de la fin.
40 0 Fin certaine de l'Eclipſe.

Dans cette Eclipſe, l'ombre étoit très mal terminée au commencement & à la fin, mais ſur-tout au commencement. Dans les autres Phaſes, & principalement dans quelques-unes, elle nous a paru très bien tranchée.

Des Phaſes précédentes, on tire le moment du milieu de l'Eclipſe le 20 Juin à 1h 57′ 20″ du matin; j'ai été étonné de voir que les Phaſes ſemblables qui s'en éloignent le plus, n'en diffèrent que de 12″ au plus, la grandeur s'eſt trouvée de 2 doigts 12′ au moins, on l'a obſervée de cette quantité, 4′ ½ devant & après l'heure du milieu de l'Eclipſe; ainſi il n'y a pas d'apparence qu'elle ait augmenté pendant cet intervalle, ce qui ne pourroit tout au plus monter qu'à ⅔ de min. de doigt, & donneroit la grandeur de 2 doigts 13 minutes, tout au plus.

Voici l'idée de la méthode dont j'ai parlé plus haut. Prenez dans un moment quelconque connu de l'Eclipſe, la hauteur vraye *BL* du centre de la Lune ſur l'horizon: pour cela

cela il faut connoitre la réfraction, le diametre de la Lune, & ſa parallaxe; cette derniere correction ſe trouve d'une maniere fort ſimple, par deux obſervations du diametre de la Lune, & de ſa hauteur ſur l'horizon en même tems. Je donnerai auſſi dans la ſuite une méthode nouvelle de la déterminer avec préciſion, en n'employant que très peu d'élémens, & indépendamment d'aucune théorie.

En même tems que l'on prendra la hauteur *BL*, on obſervera l'Azimuth de la Lune *BZH*. On aura par-là l'arc *LZ*, & l'angle *LZP* du triangle *LZP*, dans lequel on connoit auſſi le côté *ZP* qui eſt la Latitude du Lieu. En réſolvant le triangle, on connoitra l'angle *LPZ*, diſtance de la Lune au Méridien, ou difference d'aſcenſion droite entre le centre de la Lune & le milieu du Ciel, & le côté *PL* qui donnera la déclinaiſon de la Lune au moment de l'Obſervation.

Connoiſſant l'heure vraye de l'Obſervation, on aura pour ce moment l'aſcenſion droite du Soleil, & par conſéquent celle du milieu du Ciel, d'où l'on déduira l'aſcenſion droite véritable du centre de la Lune, qui, avec ſa déclinaiſon, donnera ſa Longitude & ſa Latitude.

On aura donc pour autant d'inſtans qu'on voudra de la durée de l'Eclipſe, la Longitude & la Latitude vrayes du centre de la Lune, ou de tout autre point déterminé de ſon diſque: on aura auſſi pour les mêmes tems la Longitude vraye du centre du Soleil, ou

en

en ajoutant 6 Signes, la Longitude vraye du centre de l'ombre.

Soit maintenant *GK* l'Ecliptique, ſur lequel on ait tracé un grand cercle qui repréſente l'ombre de la Terre; ſoit *DH* l'orbite de la Lune; *C*, *M*, *F*, le lieu de ſon centre au commencement, au milieu & à la fin de l'Eclipſe. Par la méthode ci-deſſus, on connoit pour le commencement de l'Eclipſe, par exemple, les côtés *SB*, *BC*, du triangle rectangle *SBC*. Donc on connoitra le côté *SC*, duquel ôtant le demi-diametre de la Lune, il reſtera le demi-diametre de l'ombre; il en ſera de même du triangle rectangle *FPS* pour la fin de l'Eclipſe.

Pour la Phaſe du milieu en *M*, en obſervant la quantité *OI* de l'Eclipſe, on trouvera encore le demi-diametre de l'ombre; car dans le triangle rectangle *ESM*, on connoit *ME*, *ES*: donc on connoitra *SM*, dont ôtant *MI* complément de l'Eclipſe au demi-diametre, dans le cas d'une Eclipſe moindre que 6 doigts, ou ajoutant à *SM* la partie *MI* complément au diametre entier dans une Eclipſe partiale de plus de 6 doigts, on aura *SI* demi-diametre de l'ombre; ſi au contraire on ſuppoſe le demi-diametre de l'ombre, tel qu'il réſulte du commencement & de la fin, on déterminera la quantité de l'Eclipſe. On pourra connoitre auſſi par cette voye ſi le diametre de l'ombre eſt ſujet à quelque variation pendant la durée de l'Eclipſe.

Dans le triangle *EMS*, on connoitra auſſi immédiatement le côté *ES*, qui, comparé au mouvement horaire de la Lune, donnera en

en tems l'arc *ES*, difference entre le milieu de l'Eclipſe & l'Oppoſition.

La réſolution de ces differens triangles que l'on formera encore pour d'autres Phaſes, donnera les angles *BCD*, *EMD*, *PFD*, & d'autres; d'où l'on connoitra l'inclinaiſon de l'orbite de la Lune à l'Ecliptique; l'on en tirera auſſi le lieu de ſon nœud.

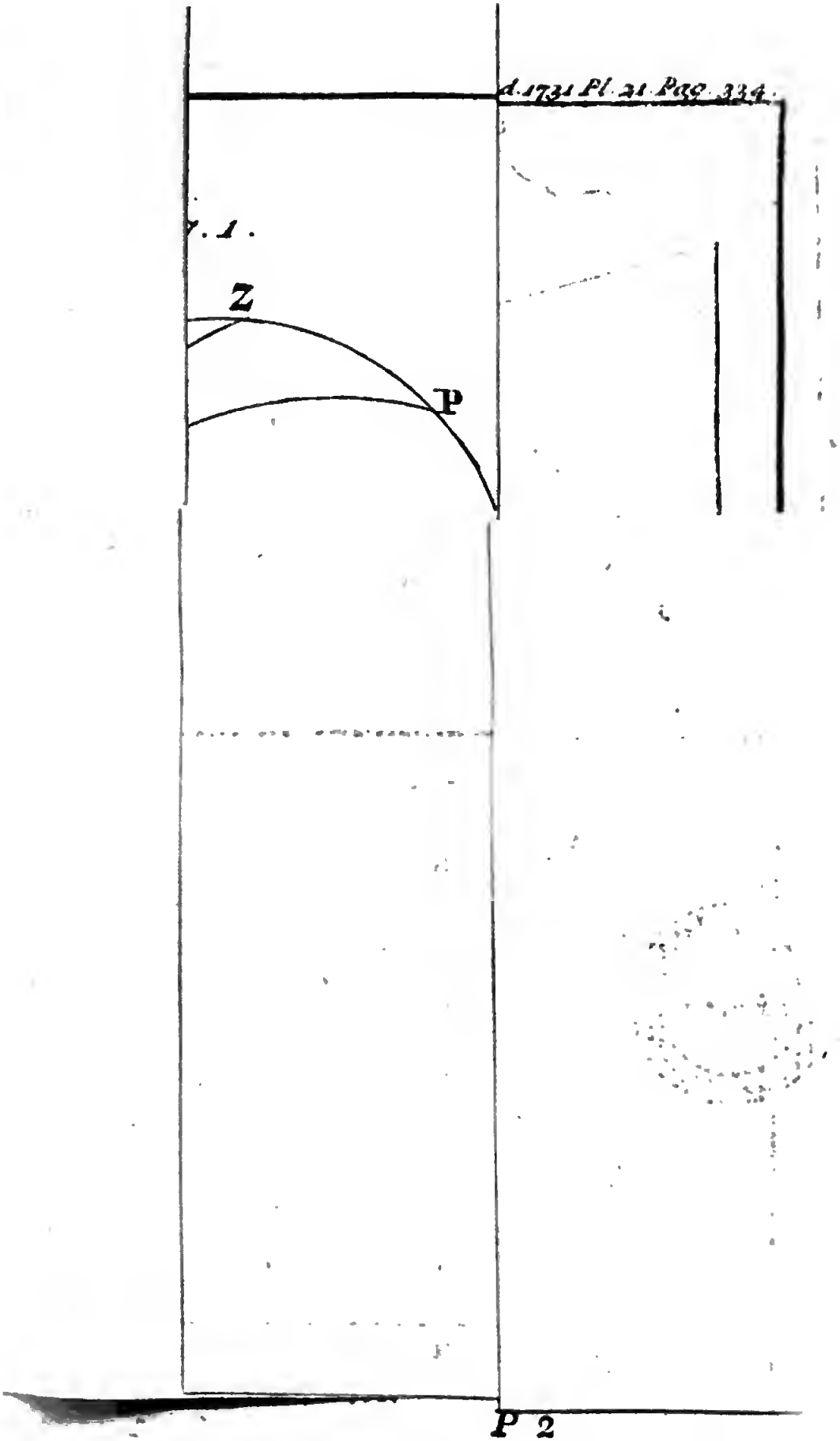
Comme nous n'avions point d'Inſtrument propre à obſerver immédiatement l'Azimuth du centre de la Lune, ce qui demande un cercle horizontal exactement diviſé, ſur lequel ſoit un Quart de Cercle élevé verticalement; nous avons employé la méthode ſuivante. Nous avons fixé contre un Mur qui regardoit le Sud-Oueſt, une table de bois fort unie, dont on avoit peint en blanc la ſurface antérieure; ce tableau portoit en-haut un ſtile de fer dans une ſituation quelconque, dont l'extrémité étoit fort large, en maniere de platine, & percée d'un trou rond.

Dans l'inſtant qu'on prenoit les hauteurs, on marquoit le point de ce tableau où ſe peignoit l'image de la Lune, dont les rayons paſſoient par le trou de la platine. Tels ſont les points 1, 2, 3, 4, 5, &c.

Il eſt clair que le plan & le ſtile étant immobiles, ſi dans le tems que le Soleil éclaire ce plan, on prend l'heure à laquelle l'image de cet Aſtre arrive ſur ce plan dans un même vertical, paſſant par le centre de la platine, & par chaque point d'ombre de la Lune, on aura l'arc compris entre le Méridien & l'Azimuth où la Lune étoit pour-lors, ayant égard au mouvement du Soleil en aſ-

cenſion droite, depuis midi juſqu'au moment qu'il arrive dans chaque vertical; cela ſe peut faire, en ſuſpendant un filet chargé de ſon plomb, qui paſſe par le centre de la platine; car l'heure à laquelle l'ombre du filet atteindra les points 1, 2, 3, 4, &c. donnera la diſtance horizontale au Méridien, en réſolvant un triangle comme *LZP*.

J'avouerai à cette occaſion, que je ne vois pas pour quelle raiſon on paroît avoir abandonné dans la pratique de l'Aſtronomie l'uſage des Quarts de Cercle azimuthaux: car il me ſemble qu'ils donneroient les Azimuths avec beaucoup plus de préciſion qu'on ne les tire des paſſages par les cercles horaires qui ne donnent pas ces arcs immédiatement, & où l'erreur d'une ſeconde ſeulement en tems, en produit une de 15 ſecondes en degrés, au-lieu que dans un Inſtrument azimuthal bien conſtruit, & qu'on aura ſoigneuſement examiné, comme on doit le faire pour tous les autres Inſtrumens d'Aſtronomie, on ſera ſûr de l'angle à moins de 5 ſecondes près.


d. 1731 Pl. 21 Pag. 334.
Z
P
P 2

MACHINE

Pour connoitre ſur Mer l'Angle de la Ligne du Vent & de la Quille du Vaiſſeau ; comme auſſi l'Angle du Méridien de la Bouſſole avec la Quille, & l'Angle du Méridien de la Bouſſole avec la Ligne du Vent.

Par M. D'ONZEMBRAY. *

COMME la principale choſe que les Pilotes doivent connoitre exactement pour bien diriger leur route, eſt l'angle de la ligne ou du rumb de Vent & de la Quille de leur Vaiſſeau, & que les méthodes dont ils ſe ſervent pour connoitre cet angle ne ſont pas aſſez exactes ; j'eſpere que par l'uſage de la Machine dont je vais donner la deſcription, on pourra s'aſſurer à tout moment de la valeur de cet angle, à un degré, & même a un demi-degré près ; ce qui eſt plus que ſuffiſant pour la pratique.

Il eſt très important de connoitre cet angle, non ſeulement aux Pilotes, pour le pointage des Cartes, & faire leurs eſtimes, mais pour les manœuvriers, afin de règler les differentes voilures qu'on doit donner aux Vaiſſeaux ; car lorſque cet angle eſt obtus, on fait route de vent arriere & de vent largue, & lorſqu'il eſt aigu moindre qu'environ

* 18 Juillet 1731.

viron 70 degrés, on fait route de vent de bouline.

Description de la Machine.

Cette Machine eſt compoſée de deux parties principales. La premiere n'eſt autre choſe qu'une Bouſſole ordinaire, mais d'un plus grand diametre, & dont les diviſions ſont chiffrées differemment. Nous commencerons par la méthode dont nous avons fait ces diviſions; nous donnerons enſuite la deſcription de la ſeconde Partie de la Machine, & nous expliquerons la maniere de s'en ſervir, nous la rendrons ſenſible par des exemples.

Sur le cercle *A*, *B*, *C*, *D*, de la Boîte de la Bouſſole, nous avons tiré un diametre *A*, *C*. Ce diametre doit être toujours parallele à la Quille du Vaiſſeau. On a diviſé à l'ordinaire tout le cercle en 360 parties ou degrés: on commence à compter du point *A* juſqu'en *C*, en ſorte que le point *A* étant marqué par *0*, on comptera ſur chaque demi-cercle *ABC*, *ADC*, juſqu'en *C*, qui eſt marqué par 180 degrés, comme on le voit ſur la Figure.

La circonference de la Roſe de Carton qui eſt mobile, étant toujours emportée par l'Aiguille qui eſt attachée deſſous, eſt diviſée de même en deux demi-cercles par le diametre *EG*, auquel nous donnons cinq pouces, pour que les diviſions ſoient plus diſtinctes, & on commence à compter depuis *0* en *E*, ou au point de la Fleur-de-

Lys

Lys qui marque le Nord de l'aiguille ſur chaque demi-cercle *EHGEIG*, juſqu'au point *G*, marqué par 180 degrés. Ces diviſions ſont très ſimples, & ſeront d'une grande commodité pour trouver ſur le champ, & ſans aucune réduction, la valeur des angles par addition, ou par ſouſtraction, ainſi qu'on eſt obligé de faire ordinairement.

La Bouſſole étant diviſée, comme on vient de le dire, on la poſe au milieu, ou au centre d'une planche *KLM*, coupée en Triangle équilateral, en ſorte que le diametre *AC* de la Bouſſole ſoit bien parallele à un des côtés du Triangle, comme au côté *KM*.

Nota. On choiſira dans le Vaiſſeau l'endroit le moins incommode, pour placer cette machine; & la ſeule attention qu'il faudra avoir, c'eſt de mettre le côté de la planche triangulaire *KM* parallelement à la Quille du Vaiſſeau; on aura ſoin auparavant d'arrêter la Bouſſole ſur le milieu de la planche avec des écroux ou autrement, afin qu'elle reſte bien fixe.

Sur les trois angles *K*, *L*, *M*, ſont placés trois montans *MO*, *LN*, *KP*, ſur leſquels on a poſé une planche *NOP* pour ſervir de plancher, en cas que ſur le Vaiſſeau on veuille mettre toute la Machine dehors à l'air.

Le milieu ou le centre *Q* de ce plancher eſt percé d'un trou rond pour laiſſer paſſer la tige *RT* d'une girouette; le bout *T* de cette tige eſt fait en forme de cone renverſé, afin que la tige ne tombe pas par le trou du plancher.

Sur les trois angles de cette ſeconde planche ſont élevées trois Verges de Cuivre ou de Fer de la même hauteur que la tige *RT* de la Girouette, & qui, ſe réuniſſant au milieu, lui ſervent de Cocq.

Comme le bout *T* de la tige de la Girouette paſſe au travers du plancher par le trou *Q*, d'une longueur à volonté à l'extrémité quarrée *T* qui ſe trouve au deſſous du plancher, on arrêtera avec un écrou une petite Tige de Cuivre à une ou deux branches marquées *X* pour ſervir d'Index ; on pourra faire cet Index de telle forme qu'on voudra, ſelon que M^rs. les Marins le jugeront le plus convenable pour indiquer ſur les degrés de la Bouſſole l'angle que fait la Quille avec le lit du vent : on propoſe ici un Index de trois façons.

Une attention eſſentielle qu'il faut avoir, eſt de mettre l'Index *X* parfaitement dans le plan de la Girouette, car la Girouette étant toujours dans le plan du lit du vent, les bouts *Y* & *V* y ſeront auſſi, ce qui indiquera l'angle requis.

Il faut obſerver que l'Index qui marque les degrés de la ligne du vent eſt toujours celui qui eſt derriere la Girouette, & que l'autre bout de l'Index doit toujours marquer le complément à 180 degrés, & cela pour ſervir de preuve à la poſition juſte de l'Index.

Uſage de la Machine.

Pour faire voir clairement l'uſage de cette Machine, la Bouſſole étant placée, en for-

ſorte que la ligne ou le diametre *AC* ſoit, comme nous avons dit, parallele à la Quille du Vaiſſeau, le point *A* du côté de la Proue, & le point *C* du côté de la Poupe; ſi le bout de l'Index, conduit par la Girouette, ſe trouve au point *Z*, alors les degrés de l'arc *AZ*, ou l'angle *AFZ*, ſera l'angle de la ligne du vent & de la Quille de 99 degrés.

Pour avoir l'angle du méridien de la Bouſſole avec la Quille du Vaiſſeau, le point *E* du Nord de la Bouſſole, ou de l'Aiguille, étant le point d'où commencent les diviſions, il eſt évident que ſi l'on compte ſur la circonference de la Roſe les degrés depuis le point *E* juſqu'au diametre *AC*, on aura la valeur de l'angle *AFE* du méridien de l'Aiguille avec la Quille du Vaiſſeau qui ſera de 130 degrés; & ſi l'on compte encore ſur la circonference de la Roſe les degrés depuis le point *E* juſqu'au point *Z*, marqué par l'Index, on aura l'angle *EFZ* du méridien de l'Aiguille avec la ligne du vent de 31 degrés.

Si la déclinaiſon de l'Aiguille aimantée eſt de 14 degrés Nord-oueſt, & l'angle *AFE* de 130 degrés, ajoutant ces deux angles, on aura l'angle du Méridien du Monde avec la Quille de 144 degrés, ce qui donne douze rumbs ou airs de vent plus 9 degrés vers le Sud.

Si l'arc *EZ* eſt de 31 degrés, ajoutant 14 pour la déclinaiſon, on aura l'angle du Méridien du Monde & de la ligne du vent de 45 degrés, ou de quatre rumbs, ou airs

de vent; ainſi le vent ſera Nord-oueſt. Tout cela ſe voit ſur la Roſe même, ſur laquelle les rumbs de vent ſont marqués.

Pour rapporter commodément les degrés de la Roſe avec ceux de la Boîte de la Bouſſole, & ſans riſque de ſe tromper, on pourra appliquer une Règle ſur la ligne Nord & Sud de la Bouſſole; cette Règle marquera au juſte ſur des degrés de la Boîte les degrés de l'angle de la Quille avec le méridien de la Bouſſole, & ſur les degrés de la Roſe l'angle de la ligne du vent & du méridien de la Bouſſole. Il ſera très facile de placer cette Règle, en ſorte qu'elle paſſe par le centre de la Roſe, car elle doit toujours marquer deux degrés ſur la circonference de la Boîte, qui ſont le complément l'un de l'autre à 180 degrés.

SUR UNE NOUVELLE MANIERE DE CONSIDERER LES SECTIONS CONIQUES.

Par M. DE LA CONDAMINE. *

ON s'eſt propoſé deux choſes dans ce Mémoire.

1°. De trouver par une voye fort ſimple, une Equation à la ſurface du Cone, au moyen

* 2 Mai 1731.

Digitized by Google

moyen de l'Equation à l'une des Sections.

2°. De déduire de l'Equation à la ſurface conique, les Equations à chaque Section en particulier, qui y ſont toutes renfermées.

PREMIERE PARTIE

* Si le Triangle ADE, rectangle en E, avec ſes côtés prolongés vers B & C, tourne ſur la ligne AC; il décrira par ſa révolution un Cone, & tous les points M, m, μ auront décrit des Cercles, dont P, p, π ſeront les centres, & PM, pm, $\pi\mu$ les rayons.

Le Cone peut donc être conſidéré comme un amas de Plans circulaires, & la ſurface conique comme un aſſemblage de Cercles ou d'Anneaux circulaires croiſſant dans la même proportion que les rayons PM, pm, &c. Et cette proportion ſera déterminée par l'ouverture de l'angle du Cone, ou, ce qui revient au même, par le rapport de ED à AE. Soit AE, 1; ED, n; AP, x, on aura PM, nx.

Donc une Equation qui repréſenteroit tous les Cercles, dont les rayons ſeroient à x comme n eſt à 1, c'eſt-à-dire, dont les rayons ſeroient nx, ſeroit une Equation à la ſurface conique.

L'Equation au Cercle $aa = yy + zz$ eſt déterminée à tel Cercle en particulier, par la valeur a connue & déterminée de ſon rayon. Si cette valeur étoit ſuppoſée variable ou indéterminée, & exprimée par x, l'Equa-

* Fig. 1.

quation deviendroit $xx = yy + zz$, & repréſenteroit alors non-ſeulement le Cercle dont a eſt rayon, mais tous les Cercles dont le rayon ſeroit x; c'eſt-à-dire, tous les Cercles poſſibles ſans aucune condition particuliere.

Mais ſi l'on multiplie ce même rayon x par le rapport $\frac{n}{1}$ qui détermine la meſure de l'angle du Cone, l'Equation deviendra $nnxx = yy + zz$, & repréſentera alors tous les Cercles dont le rayon eſt nx, ou dont le rayon eſt à x comme n eſt à 1; or cette ſuite de Cercles, comme on vient de le prouver, compoſe la ſurface conique; l'Equation $nnxx = yy + zz$ eſt donc le lieu à tous les Cercles de la ſurface conique; elle eſt donc l'Equation à la ſurface du Cone.

On peut auſſi bien conſiderer le Cone comme un amas de plans hyperboliques paralleles à ſon axe, que comme un amas de plans circulaires paralleles à ſa baſe. La ſurface conique ſera donc auſſi bien le lieu à toutes les Hyperboles, dont on la peut ſuppoſer compoſée, qu'à tous les Cercles que l'on avoit d'abord pris pour ſes élémens.

D'où il ſuit que l'Equation ordinaire à l'Hyperbole $xx - aa = \frac{aa}{bb} zz$ doit pareillement ſe convertir en l'Equation précédente à la ſurface conique, en rendant variables les grandeurs conſtantes a & b, qui expriment les demi-axes de l'Hyperbole dans ſon Equation ordinaire; comme l'Equation au Cer-

Cercle eſt devenue l'Equation à la ſurface conique, en rendant indéterminée l'expreſſion du rayon. Et comme l'Equation à la ſurface conique ne doit pas repréſenter toutes les Hyperboles poſſibles, mais ſeulement celles qui compoſent la ſurface du Cone, il faut obſerver, en exprimant leurs axes par des grandeurs variables, comme on l'a obſervé à l'égard des rayons des Cercles, d'avoir égard à l'angle du Cone, lequel angle détermine la proportion de l'accroiſſement des axes des Hyperboles, auſſi-bien que la proportion de l'accroiſſement des rayons.

* Soit *ABC* le plan d'une Section par l'axe *AC* du demi-Cone, produit par une demi-révolution de l'angle *BAC* ſur *AC*. Soit *LFO*, le plan d'une Section hyperbolique, parallele à l'axe *AC*; ſoit prolongée en *G*, *MF*, axe de cette Section; *GF* ou ſon égale *AN*, & *PM* perpendiculaire à l'axe, ou ſes égales *NF*, *AG* ſeront les demi-axes de l'Hyperbole. Et à cauſe des Triangles ſemblables *AFN*, *ADE*; *AN* & *FN* ſeront dans le rapport de *AE* (1) à *DE* (*n*). Donc le demi-axe *FN* étant ſuppoſé *y*, l'autre demi-axe *AN* ſera $\frac{y}{n}$. Et ſubſtituant ces valeurs dans l'Equation à l'Hyperbole $xx - aa = \frac{aa}{bb} zz$, en la place de *b* & d'*a*, on aura $nnxx = yy + zz$ pour l'Equation à la ſurface, la même qui a été trouvée par le Cercle.

La ſurface conique peut auſſi bien être

* Fig. 2.

conçue composée de Paraboles & d'Ellipses, que de Cercles & d'Hyperboles; cependant par le moyen des Equations à la Parabole & à l'Ellipse, on trouveroit des Equations à la surface conique, differentes de la précédente. La raison est que dans l'Equation précécente, les inconnues x & y représentent les coordonnées perpendiculaires & paralleles à l'axe du Cone, lesquelles ne peuvent être employées que pour la Section circulaire & hyperbolique, & non pour les Sections dont le plan est oblique sur l'axe.

Il est vrai que les autres Equations tirées des Sections obliques se pourroient ramener à la précédente, en cherchant les valeurs de leurs nouvelles coordonnées t & s en x & en y, & en les substituant dans leur Equation, par une méthode à peu près semblable à celle par laquelle on ramène les Equations des Sections coniques, prises par des coordonnées obliques, à leurs Equations par rapport aux axes. Mais les deux exemples précédens suffisent pour donner une idée de la méthode proposée, où l'on a eu pour objet de trouver l'Equation à la surface du Cone, par le moyen de l'Equation à l'une des Sections.

SECONDE PARTIE.

Il est question maintenant de déduire toutes les Equations aux Sections coniques de l'Equation à la surface du Cone.

* Soit tout ce qu'on a supposé dans la premiere

* Fig. 3.

miere Figure. Soit (*Fig.* 3.) $AP, = x$, PM perpendiculaire à $AP, = y$. Soit Mm perpendiculaire ſur le plan $ABC, = z$. La perpendiculaire Mm ſera repréſentée dans la projection par un ſeul point. M & m ſeront les deux extrémités de cette perpendiculaire. M ſera pris pour le point qui touche le plan ABC, & m ſur la ſurface du Cone, pour l'extrémité ſupérieure de la perpendiculaire Mm élevée ſur ce même plan au point M.

Nous avons trouvé par le moyen des Equations au Cercle & à l'Hyperbole, que l'Equation à la ſurface conique étoit $nnxx = yy + zz$. On le peut démontrer encore, en conſiderant que AM, hypothénuſe de $APM = \sqrt{xx + yy}$, & que Am hypothénuſe de AMm, ou ſon égale $AQ = \sqrt{xx + yy + zz}$. Car ce même $AQ = x\sqrt{1 + nn}$. On aura donc $x\sqrt{1 + nn} = \sqrt{xx + yy + zz}$, ou $nnxx = yy + zz$.

Il eſt clair que dans cette Equation, qui repréſente la ſurface conique, ſi l'on donne une valeur conſtante à l'une des trois indéterminées, l'Equation réduite à deux variables ne pourra plus repréſenter qu'une ligne courbe; & cette courbe ſera l'une des Sections coniques. Il n'eſt queſtion que de faire les ſubſtitutions convenables pour les trouver toutes.

Pour avoir la Section perpendiculaire à l'axe qui donne le Cercle, il ne faut que déterminer par quel point P de l'axe AP, on veut faire paſſer la Section. Alors on donnera une valeur conſtante à la ligne AP, qui,

dans l'Equation à la ſurface, étoit indéterminée, & exprimée par x. Si donc l'on fait $x = a$, l'Equation $nnxx = yy + zz$ deviendra $nnaa = yy + zz$, & ne repréſentera plus tous les Cercles dont la ſurface conique peut être compoſée, mais ſeulement celui dont na ou PQ eſt rayon.

Pour trouver la Section parallele à l'axe qui doit être l'Hyperbole, il n'y a qu'à faire $y = a$, c'eſt-à-dire, déterminer à quelle diſtance de l'axe on veut faire paſſer le plan de la Section, on aura $nnxx = aa + zz$, ou $xx - \frac{aa}{nn} = \frac{\left(\frac{aa}{nn}\right)}{aa} zz$, que l'on voit clairement appartenir à l'Hyperbole, dont les demi-axes ſont a & $\frac{a}{n}$.

Au lieu de $y = a$, on pourroit faire $z = a$, & en ce cas on auroit l'Hyperbole dont le plan couperoit à angles droits celui de la précédente, puiſque y exprime les ordonnées perpendiculaires ſur l'axe, dans le plan horizontal, & z dans le plan vertical.

Si l'on fait y ou $z = 0$, il n'y aura plus aucune diſtance entre l'axe du Cone & le plan de la Section, elle paſſera donc par l'axe; ce ne ſera donc plus une Hyperbole, mais l'angle même du Cone. Auſſi l'Equation devient-elle en ce cas $\pm nx = z$, ou $\pm nx = y$, l'une & l'autre appartienent aux deux droites que donnent chacune des deux Sections par l'axe, dont les plans ſe coupent à angles droits.

Dans

Dans l'Equation $nnxx = yy + zz$ à la ſurface conique, on a ſuppoſé les ordonnées y perpendiculaires à l'axe du Cone, ce qui ne peut convenir aux Sections obliques; c'eſt pourquoi on ne peut déduire de cette Equation, celles de la Parabole ni de l'Ellipſe. Mais on peut chercher une autre Equation à la ſurface conique, en ſuppoſant les ordonnées obliques ſur l'axe; & de cette nouvelle Equation, on déduira celles de toutes les Sections.

* Suppoſons que les nouvelles coordonnées qui vont ſervir à trouver la nouvelle Equation ſoient AQ, t, au-lieu de AP, x; & QM, s, faiſant avec l'axe AC, non un angle droit comme PM, y; mais un angle quelconque MQP, tel, que $QK = AE$ étant 1, KF ſoit $= p$; la troiſieme coordonnée étant toujours Mm, z, perpendiculaire au plan ABC.

Il faut chercher le rapport des nouvelles coordonnées t & s à x & y, & ſubſtituer les valeurs de x & y en t & en s dans l'Equation ſimple $nnxx = yy + zz$, pour avoir une nouvelle Equation dans laquelle les coordonnées feront un angle quelconque.

On a d'abord $QP = x - t$, $QF = \sqrt{1 + pp}$, & à cauſe des Triangles ſemblables, on dira

$$QF(\sqrt{1+pp}).QM(s)::QK(1)QP(x-t) - \frac{s}{\sqrt{1+pp}}$$

&

$$QF(\sqrt{1+pp}).QM(s)::FK.(p)MP\ (y) = \frac{ps}{\sqrt{1+pp}}.$$

On

* Fig. 4.

On aura donc $x = t + \frac{s}{\sqrt{1+pp}}$ & $y = \frac{ps}{\sqrt{1+pp}}$;

& ſubſtituant ces valeurs dans l'Equation $nnxx = yy + zz$, elle ſe changera en celle-ci, $nntt + \frac{2nnts}{\sqrt{1+pp}} + \frac{nnss}{1+pp} = \frac{ppss}{1+pp}$

$+ zz$ ou $\frac{nn-pp}{1+pp} ss + \frac{2nnt}{\sqrt{1+pp}} s + nntt = zz$.

De cette Equation on déduira toutes celles des differentes Sections, en faiſant les ſubſtitutions convenables.

Ce qui détermine la Section à être telle, c'eſt l'angle qu'elle fait avec l'axe. Cet angle peut être plus grand, plus petit, ou égal à l'angle du côté du Cone avec le même axe; il peut être droit, il peut être nul. Et toutes ces ſuppoſitions ſe peuvent également faire en deux cas. Premierement, lorſque la Section coupe l'axe du Cone à une diſtance donnée du ſommet, c'eſt-à-dire, lorſque AQ ou $t = a$. Secondement, lorſque la Section paſſe par le ſommet de l'axe, c'eſt-à-dire, lorſque AQ ou $t = 0$.

Premier Cas, lorſque $t = a$.

Si l'angle du plan coupant avec l'axe eſt plus grand que celui du côté du Cone avec le même axe, c'eſt-à-dire, ſi FK, p, eſt plus grand que DE, n, on voit que la Section QM coupera le côté AB, & ſera par conſéquent une Ellipſe. Auſſi dans ce cas le coëfficient de ss devient négatif, & étant ſup-

ſuppoſé $= A$, l'Equation devient $-Ass + \frac{2nna}{\sqrt{1+pp}}s + nnaa = zz$, qui eſt à l'Ellipſe.

Si l'angle du plan coupant avec l'axe eſt égal à celui du côté du Cone avec le même axe, ou ſi p eſt égal à n, on conçoit que la Section ſera parallele au côté AB; ce ſera donc une Parabole. Auſſi l'Equation devient-elle alors $\frac{2nna}{\sqrt{1+nn}}s + nnaa = zz$, qui eſt à la Parabole.

Si l'angle du plan coupant eſt moindre que celui du côté du Cone avec l'axe, ou ſi p eſt plus petit que n, la Section prolongée paſſera entre l'axe & la Section parallele au côté; ce ſera par conſéquent une Hyperbole. On trouvera auſſi, après la ſubſtitution, que le coëfficient de ss eſt poſitif, & le faiſant égal à A, l'Equation devient $+Ass + \frac{2nna}{\sqrt{1+pp}}s + nnaa = zz$, à l'Hyperbole.

Si le plan coupant ne fait point d'angle avec l'axe, c'eſt-à-dire, ſi l'axe du Cone ſe trouve dans le plan coupant, la Section ſera ce qu'on appelle le Triangle par l'axe, & l'on aura, en faiſant p égal à zero, $\pm ns \pm na = z$, Equation qui repréſente les deux lignes droites que donne en ce cas la Section.

Enfin ſi l'angle du plan coupant avec l'axe eſt droit, ce qui arrivera quand p ſera infini, la Section ſera un Cercle, & l'Equation ſe réduira à $-ss + nnaa = zz$ qui appartient au Cercle.

Les deux dernieres ſuppoſitions retombent viſi-

viſiblement dans le cas des précédentes, car p ne peut être égal à zero qu'il ne ſoit plus petit que n, ni égal à l'infini, ſans être plus grand que n. Auſſi le Triangle par l'axe & le Cercle qui réſultent des deux dernieres ſuppoſitions ſont-ils, rigoureuſement parlant, des cas particuliers des ſuppoſitions précédentes qui ont donné l'Ellipſe & l'Hyperbole; car la Section par l'axe eſt réellement une Hyperbole, dont la puiſſance eſt zero, ou qui s'eſt confondue avec ſes aſymptotes, comme le Cercle eſt une Ellipſe dont les deux axes ſont égaux.

Second Cas, lorſque $t = 0$.

Maintenant ſi on ſuppoſe que la Section paſſe par le ſommet de l'axe, c'eſt-à-dire, ſi t eſt égal à zero, on pourra refaire encore les cinq mêmes ſuppoſitions.

Si on fait p plus grand que n, on conçoit que la Section n'entame point le Cone qu'elle ne rencontre qu'au ſommet en un ſeul point. On voit alors, par la ſubſtitution, que le coëfficient de ss devient négatif, & qu'en le faiſant égal à A, l'Equation ſera $-Ass = zz$, ou $0 = Ass + zz$, qui eſt l'Equation d'une Ellipſe dont les axes ſont 0, c'eſt-à-dire, d'une Ellipſe dont les axes ont diminué tant que t a décru, & qui devient un point lorſque $t = 0$.

Si on ſuppoſe p égal à n, on voit qu'il n'y aura point encore de Section, proprement dite, puiſque le plan, au-lieu de couper le Cone, ne fait que le toucher. Auſſi dans ce

ce cas on aura $z=o$, Equation à la ligne droite, qui eſt alors le côté du Cone. On voit que les ordonnées verticales exprimées par z, décroiſſent tant que le plan coupant approche du côté du Cone, & s'anéantiſſent lorſque le plan ceſſe de couper le Cone, & ne fait plus que le toucher.

Si p eſt plus petit que n, la Section paſſera entre l'axe & le côté du Cone, & elle formera un angle. Auſſi dans l'Equation le coëfficient de ss devient alors poſitif, & le faiſant égal à A, on aura $+Ass=zz$, qui eſt à deux droites.

Si p eſt ſuppoſé égal à zero, il eſt clair que la Section ſera celle qu'on nomme le Triangle par l'axe, & l'on aura $\pm ns=z$, qui eſt encore une Equation à deux droites.

Enfin ſi l'on fait p égal à l'infini, ou l'angle de la Section droit, elle ne paſſera que par le ſommet du Cone en un point. La ſubſtitution donne en ce cas $-ss=zz$, ou $o=ss+zz$, qui eſt l'Equation à un Cercle dont le rayon eſt o, c'eſt-à-dire, un point qui deviendroit un Cercle, ſi t, qu'on a ſuppoſé égal à zero, avoit une valeur réelle.

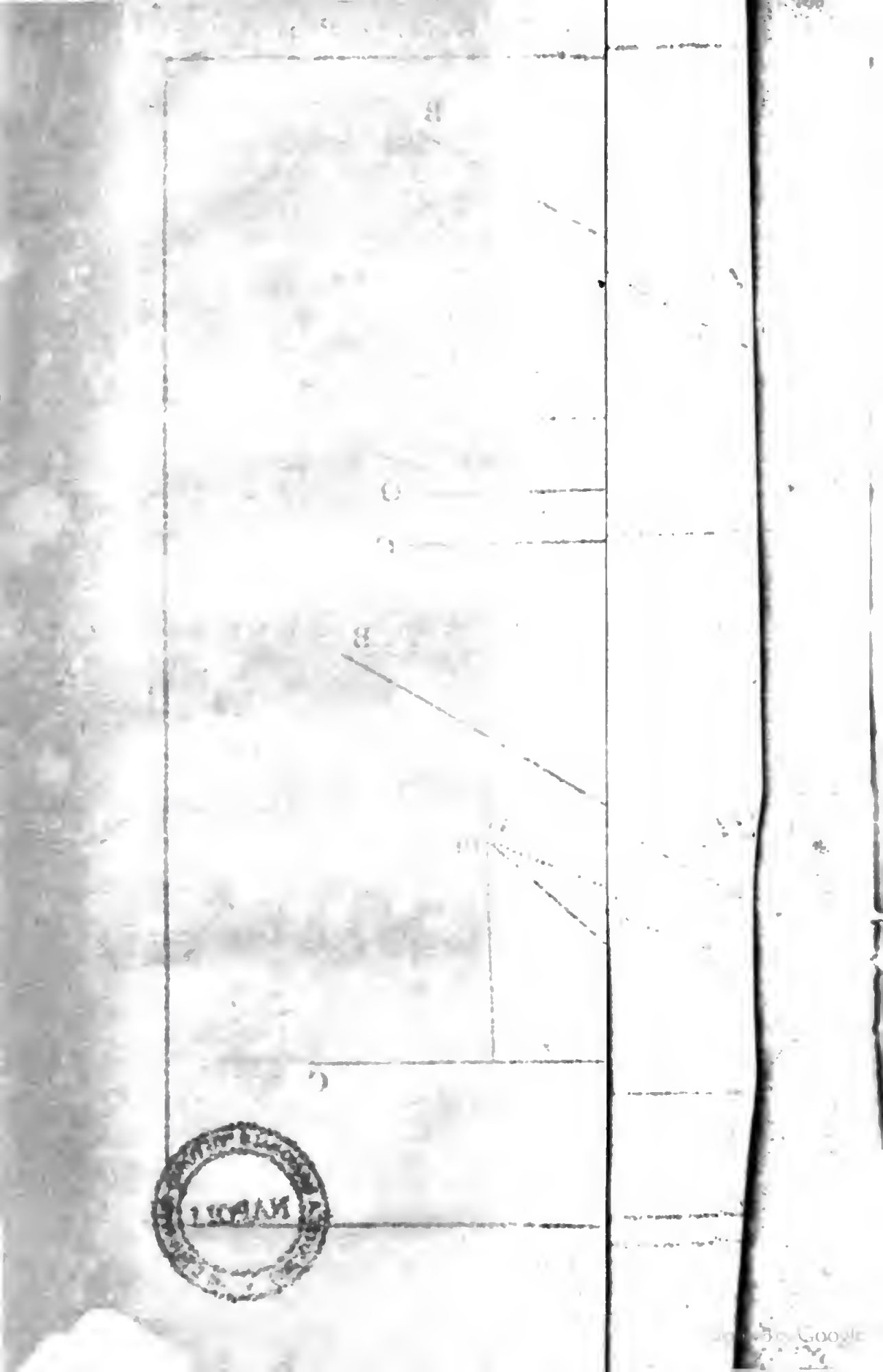
On peut voir ici d'un coup d'œil le réſultat des cinq valeurs qu'on a données à p dans chacune des deux ſuppoſitions de $t=a$ & de $t=o$.

L'Equation $\frac{nn-pp}{1+pp}ss+\frac{2nnt}{\sqrt{1+pp}}s+nntt$ $=zz$ prendra toutes les formes ſuivantes dans les ſuppoſitions des differentes valeurs qu'on peut donner à t & à p.

Pre-

Premier Cas, lorſque t = a.	*Second Cas, lorſque* t = 0.
Si $p > n$, $-Ass + \frac{2nna}{\sqrt{1+pp}}s + nnaa = zz$. (qui eſt à l'Ellipſe.)	$0 = Ass + zz$ (à l'Ellipſe devenue un point, quand ſes axes ſont 0.)
Si $p = n$, $\frac{2nna}{\sqrt{1+pp}}s + nnaa = zz$ (à la Parab.)	$0 = z$ (à la Droite.)
Si $p < n$, $+Ass + \frac{2nna}{\sqrt{1+pp}}s + nnaa = zz$. (à l'Hyp.)	$+Ass = zz$ (à deux Droites.)
Si $p = 0$, $\pm ns \pm na = z$ (à deux Droites.)	$\pm ns = z$ (à deux Droites.)
Si $p = \infty$, $-ss + nnaa = zz$ (au Cercle.)	$0 = ss + zz$ (au Cercle dont le rayon eſt zero.)

Aucune des ſuppoſitions précédentes où l'axe du Cone a toujours été ou coupé ou atteint par la Section, ne convient à la Section parallele à l'axe, qui doit encore, comme on ſait, être une Hyperbole. Comme celle-ci ne fait aucun angle avec l'axe, pour la trouver par le moyen de l'Equation à la ſurface dont on a tiré toutes les autres Sections, il n'y a aucune ſubſtitution à faire en la place



place de KF, p, ni de AQ, t, (*Fig.* 4.) & il ſuffit de déterminer la diſtance du plan coupant, à l'axe du Cone, en donnant une valeur conſtante à la variable QM, s. Subſtituant donc uniquement a au-lieu de s dans l'Equation, on aura $+Aaa+\frac{2nnt}{\sqrt{1+pp}}a+nntt=zz$, qui eſt à l'Hyperbole. On pourroit également prendre la diſtance du plan coupant à l'axe ſur l'ordonnée z, en faiſant $z=a$, au-lieu de $s=a$, & l'on auroit $+Ass+\frac{2nnt}{\sqrt{1+pp}}s+nntt=aa$, qui eſt pareillement à l'Hyperbole, & le plan de cette derniere couperoit à angles droits celui de la précédente, les ordonnées z ayant été ſuppoſées perpendiculaires au plan des t & des s.

Donc de l'Equation $\frac{nn-pp}{1+pp}ss+\frac{2nnt}{\sqrt{1+pp}}s+nntt=zz$ à la ſurface conique, on déduit les Equations à chaque Section en particulier: ce qu'on s'étoit propoſé de démontrer.

SE-

SECOND MEMOIRE

SUR LA CONSTRUCTION DES THERMOMETRES,

DONT LES DEGRÉS SONT COMPARABLES;

Avec des Expériences & des Remarques ſur quelques propriétés de l'Air.

Par M. DE REAUMUR. *

TANT que les degrés des Thermometres ont été pris preſque arbitrairement, tant que differens Thermometres ont exprimé les mêmes changemens de froid & de chaud par des nombres de degrés inégaux, il étoit aſſez inutile de chercher à y corriger quelques imperfections, qui, quoique conſiderables, étoient légeres en comparaiſon de celles qui naiſſoient eſſentiellement de leur conſtruction. Mais à préſent que nous avons des principes ſur leſquels on peut faire des Thermometres dont les marches ſoient les mêmes, lorſqu'ils ſeront expoſés à un Air également chaud ou froid, qui exprimeront les differens degrés de chaud & de froid de l'Air de differentes Saiſons & de differens Païs, en degrés qui ſeront comparables, nous

* 6 Juin 1731.

nous aurions tort de ne pas ſonger à leur procurer toutes les perfections dont ils ſont ſuſceptibles, de ne pas chercher à remédier à tout ce qui pourroit troubler la régularité de leur marche, s'il reſte encore quelque choſe qui la puiſſe troubler.

Dans le Mémoire, dont celui-ci eſt une ſuite *, nous avons établi les Principes ſur leſquels ces Thermometres doivent être conſtruits, pour que leurs marches ſoient exactement comparables, & nous y avons décrit les procedés qui conduiſent à les conſtruire ſur ces mêmes principes. Il n'y a eu qu'un article ſur lequel nous ne nous ſommes pas expliqués, & ſur lequel nous avons averti qu'il nous reſtoit à nous expliquer plus au long; c'eſt ſur les précautions avec leſquelles il convient de les ſceller. Cet article ne pouvoit être traité dans toute l'étendue néceſſaire, à la fin d'un Mémoire déja très long; il fournira lui ſeul la matiere de deux autres Mémoires, parce qu'il nous a engagé à faire diverſes expériences qui ne ſont pas ſeulement propres à rendre les Thermometres plus parfaits, elles nous apprendront des faits qui m'ont paru curieux par eux-mêmes, & qui pourront donner des éclairciſſemens ſur les cauſes trop peu connues de quelques autres faits regardés comme ſinguliers par les Phyſiciens.

Les Thermometres auxquels nous allons nous fixer actuellement, ſont donc ceux que nous avons appris à conſtruire dans le Mémoire

* *Mém. de l'Acad.* 1730. *p.* 645.

moire déja cité. Il ſeroit inutile d'avoir préſentes toutes les petites pratiques au moyen deſquelles on y parvient ; mais il eſt eſſentiel de ſe rappeller les principes ſur leſquels leur conſtruction eſt fondée, ce qui les caractériſe. Leur figure eſt préciſément la même que celle des Thermometres à Eſprit de Vin, qui ſont les plus communs ; ils ſont compoſés d'une Boule, ou d'une Boîte de Verre, à laquelle eſt ſcellé un Tuyau auſſi de Verre, & tout droit ; mais au-lieu que ceux qu'on a fait ci-devant, étoient remplis d'un Eſprit de Vin pris, pour ainſi dire, au hazard, les uns d'un Eſprit de Vin rectifié, les autres d'un Eſprit de Vin foible, d'une eſpece d'Eau-de-Vie, & tous d'un Eſprit de Vin, dont la qualité eſt ignorée par ceux qui obſervent ces Thermometres ; les nouveaux Thermometres ſont remplis d'un même Eſprit de Vin, ou au moins ils doivent apprendre la qualité de l'Eſprit de Vin dont ils ſont remplis, qui eſt déterminée par le plus ou moins de dilatabilité dont il eſt ſuſceptible. Celui qu'on a pris par préférence eſt tel, que ſon volume étant réduit à 1000 parties par le froid de l'eau qui commence à ſe geler, eſt augmenté de 80 parties par le plus grand degré de chaleur que l'eau bouillante puiſſe lui communiquer, ſans le faire bouillir. Le froid de l'eau qui commence à ſe geler, le froid de la glace qui commence à ſe former, tel que celui de la glace qu'on produit par art en Eté, & que nous avons nommé *congélation artificielle de l'eau*, eſt le terme d'où l'on commence à compter

les

les degrés de ce Thermometre. Ils y ſont diviſés en deux ſuites, ceux de l'une s'élevent au deſſus, & ceux de l'autre deſcendent au-deſſous du terme de la congélation. Les degrés montans marquent combien l'Eſprit de Vin s'eſt dilaté, & ſont appellés degrés de dilatation. Les degrés deſcendans marquent combien l'Eſprit de Vin s'eſt condenſé plus qu'il ne l'eſt par la congélation de l'eau, & ils ſont appellés *degrés de condenſation.*

Mais ce qui fait le vrai caractere de ces ſortes de Thermometres, c'eſt que leurs degrés ne ſont pas des portions de la longueur du Tuyau arbitrairement priſes; les capacités de tous les degrés ſont égales, elles contiennent chacune un volume égal de liqueur, & le volume contenu dans chaque degré eſt connu, il eſt une millieme partie du volume de l'Eſprit de Vin qui a pris le degré de froid de l'eau qui commence à ſe geler. Ainſi lorſque l'Eſprit de Vin s'eſt élevé de 20 degrés au-deſſous du terme de la congélation de l'eau, le volume de l'Eſprit de Vin, qui étoit 1000 à ce terme, eſt devenu 1020, il s'eſt dilaté de 20 parties. Si l'Eſprit de Vin ſe trouve 10 degrés au-deſſous du terme de la congélation, on ſait que ſon volume qui à ce terme étoit 1000, n'eſt plus que 990, ou qu'il s'eſt condenſé de 10 parties.

Nous ſuppoſons connues les pratiques qui conduiſent à faire des Thermometres qui ayent les qualités que nous venons d'exiger, ou qu'on en a de tels, & qu'il ne reſte plus qu'à ſceller l'extrémité ſupérieure de

leur Tuyau: car je ne mets point en queſtion actuellement, s'il convient de la ſceller, ou non. Les premiers Thermometres, comme toutes les nouvelles productions de l'Art, étoient encore très imparfaits, on laiſſoit le bout de leurs Tubes ouverts; on ſongea à les ſceller, dès qu'on chercha à les rendre durables, & plus aiſés à tranſporter: on a toujours ſu apparemment que de l'Eſprit de Vin ne conſerveroit pas longtems ſa force dans un vaſe ouvert.

Mais la queſtion que j'ai propoſée dans le premier Mémoire, & que j'ai remiſe à diſcuter dans celui-ci, eſt de ſavoir s'il convient de laiſſer dans la partie ſupérieure du Tube, un air à peu près auſſi condenſé que l'Air que nous reſpirons, ou s'il eſt mieux d'y laiſſer un air extrêmement raréfié. Si le Thermometre eſt conſtruit en Hiver, & qu'on renferme dans ſon Tube un air à peu près auſſi condenſé que l'eſt celui qui nous environne, alors le riſque que courra l'Inſtrument dans les Saiſons plus chaudes, eſt aiſé à prévoir; la liqueur comprimera de plus en plus, en s'élevant, un air qui fait lui-même effort pour occuper plus d'eſpace qu'il n'en occupoit lorſqu'il a été renfermé; la Boule mince du Thermometre ne réſiſtera pas à cet effort; elle pourra être caſſée par un air renfermé dans un tems aſſez doux, lorſque ſa liqueur ſera raréfiée par la chaleur de certains jours d'Eté.

Cet accident n'eſt point à craindre ſi l'air contenu dans le Tube eſt extrêmement rare, ſi la place qu'on lui a laiſſée eſt beaucoup

plus

plus grande que celle qu'il occupoit lorſqu'il en étoit dehors. Il eſt très aiſé de renfermer dans le Tube d'un Thermometre une auſſi petite quantité d'air qu'on voudra, ſurtout ſi on a pris ſoin de faire renfler le bout ſupérieur du Tube en une Boule, & qu'il ſe termine enſuite par un Tuyau capillaire, long de quelques pouces. Mais il reſte à examiner ſi le Thermometre, à qui on a laiſſé ſi peu d'air, n'eſt pas ſujet à bien des changemens; peut-être même n'eſt-il pas bien ſûr que le Thermometre à qui on en a laiſſé très peu, ne ſoit pas en riſque d'être caſſé dans la ſuite des tems, par l'air qui s'y trouvera trop à l'étroit.

Une ſeule expérience, mais que j'ai répétée bien des fois, nous apprendra tout ce qui peut être à craindre de l'air trop raréfié qu'on laiſſe dans les Thermometres, & nous mettra ſur la voye de parvenir à en conſtruire dont les marches ne ſeront ſujettes qu'aux variations qu'elles doivent marquer, pour en avoir qui ne ſoient ni ſujets à ſe caſſer, ni à être alterés, ſoit par le chaud, ſoit par le froid.

J'ai paru incliner ailleurs pour laiſſer l'air des Thermometres dans un état moyen entre celui de l'air qui nous environne, & celui d'un air très raréfié, c'eſt-à-dire, à ne renfermer dans les Thermometres qu'un air raréfié environ une ou deux fois plus que l'air ordinaire. Pour en renfermer de tel dans le Tube, je commençois par mettre la Boule dans de l'eau, chaude à un point tel que ſa chaleur ſuffiſoit pour faire élever la

liqueur preſque juſqu'au haut du Tube. Dès qu'elle y étoit arrivée, je retirois la Boule de l'eau, je differois de ſceller juſqu'à ce que la liqueur laiſſât un eſpace vuide à peu près capable de contenir la quantité d'air que j'y voulois renfermer.

Après avoir ſcellé de la ſorte pluſieurs Thermometres, & après avoir donné le tems à la liqueur de deſcendre au point où la température de l'air vouloit qu'elle fût, quand je ſuis venu à les comparer avec d'autres, dont les bouts des Tubes étoient reſtés ouverts, j'ai obſervé des differences auxquelles je ne m'attendois pas. La liqueur des Thermometres nouvellement ſcellés étoit quelquefois quatre à cinq degrés plus haut que celle des autres, & pour l'ordinaire au moins de deux degrés. Il eſt vrai que chaque jour, elle ſe rapprochoit du vrai terme: celle de tel Thermometre qui après le premier jour étoit trop élevée de quatre ou cinq degrés, après le ſecond jour n'étoit trop élevée que de trois à quatre degrés, & le troiſieme jour elle n'étoit trop élevée que deux ou trois degrés. Ainſi de jour en jour l'excès de l'élévation diminuoit, mais il ne diminuoit pas auſſi conſiderablement, à beaucoup près, qu'il avoit diminué dans les premiers jours. Il y a eu tel Thermometre dont la liqueur s'eſt tenue encore trop élevée d'un degré, au bout de trois à quatre ſemaines.

La cauſe de cette élévation excédente s'offroit en partie à qui obſervoit journellement les Thermometres nouvellement ſcellés; lorſqu'après les avoir laiſſés ſuſpendus pendant en-

environ 24 heures, on venoit à les toucher, & ſur-tout à les incliner en divers ſens, on déterminoit une groſſe bulle d'air à monter de la Boule dans le Tube; elle y occupoit tantôt plus, tantôt moins d'étendue; quelquefois ſon volume n'étoit que d'une portion de degré, & quelquefois il étoit d'un degré entier, ou même de pluſieurs degrés; d'ailleurs celui d'une même bulle n'étoit ni fixe, ni ne devoit l'être, il croiſſoit à meſure que la bulle s'élevoit davantage.

Enfin lorſque la groſſe bulle d'air ſe dégageoit de l'Eſprit de Vin du Thermometre, l'Eſprit de Vin deſcendoit dans le Tube, mais il s'y trouvoit encore plus haut qu'il ne l'étoit dans des Thermometres bien réglés. J'avois néanmoins beau tenter de faire monter de nouvelles bulles, c'étoit inutilement, au moins pour ce tems-là. Il n'y avoit pourtant nul doute que ce qui reſtoit d'excès d'élévation à la liqueur ne fût dû à de l'air; mais cet air qui tenoit la liqueur plus élevée, qui lui donnoit une augmentation de volume apparente, lui en donnoit-elle une réelle; je veux dire, cette augmentation de volume étoit-elle dûe à de nouvel air qui ſe fût joint, qui ſe fût uni à l'Eſprit de Vin du Thermometre? Nous ſavons combien l'Eſprit de Vin, l'Eau & pluſieurs autres liqueurs ſont chargées d'air, qu'elles en ſont plus chargées en certaines circonſtances que dans d'autres. Nous ſavons, par exemple, que ſi l'on fait bouillir de l'eau, on chaſſe une partie de l'air qui y étoit contenu. Il en arrive de même à l'Eſprit de Vin qu'on

fait bouillir, & cela ne diſpoſe pas à penſer que l'augmentation du volume de l'Eſprit de Vin de notre Thermometre fût produite par de nouvel air dont il ſe fût ſaiſi; car la ſeule difference qu'il y eût entre la maniere dont nous avions traité cet Eſprit de Vin, & celle dont nous avions traité l'Eſprit de Vin qui avoit moins de volume dans des Thermometres bien règlés, étoit qu'on lui avoit fait prendre un aſſez grand degré de chaleur avant de ſceller le Thermometre, & qu'on n'avoit pas fait prendre ce degré de chaleur à celui des autres. Il eſt donc bien plus probable qu'on l'avoit privé d'une partie de ſon air, qu'il n'eſt probable que de nouvel air y eût été introduit.

Il eſt vrai auſſi que cet Eſprit de Vin avoit perdu de ſon air, mais la façon dont s'étoit placé une partie de celui qui lui eſt reſté, eſt la cauſe de l'effet que nous examinons. Une expérience rapportée à la fin du premier Mémoire * eſt très propre à nous en donner l'idée que nous en devons prendre, & d'autres expériences la démontreront vraye, autant qu'une explication phyſique peut être démontrée.

L'expérience que je veux rappeller ici, eſt celle où au-lieu de ſuſpendre le Thermometre, tiré de l'eau chaude, dans la poſition verticale où on le place ordinairement, je l'ai couché preſque horizontalement, c'eſt-à-dire, de façon que la partie ſupérieure de la Boule étoit plus élevée, ou auſſi élevée que le

* *Mem. de l'Ac.* 1730. *p.* 718.

le bout du Tube. Quand le volume de l'Eſprit de Vin, qui ſe refroidiſſoit, eſt venu à diminuer, le vuide qui ſe fait dans le Tube lorſqu'il eſt dans une poſition plus élevée que la Boule, ſe faiſoit dans le haut de la Boule même. J'obſervois ce vuide à meſure qu'il ſe formoit, & qu'il s'étendoit ; je voyois de toutes parts des bulles ſe rendre à la ſurface de la liqueur, & ſur-tout à ſes bords, où elles ſe crevoient ſans doute, & ſe joignoient à ce qui rempliſſoit le vuide, ou l'eſpace abandonné par l'Eſprit de Vin. Nous n'examinons point encore l'état de l'air qui rempliſſoit ce vuide ; tout ce que nous voulons faire remarquer dans cette expérience, c'eſt que lorſque de l'Eſprit de Vin, qui n'eſt pas comprimé par un poids égal à celui de l'Atmoſphere, ſe refroidit, qu'il s'en dégage des bulles d'air; que ces bulles qui ſont d'une extrême petiteſſe, quand elles arrivent au bord de l'eſpace vuide, ſont peut-être compoſées chacune de milliers de petites bulles. Quand une bulle part, ſoit du fond, ſoit du milieu de la liqueur, toutes celles qu'elle trouve dans ſon chemin s'y réuniſſent, de ſorte que telle bulle qui arrive à la ſurface, ſi petite que tout ce que les yeux peuvent faire eſt de l'appercevoir, n'eſt cependant que l'amas d'un très grand nombre d'autres bulles, d'un nombre beaucoup plus grand qu'on ne ſe l'imagine. Si nous faiſons faire tant d'attention à l'extrême petiteſſe des bulles d'air, pour ainſi dire élémentaires, qui ſe dégagent de l'Eſprit de Vin, c'eſt que nous voulons diſpoſer à penſer qu'entre ces

bulles, qui ſe ſont deſunies de l'Eſprit de Vin, qui ne font plus corps avec lui, qu'il peut y en avoir des milliers qui ſe trouvent hors d'état de s'élever à ſa ſurface; l'effort qu'elles font pour monter, n'eſt pas capable de vaincre la réſiſtance qui nait, tant de leur adhérence aux parties de l'Eſprit de Vin qui les environne, ou de leur frottement contre ces parties, que de celle qui vient de la difficulté de ſéparer les parties du liquide qu'elles trouvent en leur chemin. En un mot, leur petiteſſe eſt cauſe qu'elles ſont retenues dans l'Eſprit de Vin, comme des bulles d'air très groſſes ſont retenues dans une liqueur graſſe.

Imaginons donc que dans notre Eſprit de Vin, il eſt reſté des milliers de ces petites bulles parſemées, & nous devons dès-lors concevoir que ſon volume eſt augmenté. Cet air ainſi logé dans l'Eſprit de Vin, y occupe bien autrement de la place qu'il n'en occupoit uni à ce liquide, lorſqu'il faiſoit corps avec lui. Il eſt hors de doute que l'Eſprit de Vin aura alors un plus grand volume apparent. Tout ce qui peut donc ſembler douteux, c'eſt s'il eſt bien vrai que notre Eſprit de Vin ſoit alors réellement rempli de bulles d'air qui ne font plus corps avec lui. Nous avons fait imaginer que cela pouvoit être, mais il faut prouver que cela eſt.

L'incompreſſibilité de l'Eſprit de Vin, de l'Eau, & généralement celle des liqueurs, eſt connue des Phyſiciens; ils l'admirent, & n'admirent peut-être pas moins la prodigieuſe compreſſibilité de l'Air. Mais ils ſavent qu'à

ces

ces liqueurs, qui ne cedent à aucune compreſſion, eſt cependant incorporée une grande quantité d'air; que tant que l'air leur eſt uni, cet air ne peut pas plus être comprimé que la liqueur avec laquelle il fait corps; il a perdu la propriété de ſe laiſſer comprimer, en s'y uniſſant. Si une liqueur eſt compreſſible en quelque cas, ce ne pourra donc être que parce qu'elle renferme quelque matiere compreſſible; en un mot, ſi l'Eſprit de Vin de nos Thermometres eſt compreſſible en quelque cas, ce ne peut être que parce qu'il y aura de l'air logé dans cet Eſprit de Vin, qui aura conſervé la propriété de ſe laiſſer comprimer, & qui par conſéquent ne fait point corps avec l'Eſprit de Vin. Que cela ſoit ainſi dans notre cas, en voilà pluſieurs preuves.

Qu'on obſerve le degré où eſt l'Eſprit de Vin dans le Thermometre où il eſt trop élevé, & le degré où il eſt dans un Thermometre bien réglé. Que la difference entre es hauteurs ſoit de trois degrés, par exemple; qu'on déſcelle le Thermometre dont la liqueur eſt montée trop haut, on la verra deſcendre dans l'inſtant même qu'il aura été déſcellé; & elle deſcendra plus ou moins, ſelon que l'air qui occupoit la partie ſupérieure du Tuyau étoit plus ou moins raréfié, c'eſt-à-dire, ſelon qu'il étoit plus éloigné d'égaler par la force de ſon reſſort celle du poids de l'Atmoſphere; tantôt il deſcendra d'un, tantôt de deux, ou de deux degrés & demi; ſelon que l'augmentation de la charge eſt plus ou moins grande ſur la liqueur du Thermo-

metre, cette liqueur descend plus ou moins. Mais ce n'est pas l'Esprit de Vin qui se laisse ainsi comprimer, il est capable de soutenir les plus grands poids sans perdre de son volume; c'est donc l'air, qui y est contenu, qui a cedé à la nouvelle force, c'est cet air qui s'est laissé comprimer.

Sans désceller nos Thermometres, on peut même avoir preuve que le trop d'élévation de leur liqueur est dûe à l'air qu'elle renferme, & qui n'y est pas uni. La preuve, dont nous voulons parler, sera d'autant plus sensible qu'il y aura moins d'air dans la partie supérieure du Tuyau, & que le nombre des degrés excédens sera plus grand. Qu'il soit, par exemple, de quatre à cinq degrés, & qu'on remarque exactement celui où est la liqueur, pendant que le Thermometre est dans une position verticale: qu'on l'incline ensuite jusqu'à mettre le Tube dans une position très inclinée; à mesure qu'on l'inclinera, on verra le volume de la liqueur augmenter, elle parviendra à occuper un ou deux degrés de plus qu'elle n'occupoit lorsque le Thermometre étoit droit. A mesure qu'on incline le Thermometre, on diminue la hauteur de la colomne d'Esprit de Vin qui chargeoit celui de la Boule, ou, ce qui revient au même, la charge qui pressoit l'air renfermé dans cet Esprit de Vin; son ressort, alors, est en état de se développer davantage; le volume de l'air augmente réellement, & celui de l'Esprit de Vin paroît augmenter.

Le seul doute qu'on pourroit avoir, c'est si l'air qui se laisse alors comprimer, est réel-

le-

lement parſemé dans l'Eſprit de Vin en une infinité de petites bulles, ou ſi toutes ces bulles ne ſont point ſimplement diſtribuées ſur la ſurface intérieure de la Boule, où elles ſont adhérentes au Verre. Cette derniere hypotheſe m'avoit paru ſuffire; mais en la ſuppoſant vraye, il me ſembloit que lorſque je ferois parcourir ſucceſſivement toute la ſurface de la Boule de Verre à une groſſe bulle d'air, d'un pouce de diametre ou plus, que l'air qui ſe ſeroit attaché aux parois de la Boule ſe réuniroit à celui de la groſſe bulle; que lorſque j'aurois fait monter cette bulle, ainſi groſſie, au haut du Tube, que la liqueur ſe devroit trouver au véritable point. Il eſt bien arrivé quelquefois, qu'après qu'une bulle a été ainſi promenée dans la Boule, que la liqueur s'eſt trouvée un peu plus bas qu'elle n'étoit auparavant; mais jamais il n'eſt arrivé qu'elle ſoit deſcendue autant que je croyois qu'elle devoit deſcendre pour vérifier cette explication. Après tout, dès que des bulles d'air ſeront ſuppoſées exceſſivement petites, je ne vois pas qu'on ſe doive faire quelque peine de concevoir qu'elles puiſſent conſerver longtems leur place dans une liqueur qui n'eſt pas agitée. J'ai vu d'ailleurs que ſi on agite le Thermometre, que ſi on le renverſe de haut en-bas pluſieurs fois dans un jour, qu'il eſt bien plutôt remis à ſon véritable point qu'il ne s'y remet lorſqu'on le laiſſe tranquille; les mouvemens qu'on donne à la liqueur ſont cauſe que de petites bulles viennent à ſe rencontrer, que réunies pluſieurs

enſemble, elles en ſont plus en état de ſe dégager.

Dès que l'Eſprit de Vin eſt quelquefois dilaté par un Air compreſſible, il en réſulte qu'un Thermometre conſtruit avec beaucoup de ſoin, où tout a été exactement meſuré, ſe trouve dans la ſuite dérangé, lorſqu'on a fait chauffer ſa liqueur avant de le ſceller; il doit donc paroitre à craindre qu'un Thermometre qui étoit très juſte, ne ſe dérègle après qu'il aura ſouffert les chaleurs de certains jours d'Eté.

M. Wolff a fait mention d'un dérangement tout oppoſé à celui dont nous venons de parler, qui a dû être remarqué par ceux qui ont fait des obſervations pendant le froid ſur les Thermometres ordinaires, & dont j'ai parlé dans mon premier Mémoire. Un Thermometre expoſé à l'air extérieur, ſur une fenêtre, qui a marqué un certain degré de froid lorſque l'eau geloit dans les environs, & qui eſt deſcendu enſuite de pluſieurs degrés parce que le froid eſt augmenté, quand le froid vient à diminuer, ce Thermometre ne ſemble pas remonter autant qu'on le devroit attendre. La glace & la neige des environs ſe fondent, & la liqueur ſe trouve plus bas que lorſque la glace ſe formoit. Je m'étois propoſé de ſuivre, pendant le dernier Hiver, ce Phénomene plus attentivement que je ne l'avois fait ci-devant, pour être plus en état d'en trouver la véritable cauſe, mais mes Thermometres ne me l'ont point fait voir; peut-être qu'il n'y a que la marche de ceux dont les Tuyaux ſont capillaires, qui ſe déran-

rangent en pareil cas. Il n'eſt pourtant pas ſûr que les Thermometres nous trompent toujours, lorſqu'ils nous marquent dans certains jours où la glace ſe fond, un degré de froid plus grand que celui qu'ils marquoient dans d'autres jours où l'eau ſe geloit à la campagne. Nous verrons dans le Mémoire qui ſuivra celui-ci, que certaines circonſtances peuvent faire que la glace ſe fonde, quoique l'air ait plus de froid qu'il n'en faut pour geler l'eau. M. Wolff a attribué avec beaucoup de vraiſemblance, le trop grand abaiſſement de la liqueur, dans le cas dont nous venons de parler, à l'air qui s'eſt dégagé de l'Eſprit pendant le grand froid; il croit que le volume de l'Eſprit de Vin ſe trouve diminué par la quantité d'air qui s'en eſt dégagée, de tout ce dont il paroît trop bas. Je l'euſſe penſé comme lui, ſi les expériences que nous rapporterons bien-tôt, ne m'euſſent appris que cette cauſe n'eſt pas capable de produire un effet ſi ſenſible. Je croirois donc plus volontiers qu'il eſt dû à de l'air qui, ſans être entierement mêlé avec l'Eſprit de Vin, s'y trouvoit engagé, à de l'air qui a commencé à ſe détacher de l'Eſprit de Vin vers le tems où cette liqueur a pris le degré de froid de la congélation. Ce même air, après avoir tenu l'Eſprit de Vin trop haut, le laiſſe retomber lorſqu'il s'en échappe par la ſuite. Au reſte, le principe ſur lequel M. Wolff a raiſonné, ſavoir, que le grand froid chaſſe beaucoup d'air des liquides, eſt très ſûr. Le Profeſſeur Italien, qui le lui a conteſté pour tous les cas, autres que celui où

les liquides ſe gelent, n'a pas fait attention aux expériences qui l'établiſſent ſolidement, pour tous les cas où les liquides ſe refroidiſſent conſiderablement.

Un Obſervateur attentif ne laiſſeroit pas de faire des obſervations exactes avec nos Thermometres, lors même que la régularité de leur marche auroit été troublée par l'accident dont nous venons de parler; pour peu qu'il ſoupçonnât qu'il y a du deſordre, il s'en aſſûreroit; en vérifiant ſon Inſtrument, de la maniere dont nous avons recommandé de le vérifier dans le premier Mémoire, c'eſt-à-dire, en l'expoſant à la congélation artificielle de l'eau. Si la liqueur ne deſcendoit pas juſqu'au terme où ce degré de froid doit faire deſcendre, s'il s'en falloit un ou deux degrés, il verroit qu'il y auroit un ou deux degrés à déduire, juſqu'à ce qu'une vérification réiterée lui eût appris que le Thermometre ſe ſeroit rétabli. Mais à vrai dire, il vaut mieux avoir un Thermometre qui ne ſoit pas ſujet à un tel dérangement. D'ailleurs dans le tems du dérangement, il y auroit peut-être une autre correction à faire que celle dont nous venons de parler; c'eſt un volume d'air qui donne les degrés excédens, le Thermometre eſt donc alors & à Eſprit de Vin & à Air.

Le Thermometre ainſi dérangé, peut ſe rétablir de deux manieres; dont la premiere eſt, lorſque l'air rentre dans l'Eſprit de Vin d'où il a été chaſſé. Les curieuſes expériences de M. Mariotte nous ont appris que l'Eſprit de Vin & l'Eau reboivent l'air qu'on en a fait

ſor-

ſortir. Mais toutes les expériences de la Machine pneumatique nous montrent que les liqueurs conſervent d'autant moins d'air, que le poids dont elles ſont chargées eſt moins grand; & nous montrent, en même tems, une ſeconde maniere dont la marche du Thermometre peut être rétablie. Comme l'air, que nous laiſſons dans la partie ſupérieure du Tube, eſt raréfié, il n'eſt pas en état de contenir dans l'Eſprit de Vin tout l'air qui y eſt engagé, & à plus forte raiſon d'y faire rentrer tout celui qui s'en dégage; la marche de notre Thermometre ſe rétablira donc le plus ſouvent, parce que l'air qui s'eſt échappé de la liqueur trouvera moyen de s'élever au-deſſus de ſa ſurface. On a ignoré juſqu'ici combien il s'en peut dégager de la ſorte, & ſi avec le tems cette partie du Tuyau que nous avons eu deſſein de ne remplir que d'un air rare, ne le ſera pas d'un air de denſité approchante de celle de l'air de l'Atmoſphere, & par conſéquent d'un air qui, dans les grandes chaleurs, pourra faire caſſer les Boules.

Il ſeroit donc important pour la ſureté des Thermometres, & pour nous ôter toute inquiétude ſur la régularité de leurs marches, de les mettre à l'abri des variations qui peuvent y être introduites par l'air qui s'en dégage. Il s'en préſentoit un moyen auquel il étoit bien naturel d'avoir recours, c'eſt d'épuiſer l'Eſprit de Vin de cet air qui produit tous les dérangemens. Reſtoit à ſavoir ſi l'opération étoit praticable, & ſi elle n'expoſeroit pas à de nouveaux inconvéniens.

C'eſt

C'eſt préciſément de quoi nous allons rendre compte, & ce qui fait le principal objet de ce Mémoire.

Nous connoiſſons trois differens moyens de dégager l'air des liqueurs où il eſt incorporé, & nous avons déja dit quelque choſe de tous les trois, qui ſont, 1°. de diminuer la preſſion de l'air extérieur, 2°. de chauffer la liqueur, 3°. de la refroidir. Les bulles, qui ſe voyent dans la glace, ont appris l'efficacité de ce troiſieme moyen; elle a été confirmée par des obſervations que des Phyſiciens attentifs ont faites ſur les Thermometres, pendant de très grands froids; ils ont apperçu alors de très petites bulles, qui montoient de la Boule dans le Tube, & qui, arrivées à la ſurface de la liqueur, ſe briſoient avec éruption, & produiſoient des eſpeces de petits jets de liqueur, de ces petillemens qu'on voit ſur la ſurface de certains Vins legers. Ces trois moyens ſont auſſi les ſeuls, que nous connoiſſions, de dégager l'air des liqueurs; & tous trois peuvent, en differens tems, faire échaper celui qui eſt contenu dans l'Eſprit de Vin des Thermometres; & tous trois, par conſéquent, peuvent ôter à leur marche, la régularité qu'on avoit pris tant de ſoin à donner.

Si nous pouvons parvenir à empêcher l'effet de ces trois cauſes, il ſemble que nous n'aurons plus à craindre que leur marche ſe démente. Tirons de l'Eſprit de Vin, tout l'air qui pourroit s'en échaper dans le Thermometre, ſoit par la diminution de la preſſion, ſoit par la chaleur, ſoit par le froid, & nous n'au-

n'aurons plus à craindre que l'air s'en dégage.

La liqueur de nos Thermometres eſt deſtinée principalement à nous marquer les degrés de froid & de chaud d'un air qui puiſſe être reſpiré; un tel degré de chaleur eſt toujours fort éloigné de celui qui fait bouillir l'eau. S'il eût été queſtion d'épuiſer l'Eſprit de Vin d'air, par le degré de chaleur que donne l'eau bouillante, peut-être n'euſſé-je pas eſperé d'y parvenir. On ſait qu'on a beau faire bouillir l'eau, qu'il lui reſte toujours beaucoup d'air; qu'on lui en tire par le moyen de la Machine pneumatique, quelle qu'ait été la durée du tems pendant lequel on l'a fait bouillir. Mais il ne me paroiſſoit pas de même impoſſible d'épuiſer l'Eſprit de Vin de nos Thermometres, de tout l'air qui en peut être tiré par la plus grande chaleur des climats habités; & en même tems d'en faire ſortir tout celui qui en peut ſortir lorſque la preſſion de l'air qui agit deſſus, eſt très inférieure à celle de l'Atmoſphere, & telle que la peut produire celle d'un air dilaté, au point où il convient de le laiſſer dans le Thermometre, afin qu'il n'ait pas la force de faire caſſer la Boule pendant les grandes chaleurs. Quoiqu'on ne ſache pas juſqu'où la liqueur du Thermometre s'éléveroit dans les Païs les plus chauds, on ſait des termes juſques auxquels elle ne s'élévera pas. Cela ſuppoſé, il ne s'eſt agi que de tâcher de tirer de l'Eſprit de Vin, tout l'air qui peut être tiré par une chaleur beaucoup plus grande que celle des plus chauds climats; il n'en eſt point qui puiſſe faire monter la liqueur de

nos

nos Thermometres, à 50 ou 60 degrés; il n'en eſt pas même, peut-être, qui la puiſſe faire aller juſqu'à 40. L'eau dont la chaleur fait monter le Thermometre à près de ce terme, fond le ſuif.

J'ai ôté de deſſus ſa planche un Thermometre qui avoit au moins 60 degrés au-deſſus du terme de la congélation de l'eau; je l'ai mis dans l'eau chaude, qui, ſur le champ, a fait élever la liqueur dans le Tube, & je l'y ai laiſſé monter juſqu'à ce qu'elle ait été rendue auprès du bout du Tube. Alors j'ai retiré le Thermometre, & j'ai ſcellé le bout du Tube avec de la Cire, alliée à de la Terebenthine; à peine reſtoit-il un demi-degré, ou un quart de degré entre la ſurface ſupérieure de la liqueur, & le bout du Tube, dans l'inſtant que j'appliquois la Cire, & cet eſpace étoit occupé par de l'air très dilaté par la chaleur: la Cire molle, preſſée par le doigt entroit aſſez avant, pour remplir partie de cet eſpace, de ſorte que celui qui étoit laiſſé à l'air, étoit extrêmement petit. Ce Thermometre ayant été ainſi ſcellé, je l'ai couché preſque horizontalement, de façon que le bout ſupérieur du Tube n'étoit guere plus élevé que la partie ſupérieure de la Boule. Dans cette partie de la Boule, il s'eſt bientôt fait une bulle; elle a crû, à meſure que la liqueur s'eſt refroidie. Pour lui donner le tems de ſe refroidir, j'ai laiſſé le Thermometre en cet état pendant 10 ou 12 heures, & plus ſouvent pendant 24 heures. La bulle s'eſt étendue, elle eſt devenue un ſegment de Sphere, qui avoit pour baſe un cercle

cle de plus de 14 à 15 lignes de diametre. Mais il ne s'agit pas actuellement de déterminer plus préciſément la grandeur de cette bulle, ni l'état de l'air qui la formoit. Quand j'ai cru qu'elle avoit acquis à peu près la groſſeur qu'elle pouvoit prendre, j'ai redreſſé le Thermometre, & ainſi j'ai conduit la bulle dans la partie ſupérieure du Tube, & j'ai regardé l'Eſprit de Vin comme privé de la quantité d'air qui la formoit.

Alors j'ai déſcellé le Tube ſur le champ, & ſur le champ je l'ai remis dans l'eau chaude, qui, comme la premiere fois, a fait monter l'Eſprit de Vin juſqu'au haut du Tube. Auſſi-tôt j'ai retiré le Tube de l'eau, je l'ai ſcellé avec de la Cire; en un mot, j'ai répété préciſément tout ce que j'avois fait dans la premiere expérience; le but de celle-ci étoit auſſi le même. J'ai donc couché le Thermometre, afin que l'air contenu dans l'Eſprit de Vin pût encore s'en dégager, & venir occuper la partie ſupérieure de la Boule. Il s'y en eſt rendu comme dans la premiere expérience, il s'y eſt formé une bulle ſenſiblement auſſi groſſe, & à peu près dans le même tems. Je l'ai fait ſortir comme la premiere; j'ai remis la Boule du Thermometre une troiſieme fois dans l'eau chaude, & j'ai répété préciſément la manœuvre des deux premieres expériences.

Je ne me ſuis pas tenu à faire de telles épreuves ſur un ſeul Thermometre, je les ai faites ſur pluſieurs en même tems; il y en a eu qui ont commencé à donner des bulles moins groſſes dès la ſeconde expérience; d'au-

d'autres en ont donné d'une groſſeur à peu près égale, juſqu'après la quatrieme ou la cinquieme. Ceux dont la groſſeur des bulles a diminué ſenſiblement, ont augmenté l'eſperance que j'avois de purger l'Eſprit de Vin de tout l'air qui pouvoit en être pompé par le moyen dont je me ſervois; mon eſperance n'a pas été trompée. Il y a eu tel Thermometre dans la Boule duquel il ne s'eſt pas fait la plus petite bulle, après qu'il a eu paſſé par cinq ou ſix de nos épreuves. Il y en a eu même qui n'en ont plus donné à la quatrieme épreuve. Mais il y en a eu d'autres qui en ont ſoutenu juſqu'à dix-huit ou vingt, avant de laiſſer ſortir tout celui qui en pouvoit être tiré par le degré de chaleur qui avoit agi ſur eux. Diverſes circonſtances, aiſées à démêler, ſont cauſe que des opérations ſemblables en apparence, n'ont pas un effet préciſément égal. Mais ce qui nous importe actuellement de ſavoir, & ce qui étoit l'objet de toutes les épreuves précédentes, c'eſt qu'un certain degré de chaleur, pris au-deſſous de celui de l'eau bouillante, peut faire ſortir de l'Eſprit de Vin, ſeulement une certaine quantité d'air; que quand il en a fait ſortir cette quantité d'air, qu'il n'en peut plus tirer; & qu'un degré de chaleur, pris entre celui-ci, & celui qu'avoit l'Eſprit de Vin refroidi, lorſqu'on a fait ſortir la bulle qu'il avoit donnée, n'eſt nullement capable de faire dégager de l'air de ce même Eſprit de Vin. De-là il ſuit que ſi le degré de chaleur qui l'a épuiſé d'air eſt plus grand qu'aucun de ceux

par

par où passe l'air des Païs les plus chauds & habités, qu'il n'y a plus à craindre que la chaleur de l'air puisse produire des dérangemens dans un Thermometre qui contient de l'Esprit de Vin purgé d'air jusqu'au point que nous venons de l'en purger.

Quand des expériences, répétées deux ou trois fois sur le même Thermometre, m'ont eu appris que le degré de chaleur, capable de faire monter la liqueur jusqu'au haut du Tube, n'étoit pas capable d'en faire dégager aucune bulle d'air, je l'ai fait sceller à la lampe, après avoir laissé descendre sa liqueur un peu plus bas que lorsque je le scellois à la Cire. Je l'ai remis sur sa planche, & je l'y ai laissé tranquille. Quand il y a eu pris le degré de température de l'air qui l'environnoit, alors sa liqueur, loin de se trouver plus haut que celle des Thermometres bien règlés, comme il arrive à ceux qu'on scelle sans avoir épuisé l'air de l'Esprit de Vin, sa liqueur, dis-je, a été plus bas; c'est à quoi on devoit s'attendre. Mais on ne se seroit peut-être pas attendu que malgré tout l'air que j'en avois fait sortir, que la liqueur n'eût dû se trouver qu'environ un quart de degré au-dessous du terme où elle se fût trouvée si on lui eut laissé tout son air.

Ce qui me paroissoit ici le plus curieux, & le plus interessant, c'étoit de savoir quel étoit le rapport de la dilatabilité de cet Esprit de Vin dépouillé d'air, avec la dilatabilité de pareil Esprit de Vin, qui avoit tout l'air dont il pouvoit être chargé; & c'étoit la connoissance essentielle à la construction

des

des Thermometres, un des principes qui nous mettant en état de comparer leurs marches, la ſuppoſe. D'ailleurs il eſt intereſſant de ſavoir, de combien l'air, ſi dilatable par la chaleur, contribue à la dilatabilité de l'Eſprit de Vin avec lequel il eſt incorporé. Nos Thermometres nous offrent un moyen bien aiſé de le reconnoitre. Il n'y a qu'à comparer les marches de deux Thermometres, dont l'un contienne un Eſprit de Vin chargé de tout l'air qu'il a naturellement, & dont l'autre contienne du même Eſprit de Vin qui a été extrêmement épuiſé d'air; de comparer, dis-je, leurs marches dans une longue ſuite de degrés, tant au deſſus qu'au deſſous de la congélation de l'eau. J'ai fait cette comparaiſon un grand nombre de fois: le réſultat en paroitra apparemment ſingulier à ceux même qui n'ont pas aſſuré auſſi poſitivement que M. Taglini, que l'air ne peut s'échapper de l'Eſprit de Vin, ſans que la vertu contractive & expanſive de l'Eſprit de Vin ſoit diminuée. Les deux Thermometres ſe ſont également ſuivis dans tous les changemens de température d'air; ils ont marqué avec autant de préciſion le même degré, qu'euſſent pu faire deux Thermometres conſtruits avec ſoin, & tous deux remplis du même Eſprit de Vin, qui y auroit été mis avec tout ſon air.

Quelque dilatable que ſoit l'air par la chaleur, tant qu'il eſt uni, tant qu'il eſt incorporé à l'Eſprit de Vin, il n'a donc plus la dilatabilité qui lui eſt naturelle. S'il en a, il en a ſi peu, qu'elle n'ajoute rien de ſenſible

ble à celle du volume d'Eſprit de Vin où il eſt. Nous devions le prévoir, ou du moins le ſoupçonner ; car dans le fond la compreſſibilité & la dilatabilité de l'air ſont deux propriétés qui peuvent dépendre du même principe. Pourquoi, lorſque la compreſſibilité lui eſt ôtée, la dilatabilité lui reſteroit-elle? Les expériences du premier Mémoire qui nous ont conduits à conclurre que la partie ſpiritueuſe de l'Eſprit de Vin eſt prodigieuſement dilatable, pouvoient au moins nous faire douter ſi l'air incorporé avec ce liquide contribue à ſa dilatabilité. Mais les expériences rapportées dans le même Mémoire ſur le peu de dilatation que donnent à l'eau certains degrés de chaleur, qui font élever l'Eſprit de Vin du Thermometre beaucoup au deſſus du terme de la congélation, ne devoient pas nous laiſſer à des doutes. Nous ſavons que l'eau contient beaucoup d'air, que l'air eſt extrêmement dilatable, & les expériences nous montroient que l'eau étoit très peu dilatée par un degré de chaleur capable de dilater l'air conſiderablement. Nous en devions donc conclurre que l'air contenu dans l'eau n'eſt point ou eſt peu dilatable, au moins par certains degrés de chaleur. Mais il ne nous eſt que trop ordinaire de ne voir ni toutes les conſéquences, ni l'étendue de conſéquences qui peuvent être tirées de ce qui nous eſt connu.

Tant que l'air eſt incorporé avec les liquides, tant qu'il leur eſt uni, il eſt donc privé des deux propriétés qui nous le caractériſent d'une maniere ſi admirable, de celle de ſe lais-

laiſſer comprimer par les poids, & de celle de ſe laiſſer ſi aiſément & ſi conſiderablement raréfier par la chaleur; il ne les reprend l'une & l'autre que lorſqu'il ſe deſunit du liquide à qui il étoit joint.

Il étoit pourtant ſi naturel de penſer que l'air contribuoit à la dilatabilité des liquides, qu'il n'eſt pas étonnant qu'on n'ait pas cherché à faire des expériences propres à découvrir ce qui en étoit. Il y a plus, on a cru avoir des expériences qui prouvoient au contraire que l'air qui y eſt mêlé, les rend dilatables. M. Taglini, dans ſes Theſes ſur les Thermometres, que nous avons déja citées, dit qu'il pourroit ſembler qu'on conſtruiroit un Thermometre plus parfait, ſi on le rempliſſoit d'un Eſprit de Vin purgé d'air dans la Machine pneumatique, parce que cet Eſprit de Vin devenu plus denſe, en recevroit plus aiſément les impreſſions de la chaleur. Mais il ajoute auſſi-tôt, que l'expérience démontre le contraire, que l'Eſprit de Vin purgé d'air s'éleve & s'abbaiſſe beaucoup plus lentement dans le Thermometre par la chaleur & par le froid, & qu'il ne donne pas en degrés convenables le froid & le chaud de l'air extérieur. Il en conclud enfin, dans ſa quatorzieme Poſition, que l'air mêlé intimement avec l'Eſprit de Vin, contribue beaucoup à ſes vertus expanſives & contractives, qui peuvent être miſes en jeu par le chaud & par le froid.

Sans en avoir fait l'expérience, j'admettrai volontiers que l'Eſprit de Vin purgé d'air par le moyen de la Machine pneumatique, n'a plus

plus ſa premiere dilatabilité ; mais depuis les expériences que nous venons de rapporter, on ne peut penſer que ce ſoit parce qu'il a été privé d'air ; c'eſt parce qu'il l'a été de ſa partie ſpiritueuſe. L'air qui ſe dégage de l'Eſprit de Vin, qui s'éleve avec irruption dans le balon, emporte avec ſoi quantité de parties des plus volatiles, qui ne rentrent plus dans l'Eſprit de Vin ; on les met hors du balon, lorſqu'on fait ſortir à coups de piſton l'air avec lequel elles ſont mêlées. L'Eſprit de Vin devient donc un Eſprit de Vin foible, une eſpece d'Eau-de-Vie, qui eſt bien éloignée d'avoir le degré de dilatabilité de l'Eſprit de Vin rectifié.

Il n'en arrive pas de même lorſque nous purgeons plus doucement d'air notre Eſprit de Vin par le moyen du Thermometre. Les bulles d'air ſe dégagent peu-à-peu ſans bouillonnemens ſenſibles ; ſi quelques parties ſpiritueuſes de l'Eſprit de Vin ſont enlevées, elles ont le tems d'y retomber, de s'y venir rejoindre. Enfin pour faire ſortir l'air qui s'eſt aſſemblé dans la Boule, on redreſſe le Thermometre ; cet air eſt obligé de toucher ſucceſſivement à tout l'Eſprit de Vin qui remplit le Tube, qui reprendroit alors la plupart des parties ſpiritueuſes que cet air auroit retenues, s'il en avoit retenu : elles ont apparemment plus de diſpoſition à s'attacher à l'Eſprit de Vin qu'à l'air. Enfin puiſque l'Eſprit de Vin, que nous avons privé d'une grande partie de ſon air, ſe dilate & ſe condenſe autant & auſſi promptement que celui qui eſt autant chargé d'air

qu'il eſt poſſible, il eſt certain qu'en faiſant ſortir l'air du premier, nous ne lui ôtons point de ſa partie ſpiritueuſe, car ſi nous lui en ôtions une quantité ſenſible, il faudroit conclurre que l'air qui étoit contenu dans l'Eſprit de Vin diminuoit la dilatabilité de ce liquide.

De tout cela il réſulte, par rapport à la conſtruction de nos Thermometres, que dès que nous aurons ſuffiſamment épuiſé d'air l'Eſprit de Vin qui y eſt renfermé, que plus l'air qui occupera la partie ſupérieure du Tube ſera rare, ou, ce qui eſt la même choſe, moins on laiſſera d'air dans le Tube avant de le ſceller, & moins il y aura à craindre que le Thermometre ſe dérange dans la ſuite. On peut même ſe promettre qu'un tel Thermometre conſervera pendant une longue ſuite d'années, & peut-être pendant des ſiecles, la régularité de ſa marche. L'air qu'on a laiſſé dans le Tube, quoique très raréfié, le ſera moins que l'étoit celui qui y reſtoit dans les opérations où on purgeoit l'Eſprit de Vin d'une partie du ſien; il n'y aura donc pas à craindre par la ſuite que de nouvel air ſe dégage de ce même Eſprit de Vin.

J'ai dit ailleurs, que nous ignorions ſi, à la longue, l'Eſprit de Vin, quoique renfermé dans des vaſes ſcellés hermétiquement, ne s'altere point : dans ceux qui ſont tels que nos Thermometres, la partie ſpiritueuſe peut monter en vapeur dans la portion du Tube qui eſt occupée par l'air; mais il eſt évident que plus l'air qui y ſera contenu ſera raréfié, ou, ce qui eſt la même choſe, plus

il

il ſera léger, & moins la partie ſpiritueuſe aura de facilité à monter & à ſe ſoutenir dans le haut du Tube, hors de l'Eſprit de Vin. Mais il pourroit ſe faire qu'à la longue, l'Eſprit de Vin, comme toutes les liqueurs qu'on laiſſe longtems tranquilles dans des vaſes, ſe décompoſât un peu, que la partie huileuſe ſe dégageât de la partie aqueuſe. Peut-être que ces deux parties ſéparées ne donneroient pas la même dilatabilité qu'elles ont quand elles ſont réunies. Nos expériences ſur la dilatabilité des mêlanges de l'eau & de l'Eſprit de Vin * ſont cependant propres à nous raſſurer contre l'inquiétude que nous pourrions avoir pour le cas d'une ſorte de décompoſition. La groſſeur des Tubes de nos Thermometres nous met en état d'empêcher que l'Eſprit de Vin ne ſe décompoſe auſſi aiſément qu'il ſe décompoſeroit dans des Thermometres à Tubes capillaires, & nous mettent encore en état de faire reprendre à l'Eſprit de Vin, la partie ſpiritueuſe qui s'en ſeroit échappée, pour monter vers le haut du Tube. On n'a qu'à renverſer & redreſſer pluſieurs fois de ſuite ces Thermometres, c'eſt-à-dire, qu'à obliger la liqueur à remplir tout le Tube, alors elle reprendra les parties ſpiritueuſes qui y pourroient être flottantes, & l'agitation donnée à toute la maſſe de la liqueur entretiendra entre les parties de l'Eſprit de vin, une union qui auroit pu ſe détruire pendant un long repos. Mais à vrai dire, c'eſt pouſſer les craintes & les précautions bien loin.

* *V. Mém. de l'Acad.* 1730.

Les Thermometres, dont l'Eſprit de Vin a été purgé d'air, & dont le haut du Tube n'eſt occupé que par un air très rare, m'ont paru avoir un avantage ſur les autres, que je n'oſe pourtant encore donner comme bien certain. Il m'a ſemblé, dans les comparaiſons que j'en ai faites avec les autres, qu'ils étoient plus ſenſibles, qu'ils montoient ou qu'ils deſcendoient plus vîte au terme où ils devoient monter ou deſcendre. L'air contenu dans la partie ſupérieure du Tube étant compreſſible, & l'Eſprit de Vin ne l'étant pas, il eſt certain que l'action de cet air ſur l'Eſprit de Vin ne ſauroit empêcher l'Eſprit de Vin de s'élever, lorſqu'une augmentation de chaleur tend à les dilater l'un & l'autre. Mais plus la réſiſtance de l'air eſt grande, & elle eſt d'autant plus grande que l'air qui eſt échauffé, étoit ci-devant plus condenſé, & plus lentement l'Eſprit de Vin doit s'élever. Ce n'eſt pas qu'il ne s'éleve dès qu'il s'échauffe, ou qu'il ſe dilate, ce qui eſt la même choſe; mais la chaleur eſt plus longtems à pénétrer l'Eſprit de Vin quand il eſt plus comprimé. Les parties de feu qui doivent s'y introduire, ont une plus grande réſiſtance à vaincre, & la vainquent plus lentement. En un mot, comme il faut plus de tems pour échauffer les corps les plus ſolides, il en faut plus auſſi pour échauffer les corps les plus preſſés. Il faut plus d'action du feu pour agir ſur un plus grand nombre de parties, & il faut auſſi plus d'action pour agir ſur un même nombre de parties qui réſiſtent davantage.

Ce

Ce qu'on pourroit craindre avec plus de fondement, c'eſt que l'Eſprit de Vin privé d'air ne ſe ſaiſiſſe d'une partie de celui qui a été laiſſé dans Tube. Mais ce qu'il en reprendra ne ſauroit aller loin, en comparaiſon de ce qui lui en a été ôté, ſur-tout ſi la quantité qui eſt reſtée dans le Tube eſt petite. Quand dans la ſuite, ce peu d'air rentré dans l'Eſprit de Vin viendroit à ſe dégager, il n'y a nulle apparence qu'il produiſt des irrégularités ſenſibles dans la marche du Thermometre. On en jugera ainſi quand on ſaura quelle eſt la quantité d'air dont l'Eſprit de Vin a été privé avant qu'on ſcellât le Thermometre.

Il nous reſte donc à faire connoitre quel volume d'air, réduit à la denſité de celui qui nous environne, a été tiré de l'Eſprit de Vin, & de combien il augmentoit le volume de l'Eſprit de Vin, quand il lui étoit uni. Il ſeroit utile à la Phyſique que nous puſſions avoir des idées moins vagues que celles que nous avons, de la quantité d'air contenue dans l'Eſprit de Vin, dans l'eau, & dans d'autres liquides. On ſait que ces liquides ont de l'air, on leur en croit beaucoup, & peut-être même plus qu'ils n'en ont réellement; mais on n'a point employé d'Inſtrumens propres à meſurer la quantité qu'on en fait ſortir; on n'en ſauroit peut-être employer de plus propres à cet uſage que nos Thermometres. Ils ſont auſſi propres à meſurer la quantité d'air contenue dans tous les liquides en général, & même dans quelques ſolides, qu'à meſurer le chaud

& le froid. Nous indiquerons seulement ici ce que nous avons fait pour mesurer l'air nuisible à la régularité de nos Thermometres. Mais on jugera peut-être qu'il conviendroit de pousser plus loin les expériences qui se feront dans une autre vue. M. Mariotte a eu recours à un moyen simple & ingénieux, comme l'étoient ordinairement ceux dont il se servoit, pour donner quelque idée de la quantité d'air contenue dans une goutte d'eau. Il s'est servi d'un petit dé de verre, rempli d'huile jusqu'à une certaine hauteur, qu'il posoit sur une goutte d'eau. Par le moyen d'une bougie, il chauffoit cette goutte d'eau; l'air, que la chaleur forçoit d'en sortir, montoit dans le dé, il s'y assembloit, & mettoit l'Observateur en état de porter une sorte de jugement sur la quantité d'air qui pouvoit être tirée de la goutte d'eau. J'ai lieu de croire que diverses circonstances ont contribué à faire juger dans cette expérience que l'eau contient plus d'air qu'elle n'en contient réellement; ce qui est de sûr, c'est que cette façon de mesurer, ou plutôt d'estimer l'air, est très grossiere, & que nos Thermometres nous donnent des mesures très précises. Pour apprendre comment on peut s'en servir à cet usage, nous avons qu'à faire attention à quelques circonstances que nous avons omises ci-devant, à dessein.

Considerons un de nos Thermometres, qui a resté couché pendant plusieurs heures, depuis qu'il a été tiré de l'eau chaude, & qu'il a été scellé avec la cire, en y apportant toutes les précautions dont nous avons parlé;

qu'au

qu'au haut de de ſa Boule il y ait une groſſe bulle: la groſſeur de cette bulle ne ſauroit nous donner une idée juſte de la quantité d'air qui la compoſe; plus ou moins d'air formera une pareille bulle, ſelon qu'il ſera plus ou moins dilaté; & cet air eſt plus ou moins dilaté, ſelon que le bout du Tube, qui n'eſt jamais dans une poſition préciſément horizontale, eſt plus ou moins élevé, ſelon que la liqueur occupe plus ou moins d'étendue dans ce Tube, & enfin ſelon que la quantité d'air qui a été laiſſée dans le bout ſupérieur du Tube, eſt plus ou moins grande, parce que ſon reſſort en eſt plus ou moins en état de contrebalancer celui de l'air de la bulle. Pour meſurer exactement l'air de la bulle, il faut réduire ſon volume à celui d'un air auſſi condenſé que l'eſt celui de l'Atmoſphere. Le moyen en eſt bien ſimple, & donne toute la préciſion qu'on peut demander en des expériences de cette eſpece, où un à-peu-près aſſez groſſier ſuffiroit; & ici on a mieux. J'obſerve le degré du Tuyau où eſt la liqueur; qu'elle ſoit, par exemple, au cinquantieme degré. Je déſcelle enſuite le Thermometre, afin que ſa liqueur, & par conſéquent la bulle d'air de la Boule, ſoient expoſées à la preſſion de l'air extérieur. Afin que ce dernier air n'entre pas trop bruſquement dans le Thermometre, je le déſcelle peu-à-peu, & le meilleur moyen pour cela eſt de percer la cire avec une pointe de fer aſſez fine: une aiguille à tricoter y eſt propre. Dès que la cire eſt entierement percée, le nouvel air, qui entre dans le Tube,

force la liqueur à descendre; sur le champ le volume de la bulle diminue considerablement. La liqueur, dans ce premier instant, descend même plus bas qu'elle ne doit descendre; le premier choc a fait trop ceder le ressort de l'air de la bulle, ce ressort reprend un peu le dessus, il fait remonter la liqueur dans le Tube, & même trop haut. Enfin il se fait des vibrations qui cessent bien-tôt, & après lesquelles la liqueur s'arrête sur le degré où elle doit rester. C'est pour empêcher qu'il ne se fasse de trop grandes vibrations, & que la Boule de verre ne souffre du premier choc, que je décelle peu-à-peu le Thermometre. Tout étant tranquille, j'observe jusqu'où la liqueur est descendue, qu'elle soit à 30 degrés, ou qu'elle soit descendue de 20. Je redresse ensuite mon Thermometre, bien-tôt la bulle d'air s'introduit dans le Tube, elle monte jusqu'à ce qu'elle soit parvenue au-dessus de la liqueur. Quand tout l'air est sorti, & que la liqueur est descendue, je remets le Thermometre en situation horizontale, & je remarque le degré où elle se trouve: que ce soit à 10 degrés, la bulle contenoit donc un volume de 20 degrés d'air, puisque la liqueur étoit à 30 degrés lorsque la bulle étoit dans la Boule; & c'étoient 20 degrés d'air condensé par le poids de l'Atmosphere, & par une colomne d'Esprit de Vin, peu haute, plus ou moins pourtant, selon que le bout du Thermometre avoit été tenu plus ou moins haut. On aura égard, quand on voudra, à cette augmentation de charge, mais négligeons-la actuelle-

lement; ne regardons ces degrés d'air que comme des degrés d'air condenſés au même point que celui de l'Atmoſphere. Prenons la ſomme des degrés d'air condenſé que nous donnent nos differentes épreuves ſur l'Eſprit de Vin du même Thermometre, & nous aurons la quantité de l'air qui a été tirée de cette quantité d'Eſprit de Vin. Or comme la quantité d'Eſprit de Vin nous eſt connue en mêmes meſures que la quantité d'air, on aura ſur le champ les rapports de l'une à l'autre. Le détail de quelques expériences eſt ici néceſſaire, elles donneront des exemples de differens réſultats.

Dans les expériences que nous allons rapporter, nous donnons le volume de l'air condenſé au point de celui de l'Atmoſphere, ſans avoir égard à la charge de l'Eſprit de Vin qui eſt dans un Tuyau très incliné, ſans être abſolument horizontal; & nous donnons le volume qu'occupoit cet Eſprit de Vin avant d'être condenſé, & cela en ôtant du nombre de degrés où étoit la liqueur avant qu'on déſcellât le Thermometre, le nombre des degrés ou la liqueur ſe trouve après que la bulle d'air eſt ſortie. Le degré de raréfaction de l'air de la bulle ſert à apprendre qu'on avoit laiſſé plus ou moins d'air dans le Tube, lorſqu'on l'avoit ſcellé.

Dans la premiere expérience, l'Eſprit de Vin du Thermometre a donné $10^{d}\frac{1}{2}$ d'air condenſé, qui avant d'être condenſé en occupoit 30.

Dans la ſeconde expérience, l'Eſprit de Vin a donné encore $10^{d}\frac{1}{2}$ d'air condenſé, qui

avant de l'être, occupoit $34^{d}\frac{1}{2}$.

Dans la troiſieme expérience, l'Eſprit de Vin n'a donné que 5^{d} d'air condenſé, qui avant d'être condenſé, occupoit 34^{d}.

Dans la quatrieme expérience, l'Eſprit de Vin a encore fourni 5^{d} d'air condenſé, qui avant de l'être, occupoit dans le Thermometre $35^{d}\frac{1}{2}$.

Dans la cinquieme expérience, on a fait ſortir la bulle d'air avant que la liqueur eût eu aſſez de tems pour ſe refroidir, ou, ce qui revient au même, avant que l'air qui s'en pouvoit dégager, en fût ſorti: la bulle n'a été que de $1^{d}\frac{1}{2}$ d'air condenſé, qui, raréfié, occupoit $21^{d}\frac{1}{2}$.

Dans la ſixieme expérience, l'Eſprit de Vin a donné 5^{d} d'air condenſé, qui auparavant occupoit $27^{d}\frac{1}{2}$.

Dans la ſeptieme expérience, l'Eſprit de Vin a donné $2^{d}\frac{1}{2}$ d'air condenſé, qui auparavant occupoit $27^{d}\frac{1}{2}$.

Dans la huitieme, il a donné 2^{d} d'air condenſé, qui auparavant de l'être, occupoit 26^{d}.

Dans la neuvieme, il a donné $1^{d}\frac{1}{4}$ d'air condenſé, qui, raréfié, occupoit $20^{d}\frac{3}{4}$.

Dans la dixieme, il a donné $1^{d}\frac{1}{8}$ d'air condenſé, qui avant de l'être, occupoit $18^{d}\frac{5}{8}$.

Dans la onzieme, il a donné 1^{d} d'air condenſé, qui avant de l'être, occupoit 25^{d}.

Dans la douzieme, il a donné moins d'un demi-degré d'air condenſé, qui, rarefié, occupoit 10^{d} moins quelque choſe.

Dans la treizieme, il a donné un demi-degré d'air condenſé, qui avant de l'être, occupoit 22^{d}.

Dans

Dans la quatorzieme, il a donné $\frac{1}{8}$ de degré d'air condensé, qui, raréfié, occupoit $6^d \frac{1}{4}$.

Dans la quinzieme, il a donné $\frac{1}{4}$ de degré d'air condensé, qui, raréfié, occupoit 15^d.

Dans la seizieme, il a donné $\frac{1}{4}$ de degré d'air condensé, qui, raréfié, occupoit 15^d.

Dans la dix-septieme, il a encore donné près de $\frac{1}{4}$ de degré d'air condensé, qui, dilaté, occupoit $10^d \frac{1}{2}$.

Après ces dix-sept expériences, l'Esprit de Vin a été entierement épuisé de l'air, qui pouvoit en être tiré par la chaleur capable de le faire monter jusqu'au haut du Tube. Le Thermometre a été remis trois fois dans l'eau chaude, & après chaque fois qu'il y a été mis, il est resté couché un jour entier, sans qu'il ait paru la moindre petite bulle. Quand il a été scellé, la liqueur s'est trouvée plus bas d'environ un bon quart de degré que celle des Thermometres non scellés, ou que celle des autres sur lesquels il avoit été reglé avant qu'on en dégageât l'air. Si on joint ensemble ce que les dix-sept expériences ci-dessus ont donné, on trouvera que la quantité de l'air, un peu plus condensé que celui de l'Atmosphere, qui a été tirée de l'Esprit de Vin, étoit de $47^d \frac{1}{2}$.

J'ai fait les mêmes expériences sur un autre Thermometre rempli du même Esprit de Vin affoibli, son Tuyau étoit plus court que celui du précédent, il avoit moins de degrés au-dessus de la congélation. Dans la premiere expérience, il a donné $4^d \frac{1}{2}$ d'air condensé, qui avant de l'être, occupoit $10^d \frac{1}{2}$.

Dans la seconde expérience, il a donné

16$^{d}\frac{1}{4}$ d'air condenſé, qui avant de l'être, occupoit 41$^{d}\frac{1}{2}$.

Dans la troiſieme expérience, il a donné 10$^{d}\frac{1}{2}$ d'air condenſé, qui avant de l'être, occupoit 48^{d}.

L'air qui a été tiré dans ces trois expériences, a été tout celui qui a pu être tiré par la chaleur capable de faire monter l'Eſprit de Vin juſqu'au haut du Tube. Sa quantité n'a été que de 31$^{d}\frac{1}{4}$ d'air condenſé; inutilement le Thermometre a-t-il été remis dans l'eau chaude, & couché après en avoir été tiré.

L'Eſprit de Vin des deux expériences précédentes étoit de celui dont nous avons juſqu'ici rempli nos Thermometres, c'eſt-à-dire, de celui dont l'étendue de la dilatabilité entre le froid de la congélation de l'eau, & la plus grande chaleur que l'eau bouillante puiſſe lui faire prendre, ſans le faire bouillir, eſt compriſe entre les nombres de 1000 & de 1080. Cet Eſprit de Vin étoit fait d'un autre Eſprit de Vin qu'on avoit affoibli, dont le volume réduit à 1000 par la congélation, étoit porté à 1090 par la chaleur de l'eau bouillante. J'ai voulu éprouver ce que cet Eſprit de Vin donneroit d'air; j'en ai rempli la Boule, & partie du Tube d'un Thermometre, gradué ſelon la méthode que nous avons expliquée. Dans le tems de la congélation de l'eau, ce Thermometre étoit au même point, c'eſt-à-dire, à 0 degrés, que les Thermometres à Eſprit de Vin affoibli. Mais dans tout autre tems, il marquoit & devoit marquer des degrés differens de ceux que marquoit l'Eſprit de Vin affoi-

affoibli des autres Thermometres. J'ai fait les mêmes manœuvres pour tirer l'air de l'Eſprit de Vin de ce Thermometre, que j'avois employées pour tirer l'air de l'Eſprit de Vin des autres.

Dans la premiere expérience, il m'a donné $16^{d} \frac{1}{2}$ d'air condenſé, qui avant de l'être, occupoit 28^{d}.

Dans la ſeconde expérience, il a donné $23^{d} \frac{1}{2}$ d'air condenſé, qui avant de l'être, occupoit $50^{d} \frac{1}{4}$.

Dans la troiſieme, il a donné $14^{d} \frac{1}{2}$ d'air condenſé, qui, raréfié, occupoit $48^{d} \frac{1}{2}$.

Dans ces trois expériences, il a donc fourni $54^{d} \frac{1}{2}$ d'air condenſé. C'eſt auſſi tout celui qui en a pu être tiré, car c'eſt inutilement qu'il a été remis enſuite dans l'eau chaude.

Au reſte, ſi on compare entre eux les réſultats des differentes expériences faites ſur le même Thermometre, ou les réſultats de ce qu'ont donné les expériences faites ſur differens Thermometres, on trouvera des variétés, dont les cauſes ne ſont pas difficiles à appercevoir. Une ſeconde expérience faite ſur le même Thermometre tirera plus d'air de l'Eſprit de Vin que n'en a tiré la premiere, ſi la quantité d'air qu'on a laiſſée la 2de. fois dans le haut du Tube eſt moindre que celle qu'on y avoit laiſſée la premiere fois. L'air laiſſé dans le Tube ſe dilate, comme il eſt très connu; plus il ſe dilate, & plus la force de ſon reſſort s'affoiblit; d'où il ſuit que moins on a renfermé d'air dans le Tube, & moins cet air eſt en état de preſſer l'Eſprit de Vin, ou, ce qui eſt la même choſe, d'empêcher

pêcher l'air, qui lui eſt uni, de s'en dégager.

Une autre circonſtance encore à remarquer, c'eſt que ſi on donne le tems à l'Eſprit de Vin de ſe refroidir davantage dans une expérience que dans l'autre, qu'il s'en échappe plus d'air dans cette expérience. De-là il arrive que ſi une expérience eſt faite dans un tems plus froid que celui où l'autre a été faite, celle qui a été faite dans un tems plus froid, tirera une plus grande quantité d'air, quoiqu'on ait laiſſé, dans l'une & dans l'autre, le même intervalle entre le tems où l'on a ſcellé les Thermometres, & celui où on les a déſcellés. Un degré de froid conſiderable accélere extrêmement l'opération, car il eſt à remarquer que l'air ne ſe dégage de la liqueur que lorſqu'elle ſe refroidit; l'air du haut du Tube qui la ſuit, perd de la force avec laquelle il l'a comprimé, parce qu'alors il ſe dilate de plus en plus. Il en perd encore par une autre conſideration, c'eſt qu'il ſe refroidit lui-même, & plus vîte que la liqueur: or on ſait combien la chaleur eſt capable d'augmenter la force du reſſort de l'air. Auſſi un fait qui mérite fort d'être remarqué, c'eſt que ſi on obſerve le Thermometre après l'avoir tiré de l'eau chaude, l'avoir couché, on voit quelquefois ſa liqueur s'approcher peu-à-peu du terme de la congélation, ſans qu'il paroiſſe de bulle, ou au moins de bulle conſiderable dans la Boule: mais eſt-elle arrivée à un certain terme, par exemple, à 16 degrés, ou plus bas, comme je l'ai vu y deſcendre en quelques circonſtances; quoique la chaleur de l'air extérieur n'augmente pas, la liqueur com-

commence enſuite à s'élever, & inſenſiblement elle remonte juſqu'à 30 ou 40 degrés; c'eſt qu'alors l'air ſe dégage de l'Eſprit de Vin, & qu'à meſure qu'il s'en échappe, il ſe dilate, & force la liqueur du Tube à lui laiſſer de la place, à avancer vers la partie ſupérieure du Tube, & à condenſer l'air qui y eſt, & qui s'étant refroidi eſt plus aiſé à condenſer.

De Thermometre à Thermometre, il y aura auſſi des variétés qui auront les mêmes ſources que celles que nous venons de rapporter. Mais il y en a une autre qui n'en donne pas ſeulement dans les réſultats de chaque épreuve, mais qui en donne de plus dans la ſomme des réſultats: c'eſt ſi les Tubes n'ont pas un égal nombre de degrés au deſſus du terme de la congélation de l'eau. Car le degré de chaleur qui fait monter l'Eſprit de Vin au haut du Tube qui a moins de degrés, eſt plus foible que celui qui le fait monter au haut du Tube qui a plus de degrés. De-là il arrive que lorſque les deux liqueurs viennent à ſe condenſer, l'eſpace vuide que laiſſe celle qui a le moins de degrés, eſt auſſi le moindre. De ſorte que ſi on a laiſſé dans le haut des deux Tubes une égale quantité d'air, l'air de l'un a plus de force pour agir contre la liqueur que l'air de l'autre, parce qu'il n'a pas autant d'eſpace pour ſe raréfier.

Des expériences répétées avec le même Thermometre vuidé, & rempli enſuite de la même liqueur, ou d'une liqueur pareille, pourroient auſſi donner des variétés; le même

me Esprit de Vin, la même eau, peuvent ne pas contenir toujours la même quantité d'air, & réellement ils en contiennent moins en certains tems que dans d'autres. D'ailleurs il peut rester de l'air adhérent aux parois des Tubes, que l'Esprit de Vin introduit n'a pas chassé; il y en peut rester tantôt plus tantôt moins; ce qui donnera encore des differences entre les résultats des épreuves. Dans la premiere que nous avons rapportée, où la liqueur n'a été épuisée d'air qu'après dix-sept opérations, il y avoit du Sable dans la Boule du Thermometre; l'air qui y étoit resté attaché a bien pu fournir une partie de celui qui a mis une si grande difference entre le résultat de cette épreuve, & le résultat de la seconde; l'une a fourni 47 $\frac{1}{3}$ degrés d'air condensé, & l'autre 31 $\frac{1}{4}$ degrés seulement. La difference du nombre des degrés des Tuyaux de ces deux Thermometres a pourtant entré pour beaucoup dans la cause de cette difference. Mais dès qu'il y a du Sable, du Plomb dans la Boule, &c. les opérations ont besoin d'être répétées plus de fois, une partie des bulles d'air qui se dégagent de l'Esprit de Vin se trouvent arrêtées entre les grains de ces matieres, elles ne peuvent monter au haut de la Boule.

Les expériences que nous venons de rapporter suffisent, par rapport au premier objet que nous nous étions proposé, pour faire voir que lorsque nous avons privé d'air l'Esprit de Vin d'un Thermometre, autant que ce genre d'épreuve l'a permis, que nous avons assuré la régularité de sa marche, qu'il

n'y

n'y a plus à craindre qu'elle ſoit troublée par l'air que cet Eſprit de Vin pourra reprendre par la ſuite. On lui a ôté 30 à 40 degrés d'air, & lorſqu'on ſcelle le Tube, on n'y renferme que deux ou trois degrés d'air, & beaucoup moins, ſi l'on veut. L'Eſprit de Vin ne ſauroit ſe ſaiſir de tout cet air, & quand il s'en ſaiſiroit, il en ſeroit très peu chargé.

Mais ces expériences mériteroient d'être pouſſées plus loin, pour nous faire connoître plus préciſément la quantité d'air qui eſt contenue dans differentes liqueurs, & ſur-tout dans l'eau; la quantité qui en peut être tirée par de plus grands degrés de chaleur que ceux que nous avons employés pour l'Eſprit de Vin. L'expérience qu'a faite M. Mariotte avec ſon petit dé de Verre rempli d'Huile, lui a paru prouver qu'une goutte d'eau contenoit un volume d'air, tel que celui qui eſt ſimplement preſſé par le poids de l'Atmoſphere, huit à dix fois plus grand que le ſien.

Il y a beaucoup d'apparence que la bulle qu'il a eue a été groſſie par de l'air étranger à l'eau; mais nous ne nous arrêterons pas actuellement à déterminer ce qu'on doit penſer ſur la quantité d'air qui eſt dans l'eau, nous ſerions obligés d'entrer dans un détail d'expériences & de diſcuſſions qui nous ont menés plus loin que nous ne l'avions prévu, lorſque nous nous y ſommes engagés: nous pourrons en rendre compte dans un autre tems.

Quelle que ſoit la quantité réelle d'air, qui eſt contenue dans l'eau & dans les autres li-

qui-

quides, la maniere dont elle y eſt contenue eſt très digne de l'attention des Phyſiciens. Nous avons vu que la quantité d'air qui, au milieu de notre Atmoſphere, & condenſée par ſon poids, occupoit 54 degrés, n'augmente le volume de l'Eſprit de Vin auquel elle eſt unie, que d'environ un quart de degré, qu'elle n'y occupe qu'une place qui eſt près de 216 fois plus petite que celle qu'elle occupe dans l'Atmoſphere. L'expérience qui a fait penſer à M. Mariotte que l'air étoit huit ou dix fois plus comprimé dans l'eau qu'il ne l'eſt lorſqu'il en eſt ſorti, qu'il y occupe huit à dix fois moins de place, ſemble donc ne lui avoir pas encore fait imaginer à beaucoup près l'air aſſez à l'étroit dans l'eau. Enfin l'air, pendant qu'il eſt dans l'eau, a perdu ſa compreſſibilité, & nous avons vu de plus qu'il a perdu ſenſiblement ſa dilatabilité.

Peut-être pourtant a-t-on trop admiré la maniere dont l'air eſt contenu dans l'eau & dans les autres liquides; on a enviſagé ce phénomene ſous certains côtés qui y jettent un merveilleux, qui eût diſparu, ſi on l'eût conſideré autrement. Une idée aſſez ordinaire eſt de regarder l'air comme du coton, comme de la laine, comme de l'éponge, & beaucoup plus ſpongieux encore que ne ſont tous les autres corps ou aſſemblages de corps auxquels on peut le comparer. Cette idée eſt très propre pour expliquer pourquoi il ſe laiſſe comprimer conſiderablement par les poids, pourquoi auſſi il peut être extrêmement raréfié, & paroitre ſous un volume

qui

qui ſurpaſſe conſiderablement celui ſous lequel nous l'avions vu auparavant.

M. Mariotte a auſſi adopté cette idée; mais pour expliquer comment, malgré ſa force de reſſort, l'air peut être contenu dans l'eau, comment il peut y être ſi condenſé, il a eu recours à une autre ſuppoſition. Il a penſé que l'eau diſſout l'air, comme elle diſſout certains Sels; il a imaginé de très jolies expériences, & très propres à appuyer cette idée. Il a fait bouillir de l'eau, & l'a ainſi privée de ſon air. En cet état, il l'a renfermée dans une bouteille avec une bulle d'air; il eſt arrivé à cette bulle, ce qui ſeroit arrivé à un morceau de Sucre ou de Sel; la bulle a, peu à peu, diminué de volume; enfin elle a diſparu totalement; d'où M. Mariotte a conclu qu'elle a été diſſoute par l'eau, & que comme l'eau peut diſſoudre du Sel, & qu'elle n'en peut diſſoudre qu'une certaine quantité, de même elle diſſout l'air, & qu'elle n'en diſſout qu'une certaine quantité; car on lui offre inutilement une nouvelle bulle d'air, lorſque la premiere a été aſſez groſſe, ou lorſque l'eau en a pris ſucceſſivement un certain nombre de petites.

Cette idée, qui m'avoit extrêmement plu, m'a ſemblé, dans la ſuite, laiſſer bien des difficultés à réſoudre. J'ai eu peine à admettre, avec M. Mariotte, que ce ne fût plus, comme il le ſuppoſoit, de l'air, mais ſimplement de la matiere aërienne qui fût contenue dans l'eau. Il a jugé néceſſaire de le décompoſer, pour lui ôter ſes propriétés.

L'eau

L'eau commune qui tient du Sel diſſout, l'Eau forte, ou l'Eau régale, qui tiennent des métaux diſſouts, tiennent diſſouts du Sel, de l'Or, de l'Argent, du Cuivre, & non ſimplement de la matiere de Sel, d'Or, d'Argent, &c. Le Sel n'eſt nullement décompoſé dans l'eau, il y eſt ſeulement diviſé. Mais ce qui m'a le plus embarraſſé, dans l'idée de M. Mariotte, c'eſt de concevoir comment cet air diſſout, ou plutôt décompoſé, peut reparoitre ſi ſubitement ſous ſa premiere forme. Un coup de piſton, un peu de chaleur de plus, fait ſur le champ ſortir l'air; cette matiere aërienne, cet air diſſout & décompoſé eſt dans un inſtant en état de s'échapper de l'eau avec ſes propriétés connues. Je ſai que l'air qui ſe dégage de l'eau peut être comparé au Métal, au Sel qui ſe précipitent, & que les précipitations ſe font promptement: mais ſi le Metal & le Sel avoient été décompoſés, ils ne reparoitroient pas, après la précipitation ſubite, ſous leur premiere forme; celles même des Métaux précipités diffèrent de celles qu'ils avoient avant leur diſſolution. Auſſi penſai-je que M. Mariotte a pouſſé ſa ſuppoſition plus loin qu'il n'en avoit beſoin; il me paroît qu'au-lieu de ſuppoſer que l'eau peut diſſoudre l'air, diſſolution d'ailleurs aſſez difficile à concevoir, ſi on ſe contente de ſuppoſer qu'elle peut le pénétrer, le mouiller, on a tout ce qu'il faut pour rendre raiſon des phénomenes qu'on a à expliquer ici.

Continuons de regarder l'air comme reſſem-

ſemblant par ſa ſtructure aux corps ſpongieux, & qu'il ſoit de ceux que l'eau peut pénétrer, qui en peuvent être imbibés; & nous ceſſerons d'être ſurpris de ce que l'air, qui eſt contenu dans l'eau, n'y eſt plus compreſſible, & de ce qu'il y occupe peu de place. Si j'enveloppe une éponge de quelque membrane que l'eau ne puiſſe pénétrer, & que je tienne cette éponge ſuſpendue dans l'eau, par le moyen de quelque fil arrêté au fond du vaſe, l'éponge ſera alors auſſi compreſſible qu'elle l'étoit au milieu de l'air. Si avec un piſton, ou autrement, je preſſe l'eau, l'eau deſcendra, l'éponge ſera forcée d'occuper beaucoup moins de volume, ſes parties ſeront contraintes d'aller ſe loger dans les vuides qu'elles tendent à ſe conſerver entre elles, l'eau occupera la place que les parties de l'éponge auront abandonnée. Ceſſons de preſſer l'eau, l'éponge ſe rétablira dans ſon premier état, elle portera l'eau plus haut. Si enſuite nous ôtons à notre éponge, l'enveloppe dont nous l'avions recouverte, il ſera permis à l'eau de s'inſinuer dans ſon intérieur; donnons-lui le tems d'aller remplir tous les vuides qui ſont entre les filets ſpongieux, après quoi ſi nous avons encore recours au piſton pour preſſer l'eau, nous trouverons qu'elle ne cedera point, comme elle a fait la premiere fois, ou qu'elle cedera très peu. L'éponge alors eſt devenue incompreſſible, ou preſque incompreſſible; ſes parties preſſées ne trouvent plus de places vuides où elles puiſſent ſe loger, l'eau les a remplies; celle qui s'y eſt logée arrête

l'effort

l'effort de celle qui tend à l'en chaſſer. Si l'air peut donc, comme l'éponge, être pénétré par l'eau, ſi elle peut aller remplir les vuides qui ſont entre ſes parties, le voilà qui ceſſe d'être compréſſible.

La force prodigieuſe, que quelques Phyſiciens ont jugé néceſſaire pour tenir l'air comprimé dans l'eau, devient donc inutile au moyen de cette hypotheſe; l'air qui eſt dans l'eau peut n'y être pas plus comprimé que l'eſt celui qui nous environne, que par le poids de l'Atmoſphere; ou s'il l'eſt de quelque choſe de plus, ce n'eſt que par le poids de l'eau.

On a cru que l'air eſt extrêmement comprimé dans l'eau, parce qu'on l'y a placé tout autrement qu'il ne devoit être placé: car pour revenir encore à la comparaiſon de notre éponge, qu'on ait deux vaſes égaux, dont l'un ſoit rempli de fragmens d'éponge, & dont l'autre ſoit rempli d'eau à $\frac{1}{10}$ près. Si on propoſe à quelqu'un de faire entrer les fragmens d'éponge dans le vaſe d'eau, & de faire enſorte que le vaſe ne ſoit que plein, lorſqu'outre l'eau il contiendra l'éponge; & qu'on demande à celui à qui on fait cette propoſition, de combien il a beſoin de comprimer l'éponge, il pourra répondre qu'il a beſoin de la réduire à occuper un volume qui ſoit dix fois plus petit que celui ſous lequel elle paroît; que l'ayant rendue dix fois plus denſe, elle n'occupera que cette dixieme partie du vaſe qui reſte à remplir. C'eſt ainſi au moins qu'ont répondu la plupart des Phyſiciens, par rapport à l'air qui eſt contenu

nu dans l'eau. Mais on pourroit répondre, & on auroit très bien répondu, que ſans comprimer l'éponge, que ſans la rendre plus denſe, on pouvoit la faire entrer dans le vaſe à qui il manquoit un dixieme d'eau; qu'il n'y avoit qu'à l'introduire dans le vaſe peu à peu, qu'à n'y faire entrer que ce qui ſeroit bien imbibé, & que quand elle y ſeroit entrée toute entiere, le vaſe contenant l'eau & l'éponge ne ſeroit que plein, & cela parce qu'il y a entre les parties de l'éponge des vuides que l'eau peut remplir, & que la ſomme de ces vuides eſt égale à $\frac{9}{10}$ du volume total de l'éponge. Qu'entre les parties de l'air il y ait des vuides, comme entre celles de l'éponge, & des vuides où l'eau puiſſe s'inſinuer, il eſt clair alors que cet air, ſans être condenſé, peut tenir très peu de place dans l'eau, une place bien differente de celle qu'il occupe hors de l'eau. Il en eſt de l'air préciſément comme de notre éponge, à cela près qu'étant de toutes les matieres que nous connoiſſons la plus rare, ſon poids étant à celui de l'eau comme 800 à 1, ou peut être dans un moindre rapport, il pourroit y avoir dans l'eau un volume d'air preſque égal à celui de l'eau, ſans que le volume de l'eau où il eſt contenu en fût ſenſiblement augmenté. Car ſi l'eau rempliſſoit tous les vuides que les parties d'air laiſſent entre elles, un volume d'eau de 800 & un voulume d'air de 800 ne feroient enſemble qu'un volume de 801. Mais ce ſeroit pouſſer peut-être trop loin la petiteſſe des parties de l'eau, que de leur en donner une telle, qu'elles fuſſent capables de s'introduire dans les plus petits vuides de l'air:

l'air : nous n'avons point d'expériences qui exigent que nous la portions ſi loin. Nous avons vu que 54 degrés d'air occupent dans l'Eſprit de Vin un volume de $\frac{1}{4}$ de degré, & un peu davantage; à cauſe de cet excédent ſur le $\frac{1}{4}$ de degré, ſuppoſons que 50 degrés d'air occupent préciſément $\frac{1}{4}$ de degré, alors un volume de 800 parties d'Eſprit de Vin mêlé avec 800 parties d'air deviendroit environ un volume de 804 parties.

On ne doit avoir nulle peine à accorder à l'eau des parties auſſi déliées que nous les lui voulons; elle eſt peut-être de tous les liquides ſenſibles celui qui en a de plus ténues; une grande partie des autres liquides lui doivent leur liquidité ; nous n'en connoiſſons point où elle n'entre pour beaucoup. Nous devons auſſi être diſpoſés à admettre entre les parties de l'air, des vuides capables de recevoir l'eau; la grandeur des eſpaces, que les parties d'air laiſſent entre elles, eſt bien conſiderable, quand il eſt trois à quatre mille fois plus raréfié que celui de notre Atmoſphere, comme il l'eſt quelquefois. Ces eſpaces vuides ne laiſſent pas même d'être grands dans l'air auſſi condenſé que celui de notre Atmoſphere, puiſque de tel air eſt capable de ſe laiſſer beaucoup condenſer, qu'il eſt près de 800 fois plus rare que l'eau. Enfin l'hypotheſe de M. Mariotte, qui veut que l'eau diſſolve l'air, demande encore que les parties de l'eau ſoient plus petites que nous n'en avons beſoin pour la nôtre.

Au reſte, quand nous avons comparé l'air à une éponge, nous n'avons voulu donner idée

idée que des vuides qui ſont entre ſes parties, & nullement de la figure de ces mêmes parties. Heureuſement, nous n'avons aucun beſoin de pouſſer nos conjectures juſque-là. Nous n'avons nullement beſoin de décider ſi l'air eſt un liquide, tel que l'eau, ou s'il eſt un ſimple fluïde ; ſi un volume d'air n'eſt qu'un amas d'une infinité de petits grains, comme l'eſt un tas de ſable. Rien ne nous force à déterminer les figures des grains d'air, s'il eſt permis de parler de la ſorte, à celle de boules creuſes, d'eſpeces de petits balons, comme le veulent quelques Phyſiciens ; ou à la déterminer à celle d'eſpeces de cerceaux, ajuſtés comme ceux des Spheres, ainſi que le veut M. Hartſoeker. Il veut auſſi *, comme nous, que l'eau puiſſe s'introduire dans l'air, que les cerceaux, en ſpheres, d'air ſoient beaucoup plus grands que les boules creuſes & percées, ſous la forme deſquelles il ſe repréſente les parcelles de l'eau ; mais il ne nous a pas paru avoir cherché à développer cette idée, & à en faire uſage pour rendre raiſon des faits que nous avons tâché d'expliquer ici.

Il ne nous importe donc quelle ſoit la figure des grains d'air, pourvu que leur ſtructure ſoit telle, qu'elle permette à l'eau de les pénétrer ; que chaque grain d'air ſoit par rapport à l'eau un petit grain d'éponge, cela ſuffit. De cette ſuppoſition ſimple, ſe déduiſent les faits que nous avons à expliquer. Nous avons déja vu qu'alors l'air contenu dans

* *Cours de Phyſique*, p. 49. & 50.

dans l'eau n'y doit être nullement compreſſible. Il eſt également aiſé de voir pourquoi il n'a plus ſon degré de dilatabilité ordinaire. L'eau occupe des places qui ont coutume d'être remplies par la matiere propre à le dilater, & dans leſquelles cette matiere peut s'introduire en plus grande quantité en certaines circonſtances que dans d'autres: alors c'eſt dans l'eau ſeulement que cette matiere peut s'introduire; là elle ne peut dilater l'air qu'autant qu'elle dilate l'eau, qu'au moyen de la dilatation qu'elle donne à l'eau; de ſorte que ſi l'eau rempliſſoit tous les vuides que les parties des grains d'air laiſſent entre elles, l'air ne ſeroit dilatable que proportionnellemnt à la quantité réelle de ſa matiere propre, moins que ne le ſont bien des corps ſolides, & que ne l'eſt l'eau.

Mais il y a, ſans doute, entre les parties de l'air des vuides qui ſont trop petits pour recevoir l'eau, & qui peuvent recevoir la matiere ſubtile, la matiere du feu; & ce ſont préciſément ces petits eſpaces vuides qui font que l'air peut ſe dégager de l'eau dans les trois circonſtances où il s'en dégage. 1°. Lorſque l'eau n'eſt plus comprimée par un poids auſſi grand que celui qui la preſſe ordinairement. 2°. Lorſque l'eau reçoit une augmentation de chaleur conſiderable. 3°. Ou enfin lorſque l'eau ſe refroidit beaucoup. Quoique l'air contenu dans l'eau ne ſoit pas ſenſiblement compreſſible, celles de ſes parties, entre leſquelles l'eau n'a pu pénétrer, ſont réellement comprimées; elles tendent continuellement à ſe dilater, & ſe dilatent dès que la force qui

qui les comprimoit devient moins grande, comme il arrive lorſqu'on pompe l'air du balon de la Machine pneumatique, & comme il arrive dans toutes les expériences où nous purgeons l'eau, ou l'Eſprit de Vin, d'air par le moyen de nos Thermometres. Imaginons que les parties d'air qui ſe dilatent ſont vers le centre d'un grain ; non-ſeulement, en ſe dilatant, elles augmenteront le petit vuide qui y étoit, elles en produiront bientôt entre d'autres parties ; l'effort de leur reſſort chaſſera l'eau d'entre les parties voiſines, qui à leur tour agiront de tout leur reſſort. Ainſi de proche en proche, l'eau ſera bien-tôt chaſſée du grain d'air qu'elle mouilloit; ce grain, devenu plus léger par ſon augmentation de volume, changera de place, il ſe joindra à d'autres qu'il trouvera en ſon chemin ; ainſi ſe formera une bulle capable de s'élever juſqu'à la ſurface de l'eau, & de s'échapper. Les grains d'air, dans leſquels l'eau a moins pénétré, ſont ceux qui ſe dégagent dès que les premiers coups de piſton ont été donnés ; les grains plus imbibés d'eau ne ſont en état de reprendre aſſez de reſſort pour la chaſſer, que quand le nombre des coups de piſton a été très multiplié.

Dans le ſecond cas, dans celui où l'air ſe dégage de l'eau qu'on a miſe ſur le feu, ou qu'on a chauffée de quelque autre maniere, la cauſe qui fait élever des bulles d'air eſt équivalente. Une augmentation de chaleur augmente le reſſort de l'air. Celles de ſes parties entre leſquelles il n'y a point

d'eau reçoivent de la matiere du feu, elles agiſſent alors, comme dans le cas précédent, avec ſuccès, tant pour s'étendre, que pour forcer l'eau à ſortir d'entre les parties voiſines, entre leſquelles ſe loge la matiere propre à mettre leur reſſort en jeu.

Enfin dans le troiſieme cas, dans celui d'un refroidiſſement conſiderable de l'eau, l'eau ſe condenſe; elle ne remplit plus exactement les places où elle s'étoit logée, elle y laiſſe des vuides où la matiere ſubtile, la matiere propre à augmenter le reſſort, s'introduit. Quelques circonſtances particulieres aident encore à augmenter alors la force de ce reſſort; mais il ſuffit d'avoir entrevu comment, dans ces trois cas, l'air peut ſe dégager de l'eau.

Il ne ſera pas plus difficile de comprendre comment l'eau peut ſe charger, dans la ſuite, de l'air qui en a été chaſſé par une des trois cauſes précédentes, quand il n'y aura plus aucune de ces mêmes cauſes qui y mette oppoſition. Elle mouillera peu à peu l'air qui touche ſa ſurface, elle le pénétrera, elle montera dedans chaque grain, comme elle monteroit dans un morceau de drap qui la toucheroit. Le grain d'air ſe charge ainſi d'eau peu à peu, il s'appeſantit, il s'en applique davantage contre la ſurface de l'eau, & enfin devient en état de deſcendre au deſſous de cette ſurface, & d'y reſter quand il eſt autant imbibé d'eau qu'il le peut être.

L'expérience du petit dé de Verre de M. Mariotte & d'autres expériences plus exactes prouvent que l'eau, & il en eſt de même de plu-

plusieurs autres liqueurs, contient une quantité d'air, dont le volume surpasseroit le sien plusieurs fois, s'il étoit libre au milieu de l'Atmosphere. Il nous reste encore à expliquer comment tant d'air peut être contenu dans l'eau, sans qu'une force considerable soit employée à le comprimer. Pour mieux exposer la difficulté, & pour en donner le dénouement, ayons encore une fois recours à nos fragmens d'éponge: prenons un vase qui en est rempli; versons peu à peu de l'eau dans ce vase qui aille remplir tous les vuides qui sont entre les parties des fragmens d'éponge. On voit assez, & nous l'avons assez vu, que la quantité d'eau qui y entrera, differera peu de celle qui eût été nécessaire pour remplir le vase, s'il eût été vuide, ou, ce qui est la même chose, que le volume d'eau sera à peu près égal à celui des grains spongieux. Mais nous trouvons au milieu de notre eau ordinaire, une quantité d'air dont le volume surpasse plusieurs fois celui de l'eau même. Le cas que nous avons à examiner est donc celui où il y auroit dans notre vase, outre l'eau qu'il contient, assez de grains spongieux pour le remplir plusieurs fois. Pour se faire quelque idée de la façon dont une si grande quantité de grains a pu y trouver place, ne nous contentons pas de regarder les grains, dont nous avons rempli notre vase, comme spongieux. Imaginons-les de nature approchante de celle de divers corps qui perdent leur ressort dès que l'eau les pénétre, dès qu'elle les mouille, comme sont le Cuir, les membranes de

pluſieurs Veſſies, le Carton ou le Papier. De petites boules creuſes, de petits cylindres creux, & mille autres corps de figures irrégulieres, formés de quelques-unes de ces matieres, occuperoient, ſecs, dans un vaſe, un eſpace conſiderablement plus grand que celui qu'ils y occuperoient mouillés; le vaſe qui ſeroit rempli de fragmens chiffonnés de papier ſec, recevroit le double ou le triple de pareils fragmens bien imbibés d'eau. Imaginons donc que l'air, comme ces differentes matieres, ſe laiſſe affaiſſer, lorſque l'eau s'eſt inſinuée entre ſes parties, lorſqu'elle y occupe la place du fluïde qui produit ſon reſſort, & il ne ſera pas difficile de concevoir comment il peut y avoir dans l'eau une quantité d'air, dont le volume ſurpaſſeroit pluſieurs fois le ſien, ſi cet air étoit ſec, & avec tout ſon reſſort au milieu de l'Atmoſphere, & comment cet air eſt contenu dans l'eau, ſans qu'il ſoit beſoin d'une force exceſſive pour l'y condenſer. Le Papier, le Carton auquel nous l'avons comparé, qui ſec ſoutiendroit par ſon reſſort quelque corps peſant, étant mouillé ne peut pas même ſoutenir ſon propre poids. Si ce n'eſt pas expliquer entierement la cauſe premiere de l'effet que nous venons d'examiner, c'eſt faire voir au moins qu'il peut en avoir une ſemblable, ou analogue à celle de pluſieurs autres effets qui nous ſont familiers, & dont la production ne nous paroît pas difficile à concevoir.

Mais, pour revenir à la conſtruction de nos Thermometres, il ſemble que nous avons aſſez

assez assuré la régularité de leur marche contre les dérangemens qui pourroient y être produits par des chaleurs excessives. La pratique de l'expédient que nous avons donné, est d'ailleurs plus simple qu'elle ne pourroit paroitre. Il est vrai qu'on sera souvent obligé de mettre un Thermometre quinze & vingt fois dans l'eau chaude, lorsqu'on voudra épuiser exactement la liqueur de tout l'air qui en peut être tiré par le degré de chaleur capable de la faire monter jusqu'au haut du Tube: mais ces quinze ou vingt opérations emporteront peu de tems à des Ouvriers qui construiront un grand nombre de Thermometres à la fois; on en peut mettre plusieurs dans un même chaudron plein d'eau chaude, & les mît-on un à un, cela va assez vîte. Mais je ne pense pas qu'il soit bien nécessaire de purger l'Esprit de Vin de tout l'air en question; quand on lui en laissera un ou deux degrés, ce peu d'air qui lui sera laissé, ne sera pas capable d'alterer sensiblement la marche du Thermometre, & on s'épargnera la répétition du plus grand nombre des opérations. Dans les trois premieres, on tirera quelquefois 30 ou 40 degrés d'air; il en faudroit ensuite employer plus de douze à quinze pour tirer le dernier, ou les deux derniers degrés.

Il ne resteroit plus qu'à faire voir comment on peut mettre la marche de nos Thermometres hors d'état d'être troublée par les plus grands froids: quoique le moyen en soit simple, & le même dans le fond que celui auquel nous avons eu recours contre l'effet de

la chaleur, pour nous assurer de son efficacité, il a fallu faire des expériences sur diverses sortes de refroidissemens artificiels, qui nous ont fourni des faits qui mériteroient d'être détaillés, & qui ne le pourront être que dans un Mémoire, pour lequel même ils fourniront une ample matiere.

Avant de finir celui-ci, il nous reste encore à examiner s'il n'y a pas une cause d'irrégularité dans la marche des Thermometres à Esprit de Vin, qui mérite plus qu'aucune autre qu'on cherche à prévenir ses effets. On me fit faire attention à celle dont je veux parler, dans nos Assemblées de l'Académie ; on m'y fit remarquer qu'elle pourroit beaucoup plus influer sur les Thermometres de nouvelle construction que sur les autres ; ils ont communément de plus longs Tubes, parce que le jeu de la liqueur y a une plus grande étendue, ou, ce qui est la même chose, parce que leurs degrés sont plus grands que ceux des autres Thermometres. Or dans tout Thermometre la colomne de liqueur qui charge la Boule dans des jours extrêmement chauds, est plus haute, sensiblement, que celle qui la charge dans des jours très froids. La difference entre les hauteurs des colomnes est d'autant plus considerable dans un Thermometre, que chacun de ses degrés proportionnels à ceux d'un autre sont plus grands. La Boule de nos Thermometres se trouve donc beaucoup plus chargée dans les grandes chaleurs de l'Eté que dans les froids de l'Hiver ; car les premiers principes de l'Hydrostatique apprennent que quelque petit que

soit

soit le diametre des colomnes dans le Tube, leur effort est égal à celui de colomnes de pareille hauteur, & dont le diametre seroit le même que celui de la Boule. Tout roide qu'est le Verre, il n'est pas inflexible. L'augmentation de pression sur la Boule, sur-tout si elle n'est pas exactement ronde, & que ses parois soient minces, y doit produire quelque effet, elle doit augmenter sa capacité. De-là il suit qu'une portion de liqueur qui, dans les tems chauds, devroit occuper une partie du Tube, y marquer des degrés, restera dans la Boule pour remplir ce dont sa capacité a été augmentée. La liqueur sera donc trop bas dans le Tube pour y marquer le vrai degré de chaleur. Moins la figure de la Boule approchera de la sphéricité exacte, & plus l'augmentation de la charge agira contre elle avec succès pour augmenter sa capacité. J'ai pourtant proposé dans le premier Mémoire, de donner à la partie que nous nommons la Boule, une figure lenticulaire, ou celle de boule applatie, & je la lui eusse fait donner, si j'eusse trouvé des ouvriers plus disposés à en prendre la peine. Jamais les boules ne sont assez parfaitement rondes, & je proposois de les faire encore d'une figure qui seroit moins capable de résister aux augmentations de pression.

Tous les principes sur lesquels est fondée cette difficulté sont certains; mais il s'agissoit de savoir jusqu'où alloit dans la pratique l'augmentation du volume de la Boule produite par l'augmentation de la hauteur de la colomne; si elle causoit une irrégularité qui

méritât qu'on cherchât à y apporter remede.

Il y a à choisir entre les moyens qui s'offrent pour s'assurer si une augmentation de pression, équivalente à celle de la hauteur de nos colomnes de liqueur, peut produire sur nos Boules de Thermometres une augmentation de capacité qui mérite qu'on en tienne compte. Un de ces moyens est de remplir d'eau la Boule & le Tube d'un Thermometre, de boucher avec le doigt le bout de ce Tube plein, de renverser ensuite le Thermometre le haut en-bas, & de mettre dans un vase plein d'eau le bout du Tube; qu'on ôte alors le doigt qui lui servoit de bouchon. Dans cet état non seulement la Boule cesse d'être chargée du poids de la colomne d'eau qui rempliſſoit le Tube, de ce poids qui, lorsqu'elle étoit dans une autre position, tendoit à aggrandir sa capacité, mais cette même colomne d'eau contrebalance une partie de la colomne de l'Atmosphere, & par conséquent la partie convexe de la Boule se trouve plus chargée que ci-devant; ainsi non seulement le ressort des parties de la Boule tend à les ramener vers le centre, l'augmentation de charge les y porte aussi. La Boule doit donc diminuer de capacité, ou, ce qui est la même chose, chasser une portion de son eau dans le Tube, & une partie de celle du Tube doit couler dans le vase. Qu'on bouche alors une seconde fois le Tube avec le doigt, qu'on le retire de l'eau, & qu'on le redresse, le tenant toujours bouché; il doit se faire un vuide entre le doigt & la surface

de

de la liqueur du Tube qui ſera égal à ce dont la capacité de la Boule eſt plus grande alors qu'elle ne l'étoit dans la poſition contraire. Il reſte auſſi alors réellement un vuide entre le doigt & la ſurface de l'eau, mais tel qu'il ne mérite pas qu'on y faſſe attention par rapport à la graduation des Thermometres. Les Boules les plus irrégulieres, & les Tuyaux les plus longs, ne me l'ont jamais donné de $\frac{1}{4}$ de degré, & peut-être au plus de $\frac{1}{3}$ de degré. J'ai eſſayé auſſi une Boîte plate, dont la forme & dont la grandeur approchoient aſſez de celles d'une Boîte à Thé d'une demi-livre. Le vuide qu'elle m'a donné n'a pas été d'un demi-degré. Cependant la difference entre les hauteurs des colomnes, dans le cas de cette épreuve, étoit peut-être double de ce qu'elle eſt dans le jeu du Thermometre; les irrégularités, que les differentes hauteurs des colomnes produiroient dans les Boîtes de la figure la moins avantageuſe, n'iroient donc, depuis le plus grand froid juſqu'au plus grand chaud, qu'à $\frac{1}{4}$ de degré, & à $\frac{1}{12}$ au plus dans les Boîtes ſphériques, & cette petite inégalité ſeroit diſtribuée proportionnellement à tous les degrés intermediaires.

Un moyen plus ſimple encore, & équivalent, de reconnoitre ce que la difference des charges peut produire ſur la capacité des Boules, eſt de faire ſucer par quelqu'un le bout d'un Thermometre déſcellé, le plus fortement qu'il lui ſera poſſible, & d'obſerver, pendant qu'il ſuce, de combien la liqueur ſe tient plus haut qu'auparavant dans le Tu-

be, & de combien elle deſcend lorſqu'il ceſſe de ſucer.

Mais le plus ſimple de tous les moyens de faire cette épreuve, & le plus propre à raſſurer ſur l'inquiétude qu'on pourroit avoir, par rapport au Thermometre dont on ſe ſert journellement, c'eſt de voir ſur le Thermometre même, ſi l'inégalité des hauteurs des colomnes de liqueur, eſt capable de produire des differences dans le nombre des degrés. Nous en donnerons la maniere, & un exemple en même tems. Que la liqueur ſoit élevée à 30 degrés au-deſſus de la congélation, qu'eſt-ce que je veux ſavoir? c'eſt ſi la liqueur ne devroit point être à 31 ou 32 degrés, ſi l'excès de cette colomne au-deſſus de celle de la congélation, ou au-deſſus de celle d'un plus grand froid, n'augmente point la capacité de la Boule d'un ou de deux degrés. Pour le découvrir, je n'ai autre choſe à faire que d'avoir recours à un expédient ſimple qui a déja été employé dans ce Mémoire, que d'incliner mon Thermometre juſqu'à ce que le 30me degré ne ſoit pas plus élevé au-deſſus de la Boule, qu'y eſt élevé le degré de la congélation, lorſque le Thermometre eſt dans une poſition verticale. En un mot, je puis rendre la colomne qui charge la Boule auſſi petite que je voudrai, en inclinant le Thermometre. Si à meſure que je l'incline, la liqueur avance du 30me degré vers des degrés ſupérieurs, c'eſt une preuve que la capacité de ma Boule ſe rétrécit. Mais ſi la liqueur reſte ſenſiblement au même degré, quelque inclinaiſon que je donne au

Ther-

Thermometre, j'ai preuve que la capacité de ma Boule ne varie pas aſſez ſenſiblement pour ôter des degrés, ou des portions de degrés. Je n'ai trouvé aucun Thermometre de nouvelle conſtruction, qui, quelque incliné qu'il fût, donnât une augmentation ſenſible de portion de degré. Il faut pourtant avouer qu'on ne juge pas avec autant de préciſion de l'étendue qu'occupe la liqueur dans le Tube incliné, qu'on juge de celle qu'elle occupe dans le Tube droit. Dans le Tube incliné, la liqueur ne remplit pas toute la capacité du dernier degré ſur lequel elle s'étend, elle ſe termine par une eſpece d'onglet. Mais le coup d'œil apprend ſuffiſamment que ce qu'il y a de trop en avant, eſt compenſé par ce qui manque en arriere. C'eſt de quoi on eſt encore mieux en état de juger, ſi avant de faire cette petite épreuve, pendant que le Thermometre eſt droit, on entoure d'un brin de fil le Tube vis-à-vis les bords de la liqueur. Quand on incline enſuite le Thermometre, on voit que ſi la liqueur avance par-delà le fil, le long de la ſurface inférieure, elle laiſſe en-haut du côté oppoſé une place vuide.

S'il y avoit donc un Thermometre à la marche duquel il y eût quelque correction à faire, par rapport à l'inégalité des colomnes, on ſauroit ainſi ſur le champ, la correction qu'il y auroit à faire. Auſſi avons-nous parlé au long, au commencement de ce Mémoire, d'un cas où la liqueur marque plus de degrés ſur le Tube incliné, que ſur le Tube vertical; & nous avons prouvé que c'étoit,

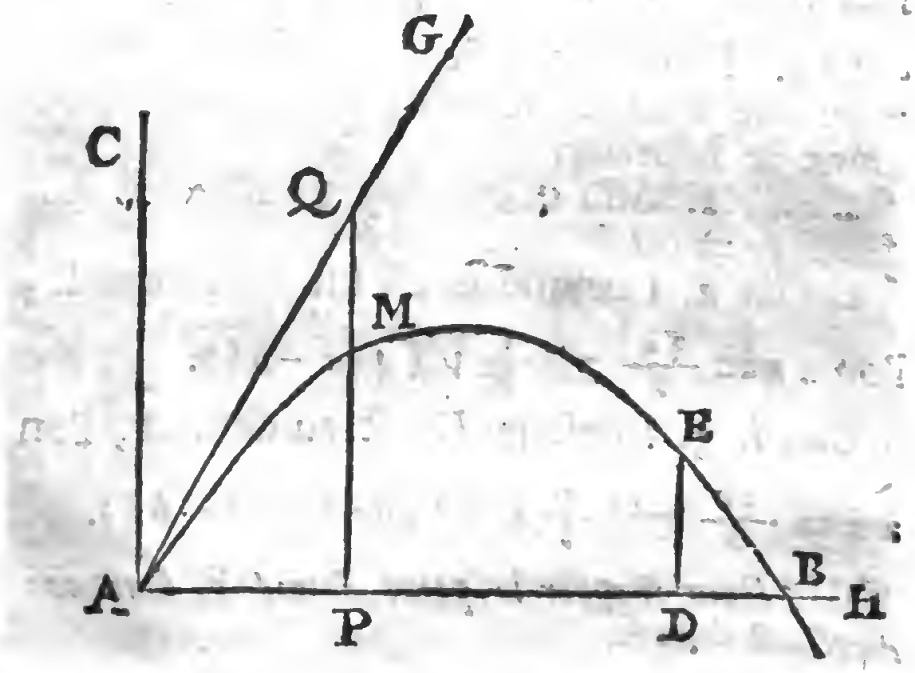
lorſqu'il eſt reſté dans la capacité de la Boule, une certaine quantité d'air qui n'eſt pas unie à l'Eſprit de Vin.

Nous répéterons, en finiſſant, ce que nous avons déja dit ailleurs. Nous n'avons garde de croire que les Thermometres, dont nous avons propoſé la conſtruction, ſeront à l'abri de toutes irrégularités; mais celles où ils reſteront expoſés, ne les empêcheront pas d'avoir toute l'exactitude qu'on en peut demander, & même toute celle qu'on a beſoin qu'ils ayent. Une cauſe d'irrégularités, dont nous n'avons pas encore parlé, & à laquelle on négligera apparemment d'apporter remede, c'eſt que les degrés qui ſervent à meſurer ceux du Tube, n'ont pas une grandeur fixe. Ils ſont tantôt plus grands, & tantôt plus petits. Ils ſont marqués ſur une feuille de papier, collée ſur une planche de bois. Or le bois & le papier ſont allongés par l'humidité, & raccourcis par la ſéchereſſe, & de quantités meſurables ſur des longueurs telles que celles des Thermometres. Je doute pourtant que pour avoir des Thermometres plus précis, on ſubſtitue des planches de métal ou de glace à celles de bois; elles ſeroient elles-mêmes expoſées à s'allonger par le chaud, & à ſe raccourcir par le froid. Il y auroit du ridicule à vouloir pouſſer la préciſion des Ouvrages phyſiques juſqu'à un certain point, auquel il eſt également impoſſible & inutile de la porter.

BALISTIQUE ARITHMETIQUE.

Par M. DE MAUPERTUIS.

QUOIQU'ON ait déja un grand nombre de Traités de Baliſtique, j'ai cru qu'on ne ſeroit pas ſâché de voir tout cet Art dans une page, qui contient, je l'oſe dire, tout ce que contiennent les plus gros Traités, & le contient d'une maniere plus directe, & plus commode pour l'exécution, que les conſtructions géométriques qui dépendent des propriétés du Cercle & de la Parabole.



I. Soit la vîteſſe de la Bombe égale à celle qu'elle auroit acquiſe en tombant de la hauteur CA, c'eſt-à-dire $= V a$, $AQ = t$, QM

$QM=z$; la Bombe ſortant dans la direction AG, l'on aura $t.2z::\sqrt{a}.\sqrt{z}$, ou $tt=4az$. Pour rapporter cette Parabole à la ligne horizontale AH qui fait avec AG un angle, dont le rayon étant $=1$, la tangente $=n$; Soit $AP=x$, $PM=y$, $PQ=nx$; l'on a $QM=PQ-PM$ ($z=nx-y$) & $AQ^2=AP^2+PQ^2$ ($tt=xx+nnxx$). Et chaſſant z & t de la premiere Equation $tt=4az$, l'on trouve $(nn+1)xx=4nax-4ay$.

II. *Pour frapper le point donné* E *avec une charge de Poudre donnée.*

Soit $AD=b$, $ED=c$; il faut que lorſque x devient b, y devienne c; l'on a donc $(nn+1)bb=4nab-4ac$. D'où l'on tire pour la direction du Mortier $n=\frac{2a}{b}\pm\frac{1}{b}\sqrt{(4aa-4ac-bb)}$. D'où l'on voit que pour frapper E avec une charge donnée, il y a deux poſitions de Mortier.

Coroll. 1. Afin que n ſoit poſſible, il faut que $4aa=$ ou $>4ac+bb$.

Coroll. 2. Lorſque E eſt ſur l'horizontale, l'on a $n=\frac{2a}{b}\pm\frac{1}{b}\sqrt{(4aa-bb)}$.

Coroll. 3. Lorſque E eſt au-deſſous, l'on a $n=\frac{2a}{b}\pm\frac{1}{b}\sqrt{(4aa+4ac-bb)}$.

III. *Pour frapper le point donné* E *ſous une direction donnée.*

L'on a $a=\frac{nn+1}{4nb-4c}bb$. Ce qui détermine la charge.

Coroll. On voit par-là que pour une ſitua-

tion

tion conſtante de Mortier, la longueur horizontale du jet eſt proportionnelle à la ligne CA, qu'on prend pour la force du jet. Car c étant $=o$, l'on a $b=\frac{4n}{nn+1}a$.

IV. *Pour trouver la direction du plus long jet poſſible.*

L'on a $AB=x=\frac{4n}{nn+1}a$, qui doit être un *Max.* Differentiant donc cette quantité, ou ſimplement $\frac{n}{nn+1}$, & faiſant la difference $=o$, l'on trouve $n=1$. D'où l'on voit que l'angle demi-droit donne le plus long jet horizontal poſſible.

V. *Pour trouver la plus petite charge qui puiſſe frapper* E.

L'on a $a=\frac{nn+1}{4nb-4c}bb$, qui doit être un *Min.* Differentiant donc cette quantité, en faiſant n variable, ou differentiant ſimplement $\frac{nn+1}{nb-c}$, l'on trouve $n=\frac{c}{b}\pm\frac{1}{b}\sqrt{(bb+cc)}$; ſubſtituant la valeur poſitive pour n dans $a=\frac{nn+1}{4nb-4c}bb$, l'on trouve $a=\frac{1}{2}c+\frac{1}{2}\sqrt{(bb+cc)}$.

DU

DU MOUVEMENT VERITABLE DES COMETES A L'EGARD DU SOLEIL ET DE LA TERRE.

Par M. CASSINI. *

DANS le grand nombre de Cometes qui ont été obſervées depuis pluſieurs Siecles, on en a vu pluſieurs, leſquelles paroiſſoient ſe mouvoir de l'Occident vers l'Orient, ſuivant l'ordre que les Planetes obſervent conſtamment autour du Soleil, & les Satellites autour de leurs Planetes principales; d'autres qui paroiſſoient retrograder pendant tout le tems de leur apparition; d'autres enfin qui après avoir paru d'abord directes ou rétrogrades, prenoient une route directement oppoſée à celle qu'elles avoient eu au commencement qu'on les avoit apperçues.

Ces diverſes directions des mouvemens des Cometes ont donné lieu à divers ſentimens. Les uns ont cru que les Cometes qui paroiſſoient directes, avoient un mouvement réel autour de la Terre ou du Soleil; & que celles que l'on voyoit rétrogrades, décrivoient leurs révolutions autour d'un autre foyer, tel que pouvoient être quelques Etoiles fixes, où une Planete aſſez éloignée de nous, peut n'être

* 23 Juin 1731.

n'être point apperçue à nos yeux, & que l'on ne découvroit ces Cometes que lorſqu'elles étoient dans la partie de leur orbe la plus voiſine de la Terre. D'autres Philoſophes ont regardé le Soleil comme au foyer de toutes les Cometes, mais ils ont cru en même tems qu'elles pouvoient avoir un mouvement indifferemment de tous les ſens de l'Orient vers l'Occident, ou de l'Occident vers l'Orient.

Ils ont même employé ces apparences, pour combattre le Syſtême des Tourbillons, ſuivant lequel il ſeroit aſſez difficile d'expliquer comment la matiere qui compoſe ces Tourbillons, étant entrainée du même ſens de l'Occident vers l'Orient, il ſe pouvoit faire que des corps d'une auſſi grande étendue que ceux des Cometes puſſent traverſer ces Tourbillons, & faire leur révolution autour du Soleil dans un ſens contraire.

Comme dans la derniere Comete qui a paru à la fin d'Août de l'année 1729, j'ai fait voir que ſon mouvement, qui paroiſſoit rétrograde, étoit réellement direct, ſuivant la ſuite des Signes, ce qui a été même ſuſceptible d'une démonſtration exacte; j'ai cru qu'il ſeroit intereſſant pour le Syſtême général des Cometes, & même pour celui des Tourbillons, d'examiner le mouvement de toutes les Cometes que l'on a obſervées depuis pluſieurs Siecles, & ſi nonobſtant la rétrogradation apparente que l'on a remarquée dans le cours d'un grand nombre de ces Cometes, on peut leur attribuer un mouvement direct avec autant ou plus de vraiſemblan-

blance, qu'en les ſuppoſant réellement rétrogrades.

Pour établir cette vraiſemblance, j'ai cru devoir faire quelques ſuppoſitions que l'on n'aura pas, à ce que je crois, de peine à m'accorder.

La premiere, que les Cometes ſont des corps durables, qui ne ſont point ſujets à augmenter ou diminuer ſenſiblement de grandeur apparente dans le tems de leur apparition.

La ſeconde, que les Cometes ſe meuvent réellement plus lentement, plus elles ſont éloignées du Soleil, que je regarde comme le centre ou le foyer de leur mouvement, ce qui eſt corforme à ce que l'on obſerve dans toutes les Planetes.

La troiſieme, que les Cometes qui ont eu un mouvement apparent très rapide, ne l'ont eu tel, que parce qu'elles ſe ſont trouvées fort près de la Terre; & que la combinaiſon du mouvement réel des Cometes, & de celui de la Terre ſur ſon orbe, cauſe le mouvement que nous y appercevons.

Ce ſont à ces marques que nous avons cru pouvoir nous aſſurer de la direction véritable du mouvement des Cometes, dont nous allons donner la deſcription.

Il ſeroit trop long, & peut-être peu utile d'entreprendre de repréſenter ici toutes les Cometes qui ont paru juſqu'à préſent. La plupart des anciennes Obſervations ont été ſi peu circonſtanciées, qu'on ne peut pas y établir de fondement certain; d'ailleurs, elles ont été ſouvent confondues avec des Météores ou des Phénomenes paſſagers. Ainſi nous

avons

avons cru devoir commencer nos recherches par la Comete de 1472, qui fut obſervée par Regiomontanus dans le Signe de la Balance, le 13 de Janvier. Son mouvement fut d'abord lent, mais il devint enſuite très rapide, en ſorte que dans l'eſpace d'un jour elle décrivit 40 degrés d'un grand cercle; il ſe rallentit enſuite juſqu'au 14 de Février qu'elle étoit vers le milieu du Bélier, après avoir parcouru près de ſix Signes contre la ſuite des Signes.

Ayant décrit une Figure qui repréſente l'Orbe annuel, ſur laquelle on a placé la Terre, au 13 de Janvier commencement de l'apparition de cette Comete, & au 14 de Février jour qu'elle ceſſa de paroître; & tirant de ces points des rayons au vrai lieu de la Comete dans ces differens tems, on trouve qu'elle a eu un mouvement direct ſuivant la ſuite des Signes, qu'elle s'eſt trouvée d'abord au-delà de l'Orbe annuel, qu'elle a enſuite traverſé cet Orbe vers le milieu de ſon apparition, tems auquel elle s'eſt trouvée fort près de la Terre, ce qui étoit la cauſe de ſa grande vîteſſe apparente, & qu'elle s'eſt enſuite écartée de la Terre en s'approchant du Soleil, de la maniere qu'elle eſt ici marquée dans la premiere Figure, où l'on voit qu'il ſeroit très difficile de repréſenter le mouvement de cette Comete contre l'ordre des Signes, tel que ſon mouvement apparent fût de 40 degrés, comme on l'a obſervé.

Depuis la Comete de 1472, Hevelius, de même que ceux qui ont fait l'Hiſtoire des Cometes, en rapporte un grand nombre dont

dont on n'a point décrit le cours ni la quantité de leurs mouvememens; ainſi nous nous contenterons d'examiner ici celles dont la ſituation a été déterminée par des Obſervations aſtronomiques.

Entre ces Cometes, nous trouvons celle de 1531 qui parut depuis le 6 Août juſqu'au 3 Septembre. Elle fut déterminée par Appianus le 13 Août en ♌ 19d 15' avec une latitude boréale de 23d 15'. Elle étoit le 14 à 23d 39' du même Signe avec une latitude boréale de 23d 2', ayant eu un mouvement en longitude de 4d 24' ſuivant la ſuite des Signes, & de 13 minutes en latitude du Nord vers le Midi.

Le 15 Octobre elle étoit en ♌ 29d 24' avec une latitude de 22d 0', ſon mouvement ayant été de 5d 45' en longitude, & d'un degré 2 minutes en latitude. Il ne fut enſuite le 15 & le 16 que de 5d 13' en longitude, & d'une minute en latitude du Midi vers le Nord. On l'obſerva le 17 en ♍ 9d 14' avec une latitude de 21d 25', ſon mouvement ayant été de 4d 37' en longitude & de 36' en latitude.

Elle étoit le 18 en ♍ 15d 30' avec une latitude de 20d 12', ayant eu un mouvement de 6d 16' en longitude & d'un degré 13' en latitude. Elle fut obſervée le 22 en ♎ 1d 23' avec une latitude de 16d 32', ſon mouvement ayant été dans l'eſpace de quatre jours de 15d 53' en longitude & de 3d 40' en latitude. Enfin le 23 Août elle fut déterminée en ♎ 2d 51' avec une latitude de 14d 31' vers le Nord de même que les précédentes, ayant

ayant eu un mouvement de 1d 28' en longitude & de 2d 1' en latitude.

Si les Obſervations de cette Comete ſont exactes, & ont été faites chaque jour, à la même heure, ſon mouvement en longitude a accéleré & retardé deux fois, puiſque du 14 au 15 d'Août, il a été de 5d 45' plus grand que le jour précédent & le ſuivant; & du 17 au 18 de 6d 16' plus grand que les jours avant & après; avec une variation en latitude peu réguliere, ce que l'on n'obſerve pas pour l'ordinaire dans les Cometes. Quoi qu'il en ſoit, on peut repréſenter ſon cours en trois manieres differentes, dont deux directes, & une rétrograde.

La premiere, directe, en la plaçant entre le Soleil & la Terre, mais plus près de la Terre que du Soleil, comme elle eſt marquée dans la Figure; la ſeconde rétrograde, en la plaçant auſſi entre le Soleil & la Terre au-delà du concours des rayons tirés de la Terre à la Comete; & la troiſieme directe, au-delà du Soleil, à telle diſtance que l'on jugera à propos.

En 1532, il parut avant le lever du Soleil, une Comete depuis le 23 Septembre juſqu'au 3 Decembre, qui étoit trois fois plus grande que Jupiter, & avoit une queue de la longueur de deux braſſes. Elle fut obſervée par Appianus, qui détermina ſa ſituation, ainſi qu'elle eſt marquée ici.

		Longitude.	Latitude	
Octobre	2	♍ 8d 24'	13d 44'	Merid.
	3	1 25	10 12	
	14	♎ 0 0	0 0	

Octo-

Octobre	19		5d 46′	4d 51′ Sept.
	31		21 30	13 15
Novemb.	1		23 57	14 42
	8	♏	3 35	19 36

Suivant ces Obſervations, cette Comete a paru d'abord rétrograde, ayant eu depuis le 2 juſqu'au 3 Octobre, un mouvement en longitude de 7 degrés contre la ſuite des Signes, qui dans les Obſervations ſuivantes a été direct, & a continué de même juſqu'à la fin de ſon apparition.

Il ne paroît pas qu'on puiſſe repréſenter le cours de cette Comete, tel qu'il a été déterminé, en ſuppoſant que ſon mouvement ait été réellement rétrograde, & il eſt néceſſaire de la placer au commencement qu'elle a été apperçue dans l'Orbe annuel, fort près de la Terre, dont elle s'eſt éloignée les jours ſuivans, avec un mouvement réel ſuivant la ſuite des Signes.

En 1533, Appianus obſerva au mois de Juin, une Comete, dont il ne put déterminer que quatre fois la ſituation. Elle étoit le 18 Juin en ♊ 3d 40′ avec une latitude ſeptentrionale de 32d. Il l'obſerva le 21 du même mois en ♉ 29d 20′ avec une latitude de 36d 20′, la longueur de ſa queue étant de 15d. Le 23 Juin, elle étoit en ♉ 21d 30′ avec une latitude de 40d 30′. Enfin le 25 Juin, il la trouva en ♉ 15d avec une latitude de 43d. Cette Comete étoit ſi près du Pole, qu'elle ne parut jamais ſe coucher, & je ſuis perſuadé, ajoute Appianus, qu'elle ne cauſera pas peu de differend entre les Aſtronomes & les

les Philoſophes, parce que ſon mouvement a été, contre l'ordre des Signes, des Gémeaux vers le Taureau.

Hevelius rapporte, vers le même tems, l'Obſervation d'une Comete, par Cornelius Gemma, qui la trouva au commencement de Juillet au 5me degré des Gémeaux vers la Conſtellation de la Chevre, avec une latitude de 2 degrés, & une déclinaiſon de 48 degrés; & il paroît qu'il y a erreur dans le jour, puiſque le 25 Juin elle avoit été obſervée à 15 degrés du Taureau; ainſi nous avons employé l'Obſervation d'Appianus, ſuivant laquelle ſon mouvement a été rétrograde de 18d 40' dans l'eſpace de 7 jours, & nous trouvons qu'on peut repréſenter ſon cours direct, ſuivant la ſuite des Signes, en la plaçant au dedans de l'Orbe annuel, mais beaucoup plus près de la Terre que du Soleil, comme on l'a marqué dans la Figure.

En 1576, on découvrit au commencement de Mars, une Comete qui paroiſſoit à peu près égale à la moitié de la Lune, ayant une chevelure qui n'étoit pas longue, mais qui répandoit de la lumiere comme un flambeau lorſqu'il fait du vent. Elle parcourut, ſuivant Cardan, 75 degrés contre la ſuite des Signes de l'Orient vers l'Occident, & 30 degrés du Midi vers le Septentrion. Jean Homelius qui l'obſerva, rapporte qu'elle étoit le 5 Mars proche de l'Etoile β qui eſt dans l'aile gauche de la Vierge, le 9 près d'Arcturus s'élevant droit vers le Pole boréal, d'où elle deſcendit vers Saturne qui étoit alors dans le Signe du Bélier.

Il paroît par les Obſervations que l'on en a rapportées, que le mouvement de cette Comete a été d'abord quelques jours direct, & enſuite rétrograde, ayant un mouvement fort prompt qui la portoit du Sud vers le Nord, dont elle deſcendit vers le Sud dans la partie du Zodiaque.

Ayant repréſenté la route de cette Comete, par rapport à l'Orbe annuel, on trouve qu'elle étoit au commencement de ſon apparition au-delà de cet Orbe, qu'elle a traverſé vers le milieu de ſon cours avec un mouvement direct, ſuivant la ſuite des Signes, & qu'elle s'eſt enſuite approchée du Soleil en s'éloignant de la Terre.

Cette Comete paroît avoir beaucoup de rapport avec celle qui avoit été obſervée 84 années auparavant, en 1472, par Regiomontanus, laquelle avoit paru d'abord dans le Signe de la Balance, & après avoir paſſé entre le Pole de l'Ecliptique & celui de l'Equateur, avoit terminé ſon cours vers le Signe du Bélier. Car l'on voit par la Figure où l'on a repréſenté leur mouvement, qu'elles ont eu une direction ſemblable à l'égard du Soleil. On y remarque ſeulement deux differences. La premiere, que la Comete de 1472 avoit traverſé l'Ecliptique vers les premiers degrés du Lion, au-lieu que celle-ci a paſſé à la fin de la Vierge. La ſeconde, que la Comete de 1472 a parcouru 40 degrés dans l'eſpace d'un jour, au-lieu que celle de 1576 n'en a décrit que 15 dans le même intervalle. Mais on peut rendre raiſon aiſément de ces differences, en attribuant la premiere

miere au mouvement du Nœud de cette Comete qui auroit été de 50 degrés, ſuivant la ſuite des Signes dans l'eſpace de 84 années, & la ſeconde à la differente diſtance de ces Cometes à la Terre, en ſuppoſant que la Comete de 1472 a paſſé plus près de la Terre que celle de 1576, d'où il ſuit que ſon mouvement a dû être plus prompt en apparence.

Au mois de Novembre de l'année 1577, il parut une Comete dont le diametre étoit de 7 minutes de degré, & dont la queue occupoit la troiſieme partie du Ciel.

Elle fut obſervée pendant tout ſon cours par Tycho, qui compoſa à ſon ſujet un Ouvrage où il rapporte toutes les Obſervations qu'il en a faites dans l'intervalle de deux mois & demi, depuis le 13 Novembre 1577, juſqu'au 26 Janvier de l'année ſuivante.

Elle étoit le 13 Novembre à 7d 15' du Capricorne, avec une latitude boréale de 8d 59' qui alloit en augmentant vers le Nord.

Le 25 Novembre, ſa longitude étoit à 7d 24' du Verſeau, & ſa latitude de 22d 5'.

Le 5 Decembre, ſa longitude étoit à 21d 6' ♒, & ſa latitude de 25d 54'.

Le 15, ſa longitude étoit à 29d 41' ♒, & ſa latitude de 27d 34'.

Le 25, ſa longitude étoit à 6d 36' ♓, & ſa latitude de 28d 29'.

Le 5 Janvier 1578, ſa longitude étoit à 12d 23' ♓, & ſa latitude de 28d 59'.

Le 15, ſa longitude étoit à 16d 56' ♓, & ſa latitude de 29d 12', & le 26 ſa longitude étoit à 20d 55' ♓, & ſa latitude de 29d 15'.

On voit par ces Obſervations, que cette Comete a paru directe pendant tout ſon cours, ayant eu dans l'intervalle de 74 jours un mouvement en longitude, ſuivant la ſuite des Signes, de 73d, & de 20d 16' en latitude.

Si l'on tire du lieu de la Terre des rayons au lieu de la Comete, dans ces differentes Obſervations, ces rayons comprendront l'eſpace parcouru par cette Comete, dont on repréſentera le cours, en la plaçant pendant tout le tems de ſon apparition au dedans de l'Orbe annuel, mais moins éloignée de la Terre que du Soleil, dont elle s'eſt approchée à meſure qu'elle s'éloignoit de la Terre avec un mouvement direct ſuivant la ſuite des Signes conformément à l'apparence.

Ce mouvement réduit à l'Ecliptique, tel qu'il eſt dans la Figure, paroît plus petit que celui de la Terre; mais à cauſe de l'obliquité de la route de cette Comete, il eſt réellement plus grand, comme il le doit être en effet, à cauſe que ſa révolution s'eſt faite au dedans de l'Orbe annuel.

Je ne ferai point ici la deſcription de trois Cometes qui, dans l'Hiſtoire générale des Cometes de Lubienietz, furent apperçues en 1578, parce qu'il ne donne aucun détail de leurs Obſervations.

Il en parut une en 1580 qui fut obſervée par Hagecius depuis le 2 Octobre, ſtile vieux, juſqu'au 21 Novembre. Elle avoit un mouvement rétrograde ſuivant lequel elle parcourut les Signes du Poiſſon, du Verſeau, du Capricorne & du Sagittaire juſqu'au premier de ce Signe.

Elle

Elle fut obſervée à Prague le 10 Octobre ſous la tête du Poiſſon précédent, entre le Zodiaque & l'Equateur à environ 5 degrés de ce Signe; elle ſurpaſſoit à la vue les Etoiles de la premiere grandeur, ayant une lumiere foible, ſemblable à celle de Saturne, ſans avoir de queue ni de chevelure.

Elle parut ſous cette forme pendant 14 jours, ayant une direction oblique vers l'Occident contre l'ordre des Signes, allant des Etoiles qui ſont dans la main du Verſeau vers la luiſante de la tête du Pégaſe, & continuant ſon cours avec aſſez de vîteſſe par les Conſtellations du petit Cheval & du Dauphin, car elle parcouroit alors près de 4 degrés dans l'eſpace d'un jour. Vers la fin d'Octobre, & au commencement de Novembre, elle paroiſſoit beaucoup plus claire que les jours précédens. Sa queue, qui étoit déliée & ſemblable à une fumée légere, ſe diſtinguoit avec plus d'évidence. Son cours ſe rallentit enſuite lorſqu'elle ſe trouva entre l'aile droite de l'Aigle & la fleche, & qu'elle paſſa la Voye de lait juſqu'au 14 Novembre.

Meſtlin, qui avoit apperçu cette Comete dès le 2 Octobre, trouva qu'elle excédoit dès-lors en grandeur Vénus, quoiqu'elle ne lui fût en aucune maniere comparable en clarté, étant aſſez ſemblable à une Etoile nébuleuſe.

Le 8 Octobre elle parut un peu plus luiſante, mais cependant ſans queue. Le lendemain on commença à appercevoir une blancheur qui déſignoit ſa queue ou chevelu-

lure, dont on détermina la longueur le 10 Octobre de 4 degrés & demi ou un peu plus. Les jours ſuivans, dans l'abſence de la Lune, cette queue ne parut gueres moins longue que celle de la Comete de 1577, mais beaucoup plus obſcure.

Le 15 Octobre, Meſtlin trouva ſon diametre avec ſa chevelure de 16d 30'. Les quatre premiers jours qu'il l'obſerva, depuis le 2 juſqu'au 6 Octobre, elle reſta dans le Signe du Bélier; les ſept jours ſuivans, depuis le 6 juſqu'au 13 Octobre, elle parcourut le Signe entier des Poiſſons.

Elle ne demeura que huit jours, juſqu'au 21 Octobre, dans le Signe du Verſeau, d'où elle paſſa dans le Signe du Capricorne, qu'elle traverſa dans l'eſpace de 14 jours; les autres 38 jours que Meſtlin continua à la voir, elle reſta dans le Signe du Sagittaire, & parvint au commencement de ce Signe avec un mouvement fort lent.

Son mouvement fut lent au commencement & à la fin de ſon apparation, mais plus lent vers la fin. Il parut le plus vîte vers le 13 Octobre, lorſqu'elle étoit vers le commencement des Poiſſons, éloignée de 4 Signes du Soleil, qui étoit au commencement du Scorpion, car elle parcourut alors 5 degrés & quelques minutes en un jour. On la voyoit d'abord ſe lever après le coucher du Soleil, & elle parut ſe lever ſur la fin avant le lever du Soleil, ce qui fit croire à quelques-uns que c'étoient deux Cometes differentes.

Cette Comete fut obſervée par Mathias Mei-

Meine de Dantzik jusqu'au 11 ou 14 Janvier 1581.

J'ai cru devoir rapporter toutes les circonstances de ces Observations, parce qu'elles servent à reconnoitre la direction de son cours, qui, quoique rétrograde en apparence, peut se représenter parfaitement en supposant qu'elle étoit réellement directe. Dans cette supposition, elle s'est trouvée d'abord au-delà de l'Orbe annuel qu'elle a traversé vers le 13 Octobre, où sa distance au Soleil fut observée de 3 Signes. Ce fut alors qu'on la vit augmenter considerablement de vîtesse & de grandeur, conformément à ce qui devoit arriver, parce qu'elle se trouvoit alors plus proche de la Terre, dont elle s'écarta les jours suivans, en s'approchant du Soleil jusqu'à ce qu'elle cessa entierement de paroître.

Il seroit assez difficile, en supposant cette Comete rétrograde, de représenter également bien les Observations que l'on en a faites, & sur-tout pourquoi le 13 Octobre, sa distance au Soleil étant de 3 Signes, elle augmenta si considerablement de grandeur & de vîtesse.

En 1582, il parut une Comete, au commencement de Mars, qui fut observée à Rome par Santuccius, au 1er degré du Taureau, le Soleil étant à 12d des Poissons. La longueur de sa queue étoit de 26 degrés; elle n'étoit pas si large, ni si longue que celle de 1577, mais elle étoit plus éclatante. On voyoit d'abord cette Comete avant le lever du Soleil, & après l'avoir perdu de vue, on

la vit le 14 Mai après le coucher du Soleil. Sa ſituation fut déterminée le 10 Mars, à 6d du Taureau, avec une déclinaiſon boréale de 17d, le Soleil étant à 20d des Poiſſons, & le 12 Mai, elle ſe trouva à 12d des Gémeaux, ayant parcouru un Signe & 6d dans l'eſpace de deux mois & demi.

Suivant ces Obſervations, cette Comete a dû pendant tout le tems qu'on l'a apperçue, faire ſon cours au dedans de l'Orbe annuel, mais plus près de la Terre que du Soleil, de la maiere qu'on l'a repréſentée dans la Figure où elle ſe trouve plus près de la Terre dans le mois de Mai, tems où, ſuivant quelques Auteurs, elle parut fort grande.

Kepler, qui fait mention de cette Comete dans ſa Phyſiologie *, dit qu'ayant été rétrograde au commencement du Sagittaire, elle s'approcha de l'Ecliptique, après avoir été ſtationaire; ce que l'on peut facilement repréſenter, en la faiſant traverſer l'Orbe annuel vers le Sagittaire, & continuer ſon cours au-delà de cet Orbe.

En 1585, il parut une Comete, qui fut obſervée par Rothman le 8 Octobre, ſtile vieux, à 23d 9′ des Poiſſons, avec une latitude méridionale de 13d 52′. Elle ne fut apperçue que le 18 Octobre, par Tycho †, qui obſerva ſon cours de la maniere qu'on l'a marqué ici.

Octo-

* *Pag.* 120. † *Tycho Ep. p.* 13.

Digitized by Google

Octobre	18 ♈	19d	38'	Longit.	3d 27'	Lat. Auſt.
	19	21	45		2 30	
	22	27	29		0 3	Lat. Bor.
	24 ♉	0	49		1 19	
Novemb.	1	10	35		5 18	
	15	20	34		8 38	

Elle étoit d'abord ſemblable à la nébuleuſe du Cancer, qu'elle ſurpaſſoit un peu en grandeur, étant à-peu-près égale à Jupiter; elle étoit ronde, & on ne lui apperçut point de queue, ni de barbe, ſi ce n'eſt le 20 & le 22 Octobre, qu'on voyoit quelques rayons déliés de la longueur d'un palme. Son mouvement fut au commencement de ſon apparition de 3d 1', & ſe rallentit dans la ſuite, n'étant vers la fin que de 34 minutes.

Ayant repréſenté le cours de cette Comete à l'égard du Soleil & de la Terre, on trouve que ſon mouvement qui a paru direct, l'étoit en effet, & ne peut gueres ſe repréſenter autrement; qu'elle étoit au commencement de ſon apparition au-delà de l'Orbe annuel, dont elle s'eſt éloignée continuellement, juſqu'à ce qu'elle ait ceſſé entierement de paroître.

Le 23 Fevrier de l'année 1590, ſtile vieux, Tycho apperçut entre les Conſtellations du Bélier & d'Andromede, près du Poiſſon boréal, une Comete qu'il continua de voir juſqu'au 6 de Mars, pendant l'eſpace de 11 jours, qu'elle parcourut 45 degrés ſuivant la ſuite des Signes. Il détermina ſa ſituation tous les jours qu'elle parut, à la réſerve du 27 Fevrier & du 5 Mars, ainſi qu'on l'a marqué ici.

Février	23	♈	18d	27'	Longit. 18d	14' Lat.Bor.
	24		26	21	19	33
	25	♉	3	17	20	24
	26		9	11	20	55
	28		18	25	21	15
Mars	1		21	57	21	15
	2		24	56	21	12
	3		27	29	21	7
	4		29	44	20	58
	6	♊	3	15	20	46

La tête de cette Comete, qui étoit plus grande au commencement que dans la ſuite, avoit à peine 3 minutes de diametre. La longueur de ſa queue n'étoit que de 10 degrés, & elle diminua de clarté & de grandeur, de maniere qu'à peine on pouvoit l'appercevoir au commencement du mois de Mars.

Cette Comete a parcouru à peu près la même route que celle de 1582, qui parut le 1er. Mars, & dont la latitude étoit auſſi boréale; mais nous n'avons pas d'Obſervations aſſez circonſtanciées de celle de 1582, pour former un jugement certain ſur le rapport de ces deux Cometes.

Le 10 Juillet, ſtile vieux, de l'année 1593, il parut une Comete, un peu avant le lever du Soleil, qui avoit un mouvement rétrograde, tel qu'après avoir paſſé du Signe de l'Ecreviſſe par celui des Gémeaux, elle fut apperçue le 17 Août près du Cercle Arctique au commencement du Taureau, & le 21 près de Céphée. Le P. Riccioli, qui fait mention de cette Comete, rapporte que Fromond, dans le ſecond Livre des Météores, Chap.

Chap. I. Art. I. la place au-dessus de la Lune, s'appuyant du sentiment de Tycho : mais il ne sait d'où il a tiré cette autorité.

Quoique les Observations du mouvement de cette Comete soient très peu circonstanciées, on peut représenter son mouvement direct suivant la suite des Signes, en supposant qu'elle étoit au commencement de son apparition au dedans de l'Orbe annuel qu'elle a traversé dans la suite de son cours, après quoi elle s'est éloignée du Soleil & de la Terre jusqu'à ce qu'elle ait cessé de paroitre.

* Le 9 Juillet de l'année 1596, on apperçut dans la partie septentrionale du Ciel, parmi les Etoiles de la gueule de la grande Ourse, c'est-à-dire, vers le 9me degré de l'Ecrevisse, une Comete † qui s'avança peu-à-peu jusqu'au pied de derriere de cette Constellation, elle alla de là au commencement du Lion, & continua sa route jusqu'à son pied postérieur. Kepler, pag. 120 de sa Physiologie des Cometes, dit qu'elle alla du Signe de l'Ecrevisse jusqu'au 4me degré de la Vierge, où elle resta stationaire.

Le mouvement apparent de cette Comete étoit suivant la suite des Signes, & l'on peut représenter son cours direct en deux manieres. La premiere, en la plaçant dans l'Orbe annuel entre le Soleil & la Terre, & la

* *Hev. p.* 870.

† Elle fut observée le 21 Juillet par Rothman à 28 degrés du Lion avec une latitude septentrionale de 27d 30', le 25 elle étoit avancée de 4 degrés, & sa latitude diminuée de 2 degrés, & le 13 Août, Mestlin l'observa au 4me degré de la Vierge.

la ſeconde, en la mettant au-delà du Soleil, à quelque diſtance que l'on jugera à propos. Suivant la premiere de ces manieres, on voit qu'elle a ſuivi la direction de la Comete de 1533 qui avoit paru rétrograde, & qu'on a commencé à voir celle-ci dans un endroit peu éloigné de celui où on avoit ceſſé de voir celle de 1533, de ſorte que ce peut être la même Comete qui ait reparu après l'intervalle de 63 années. Bonfili, dans ſon Hiſtoire de Sicile, rapporte deux Cometes vues cette année-là dans la grande Ourſe.

Vers le milieu de Juillet de l'année 1597, il parut une Comete, que l'on continua de voir juſqu'au 9 Août. Elle fut apperçue par* Santuccius le 16 Juillet au deſſus des deux Etoiles qui ſont dans le pied droit antérieur de la grande Ourſe (c'eſt-à-dire vers la fin du Signe de l'Ecreviſſe) ayant une déclinaiſon ſeptentrionale de $50^{d}\frac{1}{2}$. Il la vit décrire trois révolutions journalieres autour du Pole ſans toucher l'horizon, dont elle s'approchoit continuellement. Elle y arriva le 20 Juillet, & ſe trouva le 5 Août ſous le Tropique du Cancer, & enfin ſous le parallele du cœur du Lion, s'étant approchée de 27 degrés de l'Equateur, dans l'eſpace de 24 heures, avec un mouvement rétrograde de 36 degrés. Quoique cette Comete ait paru rétrograde, on peut repréſenter ſon cours direct ſuivant la ſuite des Signes, en la plaçant pendant tout le tems de ſon apparition entre le Soleil & la Terre, dans une ſituation peu differente de celle

* *Santuccius, c. 16. p. 75.*

celle de l'année 1596, qui parut de même dans la Conſtellation de la grande Ourſe avec une déclinaiſon qui alloit en diminuant. Nous ne jugeons pas cependant que ce ſoit la même Comete, parce qu'en les faiſant paſſer par la même route, l'eſpace parcouru par la Comete de 1596 ſe trouve à proportion du tems qu'on l'a apperçue, plus petit que l'eſpace qui a été décrit par celle de 1597.

* Le 26 Septembre de l'année 1607, Kepler obſerva à Prague une Comete au deſſous de la Conſtellation de l'Ourſe, qui lui parut d'abord ſans queue, & répandoit à la vue ſimple, une lumiere à peu près ſemblable à celle des Etoiles fixes. Il détermina ſa ſituation ce jour-là, de même que les ſuivans, juſqu'au 26 Octobre, de la maniere que je l'ai marqué ici.

Septemb. 26	♌	18d 30′	Longit.	35d 30′	Lat. Bor.
Octobre. 1	♎	18 15		37 0	
6	♏	15 50			
11		25 50		17 35	
16	♐	0 24		13 36	
21		1 58			
26		1 30		6 30	

Le 27 Septembre elle étoit à 29d ½ du Lion avec une latitude de 37d 32′, ayant parcouru en 24 heures 11 degrés en longitude & 2 degrés en latitude. Son mouvement en longitude augmenta les jours ſuivans juſqu'au 30 qu'il fut obſervé de 13 degrés, & il diminua

* *Kepler de Com. p. 23.*

minua enſuite juſqu'au 19 Octobre que cette Comete ſe trouva à 2d du Sagittaire avec une latitude ſeptentrionale de 12 degrés qui avoit d'abord augmenté juſqu'à 40 degrés, & qui avoit enſuite été en diminuant. Cette Comete fut ſtationaire le 20 Octobre, & enſuite rétrograde juſqu'au 26 Octobre qu'il ceſſa de la voir.

Kepler, dans ſa Phyſiologie, dit que la tête de cette Comete n'étoit pas ronde, mais inégale, que ſa grandeur ſurpaſſoit celle de toutes les Etoiles fixes, & que ſa lumiere étoit foible comme celle de la Lune, lorſqu'elle eſt près de l'ombre de la Terre; qu'après que la Lune eut paſſé ſon plein, on voyoit nonobſtant ſa clarté, la queue de cette Comete de la longueur de 8 à 10 degrés.

Longomontanus, qui a obſervé cette Comete les mêmes jours que Kepler, a déterminé ſa ſituation avec une difference qui, dans quelques Obſervations, monte à un degré & demi, ce qui peut venir de la difference d'heures dans leſquelles elles ont été faites.

On peut repréſenter le cours de cette Comete en trois manieres; dont deux directes, & une rétrograde. La premiere qui eſt directe, en la plaçant au dedans de l'Orbe annuel, beaucoup plus près de la Terre que du Soleil; la ſeconde qui eſt rétrograde, en la plaçant auſſi au dedans de l'Orbe annuel, mais beaucoup plus éloignée de la Terre; & la troiſieme qui eſt directe, en la faiſant paſſer au-delà du Soleil, qui ſe ſeroit trouvé en-

entre elle & la Terre. Mais nous avons préféré la premiere, parce que l'on représente par ce moyen, avec plus de facilité, pourquoi elle a été rétrograde, de même que la figure de sa tête qui n'a pas paru ronde, ce que l'on devroit aussi reconnoitre à toutes les Cometes qui sont en-deçà du Soleil, si leur disque étoit bien terminé & dépouillé de toute chevelure.

L'année 1618 est remarquable par l'Observation de quatre Cometes, qui sont rapportées par divers Auteurs, tels que Kepler, Riccioli, Hevelius, Lubienietz, &c.

* La premiere de ces Cometes fut apperçue le 25 Août dans la Hongrie. Elle fut observée le 1er Septembre, à Link par Kepler, près du pied gauche antérieur de la grande Ourse, tirant vers la tête du Lion, & il détermina sa situation au 10me degré du Lion, avec une latitude boréale de $21^{d}\frac{1}{2}$.

Elle parut le jour suivant s'être avancée d'un degré contre l'ordre des Signes, & elle continua ainsi son mouvement jusqu'au 25 Septembre qu'elle disparut, étant à 28 degrés de l'Ecrevisse, avec une latitude boréale de $23^{d}\frac{1}{2}$. Le 6 Septembre, on ne pouvoit plus distinguer sa queue, mais avec une Lunette, cette Comete paroissoit assez grande, en forme d'un nuage, dont il sortoit une espece de chevelure. Kepler qui rapporte ces Observations ne les trouve pas assez exactes, pour représenter son mouvement, & déterminer sa distance. Il juge cependant que supposant

* *Kepl. p.* 48.

ſant le mouvement de la Terre, ſon mouvement journalier a été au commencement égal à celui de la Terre ſur ſon Orbe, & qu'elle s'eſt précipitée vers le Soleil, ſuivant une direction oblique.

Quoique cette Comete ait paru rétrograde pendant tout le tems de ſon apparition, on peut repréſenter parfaitement ſon cours ſuivant la ſuite des Signes, en la plaçant au dedans de l'Orbe annuel entre le Soleil & la Terre.

On trouve même que cette Comete a ſuivi à peu près la même route que celle de 1531, qui étoit directe, & qui eut le 13 Août une latitude boréale de $23^{d}\ 15'$, peu differente de celle que l'on a obſervée dans cette derniere Comete le 25 Septembre de $23^{d}\ \frac{1}{2}$.

Les Obſervations des deux autres Cometes qui ont ſuivi celle-ci, ſont rapportées par divers Auteurs, avec des circonſtances ſi differentes, qu'il ſeroit difficile de pouvoir repréſenter leur mouvement.

La quatrieme de cette année 1618, qui eſt la derniere, mérite beaucoup plus d'attention, ayant été obſervée par les plus habiles Aſtronomes de ce tems-là, & ſon mouvement ayant paru rétrograde pendant tout le tems qu'on l'a obſervée, depuis le 24 Novembre 1618 juſqu'au 21 Janvier de l'année 1619.

Elle fut apperçue par Kepler* le 24 Novembre 1618, à $6^{h}\ \frac{1}{2}$ du matin au deſſous de la Balance boréale, & il détermina ſa ſituation

* *Kepler p.* 58.

tion à 12d ½ du Scorpion, avec une latitude boréale de 7d ½. Il la trouva le 9 Décembre à 26 degrés de la Balance, avec une latitude boréale de 32 degrés. Sa tête vue par une Lunette, paroiſſoit ronde par deſſous, mais dans ſa partie ſupérieure, elle ſe terminoit en forme de chevelure. La longueur de ſa queue étoit de 70 degrés, plus grande qu'aucune de celles qui euſſent été obſervées depuis plus de 150 années. Elle continua de paroître juſqu'au 21 Janvier 1619, à Ingolſtad où le P. Cyſatus, Jéſuite, détermina ſa longitude ce jour-là à 21d 20′ de l'Ecreviſſe, & ſa latitude boréale de 56d 22′, ayant parcouru dans l'eſpace de 54 jours, 111d 23′ contre la ſuite des Signes, avec une latitude toujours boréale, qui avoit augmenté juſqu'au 3 Janvier, où on l'avoit obſervée de 62d 36′, & qui avoit enſuite diminué juſqu'au tems qu'elle ceſſa de paroître.

Kepler, dans le Traité qu'il a fait de cette Comete, trouve qu'elle étoit au commencement de ſon apparition dans le milieu entre les orbes de Vénus & de Mercure, qu'elle a traverſé l'Orbe de la Terre le 21 Décembre, & qu'elle eſt parvenue dans l'eſpace qui eſt entre Mars & Jupiter. Il ſoutient même que le mouvement de cette Comete inégal & tortueux (comme il le nomme) eſt une preuve du mouvement de la Terre autour du Soleil, puiſqu'en ſuppoſant ce mouvement, on peut le réduire à l'égalité.

Pour nous, après avoir placé la Terre ſur ſon Orbe annuel, dans le tems des differentes

tes Obſervations de cette Comete, & tiré des lignes des divers lieux de la Terre à ceux de la Comete, nous trouvons qu'on peut parfaitement repréſenter ſon cours ſuivant la ſuite des Signes, & que, conformément au ſentiment de Kepler, cette Comete étoit au commencement de ſon apparition entre le Soleil & la Terre, avec cette difference cependant, que nous la jugeons plus près de la Terre que ne l'a placée Kepler; qu'elle a traverſé l'Orbe annuel vers la fin du mois de Décembre, à peu près dans le même endroit que Kepler l'a déterminé, & qu'elle s'eſt enſuite éloignée de la Terre, de maniere qu'au tems qu'on a ceſſé de l'appercevoir, ſa diſtance n'a pas excédé le demi-diamétre de l'Orbe annuel, ce que l'on peut démontrer aiſément. Car plaçant la Terre, au commencement de Janvier, au point *A*, qui répond au 10me degré de l'Ecreviſſe où elle étoit alors; & au 20 du même mois, au point *B*, qui eſt au commencement du Lion, & tirant de ces points les lignes *AC*, *BC*, au vrai lieu de la Comete qui étoit, ſuivant Kepler, le 1er. Janvier à 27^d 20′ du Lion, & le 20 du même mois à 20^d 50′ de l'Ecreviſſe, on trouvera que cette Comete, qui par ſon mouvement de *A* vers *B*, a dû rencontrer d'abord la ligne *AC* avant que de parvenir à la ligne *BC*, a dû traverſer l'eſpace *ACB* compris entre le concours de ces deux lignes, & qu'elle a dû rencontrer la ligne *BC* en-deçà du point *C*, dont on peut déterminer la diſtance au point *B*. Car l'arc *AB* étant meſuré par le mouvement de la Terre ſur ſon orbe depuis le

le 1er jusqu'au 20 Janvier, qui est de 19d 22', on aura la corde *AB*, qui est le double du sinus de la moitié de cet arc de 33640, dont la distance moyenne de la Terre au Soleil est de 100000. L'angle *BCA*, qui mesure le mouvement de la Comete depuis le 1er. jusqu'au 20 Janvier, est de 36d 30', & l'angle *ABC*, que la corde *BA* fait avec le rayon *BC*, est d'environ 90 degrés. C'est pourquoi, dans le triangle *ABC*, dont un côté & deux angles sont connus, on trouvera le côté *BC* qui mesure la distance de la Comete à la Terre le 20 Janvier 1619, réduite à l'Ecliptique, de 45400. Connoissant présentement la ligne *BC* la latitude de la Comete qui étoit le 20 Janvier d'environ 57 degrés, on aura la distance de la Terre au point endeçà duquel la Comete a dû passer, ainsi que nous l'avons expliqué ci-dessus, de 83470, moindre que le demi-diametre de l'Orbe annuel: ce qu'il falloit démontrer.

Cette détermination ne s'éloigne pas beaucoup de la conclusion de Kepler*, qui la suppose alors entre les orbes de Mars & de Jupiter, & dit que si on tiroit une perpendiculaire sur le plan de l'Ecliptique, du lieu où la Comete étoit lorsqu'elle a cessé de paroitre, cette perpendiculaire tomberoit endeçà de l'orbe que l'on a assigné à Mars. Il conclud enfin son Ouvrage par ces paroles: *Denique quot sunt in Cœlo Cometæ, tot sunt argumenta, præter ea quæ à Planetarum motibus deducuntur, Terram moveri motu annuo circa So-*

* *Pag.* 92.

Solem. Vale Ptolemæe, ad Ariſtarchum revertor, duce Copernico.

Quoique cette Comete ait paru ſuivre la direction du mouvement de celle qui avoit été obſervée dans le mois d'Août de la même année, cependant nous ne jugeons pas que ce ſoit la même, parce que dans la précédente, la latitude boréale qui alloit en augmentant, étoit, le 25 Septembre, lorſqu'on a ceſſé de l'appercevoir, de $23^{d}\ \frac{1}{2}$; aulieu que dans celle-ci on ne l'a obſervée que de $7^{d}\ \frac{1}{2}$ le 29 Novembre au commencement de ſon apparition, où on l'auroit dû trouver plus grande que le 25 du mois de Septembre précédent.

Depuis cette derniere Comete de 1618 & 1619, on n'a point de Mémoires d'autres qui ayent été vues qu'en 1652, où l'on en apperçut une qui fut obſervée le 20 Décembre à Dantzik, par Hevelius, peu éloignée du pied gauche d'Orion. Sa tête étoit ronde, un peu moins grande que le diametre de la Lune, lorſqu'elle eſt dans ſon plein, ayant une clarté ſemblable à celle de cette Planete, lorſqu'elle eſt couverte d'une nuée très déliée. Sa queue avoit 6 ou 7 degrés de longueur, & étoit d'une lumiere plus foible, qui ſe terminoit en pointe.

Le 20 Décembre, à 7^{h} du ſoir, ſa longitude fut obſervée à $8^{d}\ 24'$ de ♊, & ſa latitude méridionale de $30^{d}\ 50'$. Il la trouva le 23 Décembre à $10^{h}\ 15'$ du ſoir, à $28^{d}\ 44'\ 40''$ du Taureau, avec une latitude auſtrale de $2^{d}\ 20'$, de ſorte que dans l'eſpace de 3 jours & quelques heures ſon mouvement en lon-

tude avoit été de 9d 40′ contre la ſuite des Signes, & ſon mouvement en latitude de 28d 30′ du Midi vers le Nord. Ces mouvemens ſe rallentirent dans les Obſervations ſuivantes juſqu'au 10 Janvier * qu'Hevelius ceſſa de la voir après qu'elle eut été ſtationaire, & enſuite directe. Elle étoit le 7 Janvier à 19d 48′ du Taureau, ayant une latitude boréale de 32 degrés, de ſorte que dans l'eſpace de 18 jours ſon mouvement avoit été de 18d 36′ en longitude contre la ſuite des Signes, & de 6od 50′ en latitude du Midi vers le Nord.

D'autres Auteurs ont obſervé cette Comete, tels que Vendelinus qui l'apperçut dès le 19 Décembre, & détermina le 20 ſa longitude entre 9 & 10 degrés des Gémeaux, differente d'un degré de celle d'Hevelius, & ſa latitude de 23 degrés, éloignée de plus de 4 degrés de celle qu'Hevelius avoit trouvée le même jour de 30d 10′. Le même Vendelinus obſerva le 21 Décembre, la longitude de cette Comete à 4d 30′ de ♊; & ſa latitude de 19d 50′, de ſorte que ſelon lui, ſon mouvement a été dans l'eſpace d'un jour de 5 degrés ou environ contre la ſuite des Signes, & de 15d ♂ en latitude du Midi vers le Nord.

Ayant examiné le mouvement de cette Comete, à l'égard du Soleil & de la Terre, on trouve que dans le tems de la premiere Obſervation qui en a été faite, elle étoit au-delà de l'Orbe annuel, ayant paſſé ſon oppo-

* *Hevel. lib. 1. Cometogr. p. 129.*

poſition avec le Soleil, dont elle s'eſt écartée les jours ſuivans, & qu'ainſi elle devoit, de même que les Planetes ſupérieures, paroitre rétrograde, & diminuer continuellement de vîteſſe apparente, conformément à ce que l'on a obſervé.

On démontrera même, comme on l'a fait à l'égard de la Comete de 1729, que le mouvement de celle-ci, rétrograde en apparence, étoit réellement direct, puiſqu'elle a été vers la fin de ſon apparition ſtationaire & enſuite directe.

On pourroit, par le moyen des Obſervations d'Hevelius, ſuppoſées exactes, déterminer la diſtance véritable de cette Comete à la Terre, & la direction de ſon cours: mais nous nous contenterons ici de déterminer la plus grande diſtance où elle a pu être de la Terre, ce que l'on peut faire par une Figure. Car ſi l'on tire du lieu de la Terre, placé ſur ſon orbe en *H* & en *I*, au tems de la premiere & de la derniere Obſervation, deux lignes *HE* & *IE*, au lieu de la Comete dans ces Obſervations, l'interſection *E* de ces lignes marquera le lieu en-deçà duquel on doit repréſenter la route de cette Comete, réduite à l'Ecliptique; & élevant du point *E* ſur la ligne *EI*, la perpendiculaire *ED*, de maniere que l'angle *EID* ſoit égal à la latitude boréale de cette Comete lorſque la Terre étoit au point *I*, qu'on a obſervée alors de $32^{d}\ 0'$, le point *D* marquera ſur l'orbe de la Comete, le lieu en-deçà duquel elle a dû paſſer au tems de ſa plus grande diſtance à la Terre, que l'on trouve être un peu moindre

dre que la distance de la Terre au Soleil.

Il n'est pas si aisé de déterminer le terme au-delà duquel cette Comete s'est trouvée dans le tems qu'on l'a apperçue; mais il y a tout lieu de se persuader qu'elle étoit beaucoup plus près de la Terre, que la Terre ne l'est du Soleil, puisque par ce moyen on peut donner la raison, par laquelle son mouvement en latitude a paru si grand, cette Comete ayant parcouru 15 degrés dans l'espace de 24 heures, ce qu'il seroit difficile d'expliquer, si on la plaçoit à une grande distance.

En comparant cette Comete avec la derniere de 1618, on trouve qu'elles ont ensemble beaucoup de rapport. 1°. En ce qu'elles ont passé à peu près à la même distance du Soleil. 2°. En ce qu'elles ont eu toutes les deux une inclinaison très grande, par rapport à l'Ecliptique. 3°. En ce que les Nœuds ascendans de ces deux Cometes se sont trouvés peu éloignés l'un de l'autre. Car quoique la Comete de 1618, vue de la Terre, ait paru couper l'Ecliptique au 17me degré du Scorpion, & celle de 1652 au 29me degré du Taureau, qui en est éloigné de 5 Signes & 18 degrés; cependant nous trouvons que le vrai lieu de leur Nœud à l'égard du Soleil, étoit dans la Comete de 1618, à 6 degrés des Gémeaux, & dans la Comete de 1652, à 2 degrés de l'Ecrevisse, avec une difference de 26 degrés qu'on peut aisément attribuer au mouvement des Nœuds de cette Comete dans l'intervalle de 34 années.

Au mois de Février de l'année 1661, il parut

rut une Comete au deſſous du Dauphin, entre les têtes du petit Cheval & de l'Aigle. Elle étoit, ſuivant Hevelius, le 3 Fevrier, à 5^h $47'$ du matin, à 10^d $5'$ du Verſeau, avec une latitude boréale de 22^d $3'$; & il continua de l'obſerver juſqu'au 28 Mars, l'eſpace de 53 jours, pendant leſquels elle parcourut 27^d $5'$ contre la ſuite des Signes, ayant été obſervée ce jour-là à 13^d $0'$ du Capricorne, avec une latitude boréale de 26^d $10'$.

Sa tête étoit ronde & claire, ſans cependant jetter de lumiere. Etant vue par la Lunette, elle paroiſſoit avoir un diſque rouge, égal à peu près à celui de Jupiter, environné d'une matiere beaucoup moins denſe. Sa queue étoit éclatante, ayant plus de 6 degrés de longueur, plus denſe vers la Terre que vers ſon extrémité. Cette Comete parut encore plus grande & plus claire le 5 Fevrier, mais ſon diſque paroiſſoit partagé en diverſes parties. Elle diminua le 6, & il arriva divers changemens dans ſon diſque juſqu'au 2 Mars, qu'elle paroiſſoit encore aſſez claire, & dentelée de toutes parts, mais non pas entierement ronde, ainſi qu'il l'explique au long dans ſon Traité des Cometes, où il rapporte le détail des Obſervations, dont voici les principales qui ſont néceſſaires pour déterminer la direction de ſon cours.

		Longitude.	Latit. Bor.
Févr.	3 à 5^h $47'$ mat.	♒ 10^d $4'$ $33''$	22^d $2'$ $42''$
	5 5 6	7 26 18	23 43 0
	6 5 25	5 47 26	24 28 36
	7 4 48	4 29 46	25 3 12

Févr.

Févr.	10	à 5^h	5$'$	mat.	♒	0^d	50$'$	1$''$	26^d	34$'$ 20$''$
	13	4	36		♍	27	46	59	27	24 36
Mars	2	3	58			19	7	37	27	32 50
	10	3	4			16	34	16	27	10 6
	28	2	0			13	0	0	26	10 0

Suivant ces Obſervations, on trouve que le mouvement de cette Comete, rétrograde en apparence, ſe peut repréſenter direct, en la plaçant, au commencement de ſon apparition, au dedans de l'Orbe annuel, & à la fin, au dehors de cet Orbe, de la maniere qu'on l'a marqué dans la Figure, avec un mouvement un peu plus prompt que celui de la Terre, comme il le doit être en effet, à cauſe que cette Comete a été, pendant preſque tout le tems qu'on l'a apperçue, au dedans de l'Orbe annuel.

On ne peut pas attribuer à cette Comete un mouvement rétrograde avec autant de vraiſemblance, parce qu'alors il faudroit ſuppoſer ſon mouvement beaucoup plus rapide que celui de la Terre, quoique dans la plus grande partie de ſon cours elle ſe fût trouvée au-delà de l'Orbe annuel, à une grande diſtance du Soleil.

Nous ajouterons ici, que les grandes variétés qui ont été obſervées dans la figure du noyau ou diſque de cette Comete, pourroient bien être l'effet, du moins en partie, de ſes differens aſpects avec le Soleil, que l'on n'a pas pu diſcerner avec beaucoup d'évidence, à cauſe de la chevelure qui l'environnoit.

Le 14 Décembre de l'année 1664, ſur les

5 heures du matin, Hevelius obſerva à Dantzik, une Comete qui étoit dans le 8me degré de la Balance, avec une latitude auſtrale de 22 degrés. Son diſque avoit 3 ou 4 minutes de diametre, & étoit entouré d'une chevelure moins claire, & plus déliée, qui occupoit environ 12 minutes. Le milieu ou diſque de cette Comete, vu avec une Lunette, paroiſſoit compoſé de pluſieurs petits corps de differentes denſités. Elle augmenta les jours ſuivans de grandeur, de ſorte que le 29 Décembre, ſa tête avec ſa chevelure avoit 24 minutes de diametre, & on voyoit dans le milieu un corps très lumineux & très compact, de couleur de feu, qui étoit entouré d'autres petits corps de differentes denſités. Elle commença à diminuer au commencement de Janvier de l'année 1665, en ſorte que le 6 du même mois, elle n'occupoit plus que 8 min.

Le 22 Janvier, ſon diſque ne paroiſſoit pas parfaitement rond, mais inégal, avec des pointes déliées qui s'élevoient de toutes parts. Sa grandeur n'étoit alors que de 6 minutes, & elle ne fut trouvée le 2 Février que de 3 minutes, ayant diminué de denſité & de lumiere juſqu'au tems qu'on ceſſa de la voir.

A l'égard de ſa queue, elle paroiſſoit fort grande dès le 14 Décembre, mais le 21 du même mois elle avoit 22d de longueur ſur deux de largeur.

* La longitude de cette Comete étoit le 15, à 4h 29' du matin, à 6d 28' de la Balance,

* *Hevel. p. 757.*

ce, & ſa latitude auſtrale de 22d 21'.

Le 18 Décembre, à 3h 36' du matin, ſa longitude étoit à 3d 20' de la Balance, & ſa latitude auſtrale de 25d 14', de ſorte qu'elle s'étoit avancée, dans l'eſpace de 3 jours, de 3d 27' contre la ſuite des Signes, ſa latitude ſeptentrionale ayant augmenté pendant cet intervalle à-peu-près de la même quantité, la direction apparente de ſon mouvement étant vers le Sud-Oueſt. Le mouvement de cette Comete augmenta conſiderablement les jours ſuivans, car ſa longitude fut déterminée le 31 Décembre à 3d 2' des Gémeaux, ayant parcouru, dans l'intervalle de 13 jours, 120 degrés contre la ſuite des Signes, ce qui eſt à raiſon de plus de 9 degrés par jour. Son mouvement diminua enſuite continuellement juſqu'au 4 Février qu'on la trouva à 26d 28' du Bélier, avec une latitude boréale de 5d 28'. A l'égard de ſa latitude, elle fut d'abord, comme on l'a dit ci-deſſus, auſtrale, & augmenta les jours ſuivans, de ſorte qu'elle étoit le 31 Décembre de 34d 12'; elle diminua enſuite de la maniere qu'on l'a marqué ici, où l'on voit que cette Comete a traverſé l'Ecliptique entre le 15 & le 16 Janvier, enſuite de quoi elle a eu une latitude boréale.

				* Longitude.				
Dec.	15	à 4h 29' mat.	♎	6d 28'	8"	22d 21'	Lat. Auſt.	
	18	3 36		3 20	12	25	14	
	31	7 19 ſoir.	♊	3 1	38	34	12	
Janv.	1	9 18	♉	24 21	40	27	43	
	5	7 58		8 58	50	12	37	

Janv.

* *Cometograph. p. 757.*

Janv.	7	à 8h	51'	soir.	♉	5d	19'	0"	8d 18' Lat. Auſt.
	10	7	49			2	4	18	4 14
	17	7	19		♈	28	24	38	0 52 Lat. Bor.
	21	6	45			27	29	16	2 31
Févr.	2	6	0			26	29	8	5 18
	3	6	41			26	29	48	5 25
	4	7	52			26	27	31	5 28

Mon Pere, dans ſon Traité ſur les Cometes de 1664 & 1665, fait voir que, ſuppoſant la Terre immobile, on peut repréſenter ſon mouvement ſur une ligne ſenſiblement droite.

Hevelius, plaçant la Terre ſur ſon orbe dans le tems des diverſes Obſervations que l'on a faites de cette Comete, trouve qu'elle a dû paſſer au-delà de l'Orbe annuel, & lui donne un cours rétrograde avec lequel il repréſente aſſez bien la quantité de ſon mouvement apparent. Mais il en réſulte néceſſairement, comme on peut le voir dans la Figure qu'il en donne, que cette Comete étoit le 29 Décembre, jour de ſon Périgée, quatre fois plus près de la Terre que le 14 Décembre. Ainſi le diametre de cette Comete, y compris ſa chevelure, ayant été trouvé le 14 Décembre de 12 minutes, on auroit dû l'obſerver le 29 Décembre d'environ 48 minutes, au-lieu qu'il ne l'a déterminé ce jour-là que de 24 minutes. On peut remarquer la même apparence par l'Obſervation du 3 Février, où le diametre de la Comete fut obſervé de 3 minutes, c'eſt-à-dire, la huitieme partie de celui que l'on y avoit trouvé le

29 Décembre; au-lieu que, selon sa théorie, la distance de cette Comete à la Terre étoit quinze fois plus petite. D'où l'on voit que les distances réelles de cette Comete à la Terre qui doivent être en raison réciproque de ses diametres apparens, n'étoient pas bien représentées par cette théorie.

Hevelius, qui a apparemment senti la difficulté qu'il y avoit de représenter la grandeur apparente du diametre de cette Comete, observé en differens tems, suppose que les Cometes varient réellement de grandeur, * que celle de 1664 étoit d'abord six fois plus grande que le diametre de la Terre, qu'elle a ensuite diminué d'environ la moitié, en sorte qu'elle n'étoit que trois fois plus grande que ce diametre, & qu'elle a ensuite augmenté, de sorte que le 4 Février, son diametre surpassoit quatre fois celui de la Terre.

Je ne sai si l'on admettra facilement cette vicissitude d'augmentation & de diminution dans la grandeur des Cometes pendant un si petit intervalle de tems. Pour nous, en suivant toujours les mêmes principes, nous trouvons qu'on peut représenter les diametres apparens de cette Comete, aussi-bien que la quantité de son mouvement, en lui attribuant un mouvement direct suivant la suite des Signes, & supposant la courbure de son orbe un peu plus grande que celle de l'Orbe annuel. Suivant cette hypothese, cette Comete se sera trouvée le 14 Décembre, jour au-

* *Page 734.*

auquel on a commencé à l'appercevoir, au dedans de l'Orbe annuel, dont elle ſera ſortie les jours ſuivans, & y ſera enſuite rentrée quelques jours après, comme on le peut voir par la Figure. La quantité de ſon mouvement, réduite à l'Ecliptique, paroît plus petite que celui de la Terre; mais à cauſe de ſon mouvement en latitude, il eſt réellement auſſi grand ſur ſon orbe, comme il le doit être en effet, à raiſon de ſa diſtance au Soleil; au-lieu que ſuivant Hevelius, qui décrit ſon cours au-delà de l'Orbe annuel, le mouvement de cette Comete eſt beaucoup plus grand que celui de la Terre.

Tout ce qu'il y a de ſingulier dans notre maniere d'expliquer le mouvement de cette Comete, eſt la néceſſité qu'il y a de lui attribuer une plus grande courbure qu'à l'Orbe annuel. D'où il ſuit que l'Ellipſe qui repréſente ſon orbe, ſi c'en eſt une, doit être preſque entierement renfermée dans l'Orbe annuel. Mais il eſt aiſé d'en rendre la raiſon, en lui donnant une excentricité plus grande que celle de la Terre, comme on le ſuppoſe dans preſque toutes les Cometes. D'ailleurs Hevelius, qui ſoutient * que l'on ne peut pas repréſenter le cours de cette Comete direct, a été obligé de la faire courber vers la fin de ſon apparition; & quoiqu'il ſoit perſuadé que les Cometes, qui ſont beaucoup au-delà de l'Orbe annuel, ſuivent des lignes, dont la courbure eſt peu ſenſible †, il convient que lorſqu'elles ſont au dedans de cet orbe, leur cour-

* *Page 759.* † *Page 761.*

courbure doit être plus grande.

Cette Comete a été suivie de près d'une autre qui fut observée par mon Pere le 4 du mois d'Avril, & par Hevelius le 6 du même mois, à 1h 30' du matin, au 14me degré des Poissons, avec une latitude boréale de 26d 30'. Sa lumiere étoit à peu près semblable à celle de Jupiter, & beaucoup plus éclatante que celle de la Comete précédente; sa queue avoit 17 degrés de longueur. On voyoit par le moyen d'une Lunette, dans le milieu de la tête de cette Comete, un disque très éclatant, environné d'une matiere plus deliée.

Le 7 & le 8 Avril, sa tête paroissoit si claire, qu'on la voyoit même lorsque le jour faisoit disparoitre presque toutes les autres Etoiles. Depuis ces jours-là jusqu'au 16 Avril, la tête de la Comete demeura dans le même état. Elle surpassoit alors en clarté presque toutes les Etoiles fixes, & le diametre de son disque intérieur paroissoit plus petit que celui de Jupiter, & égal à celui de Saturne.

Son mouvement apparent étoit suivant la suite des Signes, cette Comete ayant décrit 9 degrés depuis le 6 jusqu'au 8 Avril, & 38 degrés depuis le 8 Avril jusqu'au 20 du même mois qu'elle étoit à 1d 18' du Taureau, & qu'Hevelius cessa de la voir; ce qui ne provenoit pas de son trop grand éloignement de la Terre, mais de ce qu'elle étoit trop près du Soleil pour pouvoir être apperçue.

A l'égard de sa latitude, qui étoit d'abord de 26d 30' vers le Nord, elle diminua conti-

nuellement jusqu'au 20 Avril qu'elle fut observée de $13^d\ 20'$ vers le Nord.

Le mouvement de cette Comete est représenté direct par Hevelius, qui la fait passer près du Soleil en s'écartant de la Terre, & qui, pour concilier les diverses distances où elle se trouve avec sa grandeur apparente, est obligé de supposer qu'elle augmentoit continuellement de grandeur. Pour nous, après avoir considéré que la tête de cette Comete & sa clarté étoient restées à peu près dans le même état depuis le commencement de son apparition jusqu'au 16 Avril, nous trouvons que cette Comete a dû avoir un mouvement direct, conforme à l'apparence; mais au-lieu de lui donner, de même qu'Hevelius, une direction vers le Soleil, nous avons représenté la direction de son mouvement, en lui faisant parcourir, au dedans de l'Orbe annuel, un Cercle ou Ellipse à peu près parallele à celui de la Terre, de maniere qu'elle s'en soit écartée fort peu pendant tout le tems qu'on l'a apperçue. On peut rendre par ce moyen la raison pour laquelle elle n'a pas diminué sensiblement de grandeur.

On trouve même que cette Comete peut, avec quelque fondement, être supposée la même que celle que l'on avoit cessé de voir le 12 du mois de Février précédent, dont la latitude étoit de $7^d\ 30'$ boréale, & alloit en augmentant, de sorte que, le 6 Avril, elle devoit être plus grande, conformément à celle que l'on y a observée alors de $26^d\ 30'$.

Il est vrai qu'en considerant le mouvement de

de cette Comete, réduit à l'Ecliptique, supposée la même, on trouve qu'il a été d'abord plus lent que celui de la Terre, qu'il a dû ensuite être plus prompt pendant qu'on a cessé de la voir, & qu'il a en dernier lieu paru être plus lent. Mais ces differentes apparences de mouvement peuvent être l'effet de sa variation en latitude, qui a été observée assez grande au tems de la premiere & de la derniere Observation, & qui n'a pas augmenté dans la même proportion dans le tems qu'on a cessé de la voir. D'où il résulte que le mouvement de cette Comete, supposé égal sur son orbe, a dû, lorsqu'il a été réduit à l'Ecliptique, être plus petit dans le tems qu'elle a été observée, & plus grand dans l'intervalle où on ne l'a point apperçue.

Le 10 Mars de l'année 1668, mon Pere apperçut une longue trace de lumiere qui sortoit des nuées voisines de l'horizon vers le ventre de la Baleine, & s'étendoit le long de l'Eridan, ayant au moins 30 degrés de longueur & un degré & demi de largeur. Cette lumiere paroissoit avoir un mouvement de l'Occident vers l'Orient, s'élevant vers le Septentrion: mais on ne put pas déterminer exactement la quantité de son mouvement, à cause que sa tête, qui devoit être cachée dans le crépuscule, ne parut point pendant le tems de cette Observation.

Le 16 Mars de l'année 1672, Hevelius observa à Dantzik une Comete vers la tête méridionale d'Andromede, dont la queue avoit environ 2 degrés de longueur; elle étoit le 8 du même mois au 12me degré du Bélier.

Le 30 Mars sa longitude fut observée à Paris à 0d 15' des Gémeaux, avec une latitude septentrionale de 8d 49', & on continua de la voir à Dantzik jusqu'au 21 Avril qu'elle se trouva au 19me degré des Gémeaux, ayant parcouru 2 Signes & 7 degrés dans l'espace de 44 jours, avec une latitude méridionale d'environ 9 degrés, ayant eu un mouvement direct, suivant la suite des Signes, qui déclinoit un peu vers le Midi.

Ayant examiné la route de cette Comete, on trouve qu'on peut la représenter directe en deux manieres. La premiere, en la plaçant au commencement qu'elle a été apperçue plus éloignée du Soleil que de la Terre, dont elle a dû s'approcher les jours suivans, comme il résulte des Observations d'Hevelius, qui la vit augmenter de grandeur pendant quelques jours; ce qui s'accorde aussi aux Observations de mon Pere, qui jugea qu'elle avoit passé le 12 Mars par son Périgée, d'où elle s'étoit éloignée les jours suivans jusqu'à ce qu'elle eut cessé de paroitre.

La seconde maniere de représenter le cours de cette Comete, est de la placer au-delà du Soleil à telle distance & avec telle direction que l'on jugera convenable pour que la quantité de son mouvement soit proportionnée à sa distance au Soleil & à la Terre.

En 1676 il parut une Comete sans queue, égale aux Etoiles de la 3me grandeur, qui fut observée à Nantes par le P. Fontenay Jésuite, le 14 Février, dans la Constellation de l'Eridan, à l'endroit du Ciel où l'on avoit vu

vu en 1668 une Comete ſans tête. Elle ceſſa de paroitre le 9 Mars ſuivant dans les Etoiles du Lievre, ayant eu un mouvement direct.

Il eſt très aiſé de voir que le mouvement de cette Comete a dû être direct, mais nous n'avons pas repréſenté ſon cours dans la Figure, n'en ayant pas d'Obſervations aſſez détaillées.

A la fin d'Avril de l'année 1677, il parut une Comete qui fut obſervée en divers lieux de l'Europe, & paſſa au deſſous d'Andromede par le triangle vers la tête de Méduſe. Elle fut d'abord apperçue le 25 Avril près de Madrid par le P. Zaragoſſo, Jéſuite, qui détermina ſa longitude à 0d 36′ du Taureau avec une latitude boréale de 19d 18′. Elle fut obſervée le 27 par Hevelius *, qui la trouva le 3 Mai au 14me degré du Taureau, & le 7 Mai à 19 degrés du même Signe, s'étant avancée, depuis le 25 Avril, de 18 degrés de l'Occident vers l'Orient, avec une latitude boréale qui déclinoit vers le Midi. Elle étoit fort près de ſa conjonction avec le Soleil, & on ceſſa de la voir le 8 Mai qu'elle fut cachée par les rayons du Soleil.

Ayant examiné le mouvement de cette Comete, on trouve qu'on peut repréſenter ſon cours en la plaçant entre le Soleil & la Terre, mais beaucoup plus près de la Terre que du Soleil, & en lui donnant un mouvement direct ſuivant la ſuite des Signes. On pourroit auſſi repréſenter le cours de cette Comete

* *Hevel. Mach. Celeſt. p.* 602, 792, *&c.*

mete direct, en la ſuppoſant au-delà du Soleil dans l'eſpace compris entre cet Aſtre & l'Orbe annuel.

Dans la premiere de ces hypotheſes, cette Comete paroît avoir ſuivi la direction de la route de la Comete qui parut aux mois de Mars & d'Avril 1672, dans laquelle on obſerva d'abord, de même que dans celle-ci, une latitude boréale qui diminua les jours ſuivans en s'approchant vers le Midi.

Vers la fin du mois de Novembre de l'année 1680, on apperçut en divers endroits de l'Europe où le Ciel avoit été plus découvert qu'à Paris, une Comete qui ſe levoit avant le crépuſcule du Soleil, & qui après avoir fait ſon cours dans la Conſtellation de la Vierge, ſe cacha dans les rayons du Soleil. On commença à la voir le 20 Novembre à Florence, où on détermina ſon aſcenſion droite de 165 degrés, qui répondent à $13^d\ 40'$ de la Vierge. Elle fut obſervée à Rome le 27 Novembre par Cellio, qui la jugea égale aux Etoiles de la premiere grandeur, avec une queue de 14 à 15 degrés de longueur. Elle étoit ce jour-là à 8 degrés $\frac{1}{2}$ de la Balance, avec un demi-degré de latitude boréale fort près de l'Ecliptique qu'elle ſuivit aſſez exactement, en déclinant un peu vers le Midi, juſqu'au 7 Décembre qu'elle ſe trouva $23^d\ 35'$ du Scorpion, ayant parcouru 45 degrés ſuivant la ſuite des Signes, dans l'eſpace de 10 jours.

On peut repréſenter le cours de cette Comete en deux manieres differentes. La premiere, en la ſuppoſant fort près de la Terre,

&

& lui donnant un mouvement direct, à peu près parallele à l'Orbe annuel. La seconde, en la supposant aussi au dedans de l'Orbe annuel, à une plus grande distance de la Terre, & lui donnant une direction vers le Soleil, de sorte cependant que son mouvement soit suivant la suite des Signes, comme on l'a marqué ici dans la Figure.

Au mois de Décembre de la même année 1680, on apperçut une Comete qui fut observée à Paris, par mon Pere, le 22 de ce mois, près de la tête du Sagittaire. M. Flamsteed * avoit déja vu la queue de cette Comete le 20 & le 21, mais il n'apperçut sa tête que le 22 Décembre, jour auquel il détermina sa longitude à 6d 33' du Capricorne, avec une latitude boréale de 8d 26'.

Elle étoit le 27, blanche, ronde, & aussi grande à la vue qu'une Etoile de la 1ere grandeur. Etant considerée avec une Lunette de 12 pieds, elle paroissoit semblable à une lueur sombre, & une espece de nuage plus clair au milieu, & plus obscur aux extrémités, & on la voyoit aussi grande que la Lune paroît aux yeux. Sa queue étoit fort large au sortir de la tête, & avoit 48 degrés de longueur. Le mouvement de cette Comete, qui étoit au commencement de deux degrés par jour, augmentoit sensiblement d'un jour à l'autre, de sorte que le 4 Janvier 1681, il fut observé de 4 degrés & demi. A mesure que le mouvement accéléroit, la Comete augmentoit de grandeur apparente, & sa queue se prolongeoit: car, au-lieu qu'el-

* *Hist. Cœlest. p.* 104.

le n'avoit le 27 Décembre que 48 degrés de longueur, elle fut obſervée le 29 Décembre à Paris de 62 degrés; le 30 Décembre, en Angleterre, de 68 degrés, & le 31 de près de 70 degrés de longueur & 2 de largeur. Elle parut même de 90 degrés à Conſtantinople *, où, ſelon une Relation qui en a été envoyée, elle paſſoit par Antinoüs, par l'Aigle, coupant l'aile du Cygne, & ſe terminoit à la ceinture de Caſſiopée.

Le mouvement & la grandeur de cette Comete qui avoient augmenté juſqu'au 4 Janvier, diminuerent dans la ſuite juſqu'au 18 Mars qu'on ceſſa de la voir à Paris, ſa longitude étant à 0d 18′ 13″ des Gémeaux, & ſa latitude boréale de 11d 46′ 15″.

Les Obſervations de cette Comete ſont rapportées par mon Pere dans ſon Livre de la Comete de 1680, par M. Flamſteed dans ſon Hiſtoire céleſte, par le P. Fontenay, Jéſuite, & par divers autres Auteurs, dont j'en ai extrait quelques-unes, telles qu'elles ſont marquées ici.

Dec.	22 à	4h 56′	♑	6d 33′	Long.	8d 26′	Lat. Bor.
	27	5 40		19 23		16 30	
	31	6 32	♒	5 8		21 46	
Janv.	3	6 12		18 49		25 23	
	8	7 55	♓	13 12		28 10	
	15	5 51	♈	8 49		26 15	
	20	5 54		20 41		23 44	
Févr.	4	7 44	♉	9 35		17 56	
	15	6 50		17 0		15 27	
	19			19 7		14 51	
Mars	18	8 23	♊	0 18		11 46	

Ayant

* *Traité de la Com. de 1680, p. 33.*

Ayant examiné la route de cette Comete, on trouve que ſuppoſant la révolution de la Terre autour du Soleil, elle a dû néceſſairement avoir, conformément à l'apparence, un mouvement direct que l'on peut repréſenter en deux manieres differentes. La premiere, en ſuppoſant qu'elle s'eſt trouvée au commencement qu'on l'a apperçue au dedans de l'Orbe annuel entre le Soleil & la Terre, mais beaucoup plus éloignée du Soleil que de la Terre, dont elle s'eſt approchée les jours ſuivans; qu'elle s'eſt enſuite éloignée de la Terre, auſſi-bien que de l'Orbe annuel, en ſe rapprochant du Soleil juſqu'au 18 Mars qu'on a ceſſé de la voir.

La ſeconde maniere de repréſenter le cours de cette Comete, eſt de la placer, au commencement qu'on l'a apperçue, beaucoup plus près du Soleil que de la Terre, dont elle s'eſt approchée les jours ſuivans, en s'éloignant continuellement du Soleil, ce qui eſt à peu près conforme au cours que M. Newton lui attribue dans ſes Principes de Philoſophie. Il prétend même que cette Comete eſt la même que celle qui avoit ceſſé de paroitre quelques jours auparavant, & qui après avoir paſſé fort près du Soleil, s'en éloignoit en décrivant une ligne parabolique qu'il repréſente dans une Figure.

Suivant cette hypotheſe, cette Comete a ſuivi l'ordre des Signes, tant en s'approchant du Soleil dans les premieres Obſervations que l'on en a faites, qu'en s'en éloignant dans les dernieres. Ainſi la route qui réſulte de la

Théo-

Théorie de M. Newton n'eſt pas contraire à notre hypotheſe.

Il ne laiſſe pas d'y avoir quelque difficulté à expliquer comment la Comete du mois de Novembre, dont la latitude étoit, ſelon lui, le 5 Décembre de 2d 18' auſtrale, & qui alloit en augmentant vers le Midi, a pu reparoître le 22 du même mois avec une latitude boréale de 8d 26' vers le Nord. Car, ſuivant cette hypotheſe, il faut qu'elle ait paſſé par ſon Nœud deſcendant quelques jours avant le 27 Novembre, & que vers le 17 Décembre, elle ait repaſſé par ſon Nœud aſcendant, n'ayant pas employé un mois dans ſon paſſage au deſſous du plan de l'Ecliptique.

La route de cette Comete, de la premiere maniere que je l'ai repréſentée, a beaucoup de rapport avec celle de 1577, avec laquelle mon Pere l'a comparée dans l'hypotheſe de la Terre immobile; car nous trouvons qu'elles ont été toutes les deux, pendant tout le tems qu'elles ont paru, au dedans de l'Orbe annuel, beaucoup plus près de la Terre que du Soleil. D'ailleurs elles ont eu à peu près la même latitude boréale, celle de 1577 ayant été obſervée le 26 Janvier 1578, dans le tems qu'elle a été la plus grande, de 29d 15', & celle de 1680 & 1681, le 9 Janvier, de 28d 11', avec une difference ſeulement d'un degré 4 min. qu'on peut aiſément attribuer aux differentes diſtances de cette Comete à la Terre dans le tems de ces deux Obſervations.

Le 23 Août de l'année 1682, les PP. Jéſui-

ſuites apperçurent à Orleans, une Comete au-deſſus de la tête des Gémeaux; elle fut apperçue à Paris les jours ſuivans, ayant paſſé le 23, le 27, le 28 & le 29, de la Conſtellation des Gémeaux à celle du Lion. Sa tête n'étoit pas ſi pâle que celle de la Comete précédente; elle paroiſſoit à la vue ſimple, égale à une Etoile de la ſeconde grandeur, avec une queue qui avoit environ 30 degrés de longueur; mais étant vue avec une Lunette, elle ſurpaſſoit les Etoiles de la premiere grandeur. M. Flamſteed détermina, le 29 Août, ſa longitude à $18^d\ 14'\ 40''$ du Lion, avec une latitude boréale de $25^d\ 49'$, qui augmenta juſqu'au 31 qu'elle fut obſervée de $26^d\ 18'$, enſuite de quoi elle diminua. Son mouvement parut alors auſſi le plus grand, ayant été obſervé de $6^d\ 52'$ entre le 31 Août & le 1er Septembre. Cette Comete continua de paroitre juſqu'au 19 Septembre qu'elle étoit à $0^d\ 44'$ du Scorpion, avec une latitude boréale de $8^d\ 55'$, ayant parcouru 72 degrés dans l'eſpace de 29 jours, ainſi qu'on l'a marqué ici.

					Longitude	Latit. Bor.
Août	30	à 4^h	39'	mat. ♌	$18^d\ 14'\ 40''$	$25^d\ 49'\ 55''$
	31	3	38		24 46 22	26 11 32
	31	8	21	ſoir.	29 38 2	26 17 37
Sept.	1	8	8	♍	6 30 3	26 7 12
	8	8	20	♎	12 37 49	18 34 5
	11	7	33		20 27 4	15 9 49
	14	7	22		25 40 58	12 19 40
	15	7	32		26 59 24	11 33 51
	18	7	16		29 58 45	9 26 43
	19	7	26	♏	0 44 4	8 54 36

Ayant

Ayant examiné le cours de cette Comete, on trouve qu'on peut repréſenter ſon mouvement en diverſes manieres. La premiere, en la plaçant entre le Soleil & la Terre, mais beaucoup plus près de la Terre que du Soleil, & lui attribuant un mouvement direct.

La ſeconde, en la ſuppoſant au-delà du Soleil, mais lui donnant un mouvement beaucoup plus grand que celui de la Terre, auquel cas elle ſeroit auſſi directe.

On peut auſſi repréſenter ſon mouvement rétrograde en la plaçant entre la Terre & le Soleil, plus près de cet Aſtre que de la Terre; mais nous nous ſommes contenté de repréſenter ſon cours ſuivant la premiere maniere, dans laquelle la quantité de ſon mouvement eſt peu differente de celle de la Terre ſur ſon Orbe annuel.

Le 23 Juillet de l'année 1683, M. Flamſteed obſerva à Londres une Comete dont la tête étoit à peine plus grande que les Etoiles de la 4me grandeur, & dont la queue, qui étoit très foible, avoit 3 ou 4 degrés de longueur.

Il détermina le 24 Juillet, à 0^h $5o'$ après minuit, ſa longitude à 13^d $6'$ $42''$ de l'Ecreviſſe, & ſa latitude de 29^d $28'$ $20''$ vers le Nord. Elle fut obſervée le 25 Juillet à 11^h $10'$ du ſoir à 11^d $39'$ $42''$ du même Signe, avec une latitude boréale de 29^d $34'$ $50''$, de ſorte que dans l'eſpace d'un jour 10^h $20'$ ſon mouvement a été d'un degré 27 minutes en longitude contre la ſuite des Signes, & de $6'$ $30''$ en latitude. On continua d'obſerver cette Comete juſqu'au 5 Septembre qu'elle étoit

à

à 24d 44′ du Bélier avec une latitude auſtrale de 16d 38′ 20″, ayant parcouru dans l'eſpace de 44 jours, depuis le 23 Juillet juſqu'au 5 Septembre, 78 degrés contre la ſuite des Signes, avec un mouvement accéleré qui, au commencement de ſon apparition, n'étoit que de 45 minutes par jour, & qui ſur la fin fut obſervé de plus de 4 degrés, comme on le peut voir pas les Obſervations que l'on en a ici rapportées. pre

Juillet	24	à	0h 50′	mat.	☌	13d 6′ 42″	Longitude.	29d 28′ 20″	Latitude Boréale.
	25		11 10	ſoir		11 39 43		29 34 50	
	27		10 15			10 8 40		29 34 0	
Août.	3		1 35			5 11 30		28 50 28	
	13		2 52		♊	25 28 46		25 17 28	
	19		10 23			16 5 55		20 6 10	
	27		3 9			0 41 53		9 34 13	
	29		3 44		♉	24 49 5		5 9 11	
Septembre.	2		2 45			11 7 12		5 16 50	Latitude Auſtr.
	6		4 4		♈	24 44 0		16 38 20	

Quoique le mouvement de cette Comete ait paru rétrograde pendant tout le tems qu'on l'a obſervée, on repréſente fort bien ſon cours ſuivant la ſuite des Signes, en ſuppoſant qu'elle étoit d'abord entre le Soleil & la Terre, mais plus

près de la Terre que du Soleil, qu'elle a traverſé l'Orbe annuel le 25 d'Août au 7me degré des Poiſſons, qu'elle a coupé l'Ecliptique le 30 du même mois au 13me degré des Poiſſons, & qu'elle s'eſt trouvée à la fin de ſon apparition au-delà de cet orbe, ainſi qu'on l'a marqué dans la Figure.

* Le 6 Septembre de l'année 1686 à 4h ½ du matin, on apperçut près de Leipſik une Comete un peu avant le commencement du jour, que M. Kirkius obſerva le 8 à 4h du matin dans le Signe du Lion. Elle étoit à peu près égale à une Etoile de la premiere grandeur, d'une couleur blanche, avec une queue d'environ 3 degrés. Elle étoit, autant qu'on pouvoit le conjecturer à la vue ſimple, dans une ligne droite qui paſſoit par l'extrémité de la queue de la grande Ourſe & la luiſante dans le dos du Lion appellée δ par Bayer, dont elle étoit éloignée autant que les Etoiles γ & η qui ſont au-deſſus du cœur du Lion le ſont entre elles, ce qui donne ſa longitude à 9 degrés de la Vierge, & ſa latitude de 10 degrés vers le Nord.

Le 7 Septembre, elle paroiſſoit avoir fait un degré & demi, ſuivant la ſuite des Signes.

Le 8 Septembre, M. Kirkius l'obſerva dans le Signe du Lion, & détermina ſa ſituation par rapport à diverſes Etoiles fixes.

On continua de la voir juſqu'au 12 Novembre, & elle ceſſa enſuite de paroitre, à cauſe de la lumiere du jour.

Les Obſervations de cette Comete ne ſont pas aſſez circonſtanciées, ni en aſſez grand nom-

* *Acta Erud. 1686. page 565.*

nombre, pour pouvoir essayer de déterminer son cours qui a été direct en apparence.

Le 8 Décembre de l'année 1689, les PP. Jésuites observerent à Pondichery & à Malaga, une Comete dont la queue occupoit 35 degrés d'un grand cercle, nonobstant la clarté de la Lune qui la diminuoit de beaucoup, car elle paroissoit quelquefois de 60 degrés.

Le 10, on l'observa dans la gueule du Lion, presque à la racine de sa langue, étant environ à 29d du Scorpion, avec une latitude australe de 13 degrés.

Le 14, elle étoit près de l'Etoile, dans l'épaule du Loup.

Les 15, 16, 17, 18 & 19, elle continua à suivre une ligne droite sur le dos du Loup, vers l'Etoile de la 1ere grandeur, qui est au pied du Centaure, & on continua de la voir jusqu'au 23 Décembre qu'elle étoit presque à la partie boréale & occidentale du pied du Centaure, la plus grande vîtesse de son mouvement ayant été du 14 au 15 Décembre où elle étoit d'un peu plus de 3 degrés.

Cette Comete alloit du Nord au Sud, sur une ligne qui étoit dirigée à très peu près au Pole méridional de l'Ecliptique. Elle ne put pas être observée à Paris, parce qu'au commencement qu'on l'a apperçue, elle se trouvoit fort près du Soleil, & n'étoit élevée que de 8 à 9 degrés sur l'horizon, dont elle s'est approchée de plus en plus les jours suivans, s'étant trouvée au-dessous dans le tems qu'on a cessé de la voir.

En

* *Observ. Phys. & Meteor.*

En examinant le mouvement de cette Comete, par rapport à celui de la Terre, on trouve qu'on peut repréſenter ſon cours en deux manieres. La premiere, en la plaçant entre le Soleil & la Terre, & lui donnant un mouvement direct de l'Occident vers l'Orient, à peu près égal à celui de la Terre. La ſeconde, en la plaçant au-delà du Soleil, auquel cas elle a été rétrograde.

Comme cette Comete a été aſſez exactement du Nord au Sud, ſans changer ſenſiblement de longitude, il réſulte que ſon mouvement, dans les differentes Obſervations que l'on en a faites, a été compris entre des paralleles tirées de la Terre, au 29me degré du Sagittaire.

Le 2 Septembre de l'année 1698, M. de la Hire apperçut à Paris, dans la Conſtellation de Caſſiopée, une Comete près de l'Etoile $\varkappa$ qui eſt dans la Chaire, entre cette Etoile & l'Etoile β. Elle étoit le 4 dans l'épaule de Céphée, où elle parut le double plus grande que la premiere fois, égale à une Etoile de la 4me grandeur, avec une queue fort petite.

Mon Pere détermina ce jour-là ſa ſituation parmi les Etoiles fixes, & il continua de l'obſerver juſqu'au 28 du même mois.

Elle étoit, ſuivant les Obſervations de M. de la Hire, le 2 Septembre, au 8me degré du Taureau, avec une latitude ſeptentrionale de $52^{d}\ 0'$, le 6, à 8^{h} du ſoir, au 16me degré des Poiſſons, avec une latitude de 76 degrés, & le 7 à la même heure, à 7 degrés du Verſeau, avec la même latitude que le jour précé-

cédent, ayant parcouru 39 degrés en longitude contre l'ordre des Signes.

Elle continua de paroître rétrograde les jours ſuivans, comme on l'a marqué ici, en diminuant de latitude juſqu'au 28 Septembre, qu'on l'obſerva à 27 degrés du Scorpion, avec une latitude boréale de 9d 30′, ayant parcouru dans l'eſpace de 26 jours, cinq Signes & 11 degrés de l'Orient vers l'Occident.

Septemb.	2	♉ 8d	Longit.	52d 0′	Latit. Bor.
	4	♈ 15		64 7	
	5	5		72	
	6	♓ 16		76	
	7	♒ 7		76	
	9	♐ 23		62	
	11	11		49	
	15	3		29 30	
	24	♏ 29		13 30	
	28	27		9 30	

Ayant examiné le cours de cette Comete, on trouve qu'elle étoit, dans les premieres Obſervations, hors de l'Orbe de la Terre, dont elle s'eſt approchée les jours ſuivans, qu'elle a traverſé cet Orbe le 9 Septembre, en s'approchant du Soleil, & que ſon cours, rétrograde en apparence, étoit réellement direct, ſuivant la ſuite des Signes, de la maniere qu'on l'a repréſenté dans la Figure. On peut même, par le moyen des lignes tirées de la Terre à la Comete le 6 & le 7 Septembre, connoître ſa diſtance & ſa ſituation, par rapport à la Terre & au Soleil, avec aſſez d'exactitude, puiſqu'elle a dû ſe trouver en-

entre l'Orbe annuel, & le concours de ces deux lignes, qui ſont des limites extrêmement reſſerrées.

Mon Pere, dans l'hypotheſe de l'immobilité de la Terre, a comparé cette Comete à celle de 1652, parce qu'elles ont décrit toutes les deux la même route parmi les Etoiles fixes; & nous trouvons auſſi, en ſuppoſant le mouvement de la Terre, que quoique ces deux Cometes ayent paru dans une ſaiſon de l'année differente, ce peut être la même qui a traverſé l'Orbe annuel en 1698, vers le 15me degré des Poiſſons, & qui y avoit paſſé en 1652, vers le 25me degré des Gémeaux, comme je l'ai repréſenté dans cette Figure, où l'on voit que continuant la route de la Comete de 1698, elle concourt aſſez exactement avec celle de 1652.

La plus grande difficulté ſeroit par rapport aux Nœuds, la Comete de 1652 s'étant trouvée dans ſon Nœud aſcendant, au commencement du Signe de l'Ecreviſſe, éloigné de trois Signes du Nœud deſcendant de la Comete de 1698, qui a dû traverſer l'Ecliptique au commencement d'Aries; de ſorte que ſi c'eſt la même Comete, il faut attribuer à ſes Nœuds un mouvement de trois Signes ou 90 degrés dans l'eſpace de 46 ans.

* Le 19 Février de l'année 1699, M. Maraldi apperçut à Paris une Comete en forme d'une Etoile nébuleuſe de la 3me grandeur. Elle étoit preſque en ligne droite entre le Pole & quatre petites Etoiles qui ſont entre la

* *Mem. de l'Ac.* 1701. *p.* 63.

la chaire de Caſſiopée, & la tête de la grande Ourſe. La direction de ſon cours étoit du Nord vers le Midi, avec un mouvement en longitude de l'Occident vers l'Orient, ſuivant la ſuite des Signes.

On trouva le 19 Février, à 9^h 45′ du ſoir, ſa longitude à 13 degrés des Gémeaux, & ſa latitude ſeptentrionale de 41 degrés.

Elle étoit le 20, à 8^h du ſoir, à 17^d 37′ des Gémeaux, avec une latitude ſeptentrionale de 32^d 10′.

Le 23, à 7^h 30′, à 19^d 58′ des Gémeaux, avec une latitude ſeptentrionale de 11^d 50′.

Le 24, à 6^h 44′, à 21^d 11′ de ♊, avec une latitude boréale de 6^d 37′.

Le 26, à 7^h 50′, à 22^d 45′ de ♊, avec une latitude auſtrale de 0^d 45′.

Le 28, à 7^h 10′, à 23^d 50′ de ♊, avec une latitude auſtrale de 5^d 25′.

Le 1er Mars, à 9^h 10′, à 24^d 10′ de ♊, avec une latitude auſtrale de 7^d 30′.

Et le 2 Mars, à 7^h 30′, à 24^d 35′ de ♊, avec une latitude auſtrale de 9^d 15′.

Enfin le 6 Mars, on ne put plus l'appercevoir à la vue ſimple, & on la trouva, avec une Lunette, proche des Etoiles qui ſont dans l'épaule orientale d'Orion.

Suivant ces Obſervations, le mouvement de cette Comete a été dans l'intervalle de 11 jours, depuis le 19 Février juſqu'au 2 Mars, de 11^d 35′ en longitude, ſuivant la ſuite des Signes, & de 5^d 15′ en latitude du Nord vers le Midi.

Cette Comete fut obſervée à Pekin, le 17 Février, par le P. Fontenay, Jéſuite,

qui l'apperçut près de l'Etoile du genou droit de Céphée, appellée γ par Bayer, & qui détermina sa situation jusqu'au 26 du même mois. Elle lui parut le 17 Février de la 2de grandeur, le 23 de la 3me grandeur, le 25 de la 4me, & le 26 de la 6me, suivant la même route que celle que l'on avoit déterminée à l'Observatoire de Paris.

Ayant tiré des lignes du lieu de la Terre à celui de la Comete, dans les differentes Observations que l'on en a faites, l'on trouve qu'elle a été réellement directe, conformément à l'apparence, & que pendant tout le tems qu'on l'a apperçue, elle a été hors de l'Orbe annuel, dont elle n'étoit pas fort éloignée au commencement de son apparition, ce qu'il est nécessaire de supposer pour représenter la quantité de son mouvement à l'égard du Soleil, qui n'a pas dû excéder celui de la Terre.

* Le 20 Avril 1702, M. Bianchini apperçut à Rome, proche des Etoiles de la Fleche, une Comete sans queue, semblable à une Etoile nébuleuse, mais plus claire que celle de l'Ecrevisse, dont il determina la longitude à 25 degrés du Capricorne, avec une latitude boréale de $43^d\ 0'$. Elle étoit le 21 Avril, à $11^h\ \frac{1}{2}$ du soir, à $1^{cd}\ 21'$ du Capricorne, avec une latitude boréale de $40^d\ 31'$, ayant parcouru dans l'espace d'un jour, 15 degrés ou environ en longitude, contre la suite des Signes, & 2 degrés $\frac{1}{2}$ en latitude du Nord vers le Sud.

El-

* *Memoires de l'Acad. 1702. page 156.*

Elle fut obſervée ce jour-là à Berlin, où on la trouva à 3 heures après minuit, à 23 degrés du Sagittaire.

Elle étoit à Rome le 23 à $11^h\ 7'$ du ſoir, à $17^d\ 16'$ du Sagittaire, avec une latitude boréale de $32^d\ 30'$

Elle fut obſervée à Paris, par M. de la Hire, le 24 vers les deux Etoiles de l'épaule droite du Serpentaire.

Elle étoit à Rome le 26, à $1^d\ 41'$ de ♑, avec une latitude de $23^d\ 10'$, & on continua de l'obſerver les jours ſuivans, après leſquels on ceſſa de la voir à cauſe de la clarté de la Lune. Elle étoit le 4 Mai, à $10^h\ 15'$ du ſoir, à $19^d\ 56'$ du ♏, avec une latitude boréale de $16^d\ 41'$, de ſorte qu'elle avoit parcouru dans l'eſpace de 14 jours 65^d en longitude, contre l'ordre des Signes, & $26^d\ 20'$ en latitude du Nord vers le Sud.

Ayant examiné le mouvement de cette Comete, par rapport à la Terre, on trouve que l'on peut repréſenter facilement ſon cours direct, en la plaçant le 20 Avril 1702, jour de la premiere Obſervation, un peu au-delà de l'Orbe annuel, dont elle s'eſt éloignée les jours ſuivans juſqu'au tems qu'elle a ceſſé de paroître.

Le 18 Mars de l'année 1706, on apperçut à Paris, près de la Couronne ſeptentrionale, une Comete en forme d'une Etoile nébuleuſe, ſemblable à celle qui eſt dans la ceinture d'Andromede; ſa longitude fut déterminée ce jour-là, à minuit, à $11^d\ 48'\ 0''$ du Scorpion, & ſa latitude boréale de $54^d\ 8'\ 40''$.

Le 24, à 11h 10', sa longitude étoit à 16d 0' de la Balance, & sa latitude boréale de 40d 9' 25", ayant parcouru en 6 jours 25d 48' 0" en longitude contre la suite des Signes, & 14d en latitude du Nord vers le Sud.

Le 31, à 8h 40', sa longitude étoit à 3d 24' 10" de la Balance, & sa latitude boréale de 22d 41'.

On continua de voir cette Comete jusqu'au 16 d'Avril, avec la Lunette, mais on ne put déterminer exactement sa situation que jusqu'au 13 du même mois que l'on trouva sa longitude, à 9h 30' du soir, à 23d 22' 32" de la Vierge, & sa latitude boréale de 5d 25' 42"; ayant eu dans l'intervalle de 26 jours, depuis le 18 Mars jusqu'au 13 Avril, un mouvement de 48d 26' en longitude contre la suite des Signes, & de 48d 46' en latitude du Nord vers le Sud.

En examinant le cours de cette Comete, on trouve qu'elle étoit le 18 Mars, jour auquel on a commencé à l'appercevoir, au-delà de l'Orbe annuel, & qu'elle a été le 28 du même mois, dans son opposition avec le Soleil, qui est le tems auquel les Planetes supérieures paroissent rétrogrades.

Si l'on tire des rayons du lieu de la Terre au lieu de cette Comete, dans les Observations du 18 & du 24 Mars, on voit que l'intersection de ces lignes n'est éloignée que d'environ la 6me partie de la distance de la Terre au Soleil: d'où il suit que le lieu de la Comete, réduit à l'Ecliptique, qui a dû se rencontrer en-deçà de cette intersection, étoit alors fort peu éloigné de la Terre; & qu'ainsi

qu'ainſi on peut repréſenter parfaitement ſon cours, en la plaçant d'abord aſſez près de la Terre, dont elle s'eſt écartée, de même que du Soleil, les jours ſuivans, juſqu'à ce qu'elle ait ceſſé entierement de paroître.

* Le 28 Novembre de l'année 1707, à 7h 30′ du ſoir, M. Maraldi découvrit à l'Obſervatoire, près de pluſieurs petites Etoiles qui ſont entre la Conſtellation d'Antinoüs, & celle du Capricorne, une Comete que l'on appercevoit à la vue ſimple, comme une Etoile de la 2de grandeur, & qui, étant vue avec une Lunette de 12 pieds, paroiſſoit aſſez claire & grande, mais mal terminée & environnée d'une nébuloſité, ſans aucune apparence de queue.

On détermina ce jour-là & les ſuivans, juſqu'au 25 Décembre, ſa ſituation, ainſi qu'on l'a marquée ici, où l'on voit qu'elle avoit une direction à peu près du Sud vers le Nord, avec un mouvement fort lent, en longitude, qui a été d'abord direct juſqu'au 15 Décembre, & que l'on a trouvé enſuite rétrograde juſqu'au tems qu'on a ceſſé de l'appercevoir.

Elle parut le 5 Décembre, avec une Lunette de 17 pieds, à peu près grande comme le diſque de Jupiter, vu par la même Lunette, aſſez claire vers le milieu, mais mal terminée.

Elle étoit le 17 Décembre, à la vue ſimple, comme une Etoile de la 6me grandeur, mais par les Lunettes on la voyoit aſſez grande & claire, & on continua de la voir aſſez bien

* *Mémoir. de l'Acad.* 1707. p. 738.

bien juſqu'au 5 Décembre, nonobſtant la clarté de la Lune.

Nov.	28	à 7h	30′	≈	6d	15′	0″	Long. 14d	30′	0″	Lat. Bor.
	29	8	8		6	48	0	18	53	40	
	30	8	13		7	8	30	22	29	0	
Dec.	3	7	21		7	52	30	30	12	0	
	10	6	0		8	33	40	39	36	0	
	15	7	20		8	28	0	42	57	40	
	17	6	30		8	23	0	43	57	50	
	21	6	30		7	59	20	45	46	40	Douteux
	22	8	0		7	56	0	45	40	30	
	25	7	25		7	37	40	46	34	10	

En examinant le mouvement de cette Comete, on trouve qu'on peut le repréſenter en deux manieres. La premiere, en le ſuppoſant direct, & plaçant la Comete en-deçà de l'Orbe annuel, de maniere qu'elle ait ſuivi à peu près le mouvement de la Terre en s'approchant du Soleil. La ſeconde, en ſuppoſant ſon mouvement rétrograde, & la plaçant de maniere qu'elle ſe ſoit trouvée au-delà du Soleil dans le tems de ſa conjonction.

Le 18 Octobre de l'année 1723, M. Maraldi * apperçut près de trois petites Etoiles qui ſont dans l'épaule du Capricorne, une Comete qui paroiſſoit à la vue ſimple comme une Etoile nébuleuſe. L'ayant regardée avec une Lunette de 16 pieds, on voyoit au milieu une lumiere blanchâtre & aſſez claire, dont le diametre étoit fort petit; mais elle avoit autour une grande chevelure, dont l'éclat

* *Mém. de l'Acad.* 1723. *p.* 360. & 1724. *p.* 326.

l'éclat & la denſité alloient juſqu'aux bords qui étoient mal terminés.

Elle étoit ce jour-là à 7^h 21′ à 9^d 34′ 50″ du Verſeau, avec une latitude méridionale de 3^d 54′, & on détermina ſa ſituation les jours ſuivans juſqu'au 5 Novembre qu'elle fut obſervée à 3^d 47′ 0″ avec une latitude ſeptentrionale de 21^d 13′, ayant eu pendant l'intervalle de 18 jours un mouvement en longitude rétrograde de 5^d 47′ 50″, & en latitude de 25^d 7′ vers le Nord, ainſi qu'on l'a marqué ici.

Octob.	18	à 7^h	21′	♒	9^d	34′	50″	Long.	3^d	54′	0″ Lat. Auſt.
	19	7	27		8	19	0		1	11	30 Lat. Bor.
	21	6	46		6	44	10		7	47	40
	22	6	37		6	9	25		10	1	15
	23	6	30		5	42	30		11	48	30
	26	6	30		4	50	20		15	42	10
	27	6	52		4	37	30		16	34	50
	28	8	39		4	28	40		17	24	0
	29	7	2		4	21	50		18	6	30
Nov.	1	8	15		4	5	10		19	44	20
	2	7	39		4	0	50		20	12	10
	4	7	22		3	51	0		20	54	50
	5	6	27		3	47	0		21	13	0

Cette Comete fut apperçue à Cayenne dès le 15 du mois d'Octobre par le P. Croſſat, Jéſuite, qui la trouva à 7^h du ſoir ſemblable à une Etoile de la 3me grandeur, avec une queue tournée à l'Eſt d'environ 7 degrés de longueur. Elle étoit alors au milieu de la Conſtellation de la Grue, le 16 un peu au-deſſus de la tête de cette Conſtellation, & le 18 dans le Capricorne, ayant parcouru de-

puis le 15 jusqu'au 18 environ 41 degrés du Sud vers le Nord en tirant vers l'Oueſt.

Elle fut obſervée le 17 à Rome par M. Bianchini, qui détermina ſa longitude à 11d 54′ du Verſeau, & ſa latitude méridionale de 11d 10′.

Cette Comete a été auſſi obſervée en Angleterre par M. Bradley, depuis le 20 Octobre juſqu'au 18 Décembre qu'elle étoit à 8d 4′ 15″ du Verſeau, ayant eu depuis le 20 Octobre juſqu'au 9 Novembre, un mouvement rétrograde de 3d 26′, & depuis le 9 Novembre juſqu'au tems qu'elle a ceſſé de paroitre, un mouvement en longitude d'environ 4 degrés ſuivant la ſuite des Signes.

		Longitude.	Latit. Bor.
Octob.	20 à 8h 5′	≈ 7d 22′ 15″	5d 2′ 0″
	21 6 21	6 41 12	7 44 13
	23 7 22	5 39 58	11 55 0
	25 8 57	4 59 49	14 43 50
	26 6 35	4 47 41	15 40 51
Nov.	1 6 22	4 2 32	19 41 49
	2 6 24	3 59 2	20 8 12
	4 8 2	3 55 29	20 55 18
	9 8 56	3 56 17	22 20 27
	10 6 20	3 58 9	22 32 28
	16 5 53	4 16 50	23 38 33
	19 7 6	4 29 36	24 4 30
	25 6 20	5 2 16	24 48 46
Dec.	1 7 45	5 42 20	25 24 45
	18 6 43	8 4 13	26 54 18

En examinant le mouvement de cette Comete, on trouve qu'on peut repréſenter ſon cours en deux manieres.

La

La premiere, avec un mouvement direct, en la plaçant d'abord au-delà de l'Orbe annuel qu'elle a dû traverser le 25 Octobre, en s'approchant du Soleil, jusqu'au 18 Décembre qu'elle a ceſſé de paroitre.

La ſeconde maniere de repréſenter le cours de cette Comete, eſt de la placer auſſi au-delà de l'Orbe annuel, mais à une plus grande diſtance, & lui donnant un mouvement réel rétrograde, ſuivant lequel elle s'eſt éloignée en même tems du Soleil & de la Terre.

M. Maraldi a comparé cette Comete avec celle de 1707, & nous avons trouvé auſſi que ces deux Cometes avoient beaucoup de rapport entre elles, ayant ſuivi à peu près la même route, avec une latitude qui les portoit du Sud vers le Nord.

La Comete de 1707 ne fut apperçue que le 29 Novembre, ayant une latitude boréale de 18d 54', & elle a paſſé par l'Ecliptique le 26 Novembre, le Soleil étant à 4 degrés du Sagittaire, & ſon Nœud aſcendant à 2 degrés des Gémeaux. Dans la Comete de 1723, ſon paſſage par l'Ecliptique arriva entre le 18 & le 19 Octobre, le Soleil étant à 26 degrés de la Balance; d'où l'on tire ſon Nœud aſcendant à 24 degrés du Bélier. Ainſi le mouvement de cette Comete, ſuppoſé que ce fût la même, a été d'environ 38 degrés, dans l'eſpace de 16 années. A l'égard de la latitude de la Comete de 1707 qui a été obſervée de 46d 31' beaucoup plus grande que celle de 1723, on peut aiſément l'attribuer aux differentes diſtances de ces deux Cometes à la Terre, qui ont dû augmenter leur la-

titude apparente dans la proportion inverſe de ces diſtances.

Cette Comete a été ſuivie de celle qui a paru depuis le 31 Juillet 1729 juſqu'au 23 Janvier 1730, que nous avons démontré être directe, quoiqu'elle ait paru rétrograde pendant les premiers mois qu'on l'a apperçue, & dont nous avons donné le détail dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1730.

Par l'examen que nous venons de faire de toutes les Cometes, dont nous avons pu recueillir les Obſervations depuis celle de 1472, nous avons trouvé qu'il y en a eu trente-neuf, dont vingt ont paru avoir un mouvement direct, & les dix-neuf autres un mouvement rétrograde.

Quoique notre deſſein principal n'ait été que d'examiner ſi l'on pouvoit attribuer un mouvement direct à celles qui ont paru rétrogrades, nous n'avons pas laiſſé de repréſenter le cours de celles qui ont paru directes, afin d'être aſſûré que leur mouvement véritable étoit conforme à l'apparent.

A l'égard des Cometes qui ont paru rétrogrades, nous avons fait voir qu'il s'en eſt trouvé pluſieurs qui étoient réellement directes; que dans d'autres, on repréſentoit leur cours & leurs diverſes apparences, comme d'augmentation ou de diminution de grandeur & de clarté, avec plus de facilité & de vraiſemblance, en les ſuppoſant directes; & qu'enfin il s'en eſt trouvé quelques-unes que l'on pouvoit repréſenter également bien, directes ou rétrogrades.

Ainſi il demeure pour conſtant que toutes

les

les Cometes que nous avons rapportées, depuis l'année 1472 juſqu'à préſent, ont pu avoir un mouvement réellement direct. D'où l'on peut conclurre, avec bien de la vraiſemblance, que, conformément au Syſtême des Tourbillons, les Cometes, de même que les Planetes & leurs Satellites, ont toutes un mouvement réel de l'Occident vers l'Orient autour du foyer de leurs révolutions, & que cette direction de mouvement eſt une règle invariable de la Nature.

7. Nous finirons ce Mémoire, en faiſant remarquer que dans la Figure où l'on a repréſenté le cours de toutes ces Cometes, on en voit un grand nombre qui ont paru ſuivre à peu près la même route, à l'égard du Soleil, & qu'en attribuant quelque mouvement à leurs Nœuds, & à leur Aphélie ou Périhélie, on pourroit les réduire toutes à un petit nombre qui ſont revenues après un certain tems. Il eſt vrai qu'il ne ſe trouve pas toujours un intervalle égal entre les Périodes des révolutions de celles qui paroiſſent être les mêmes : mais comme la plupart de ces Cometes ne ſont apperçues que lorſqu'elles s'approchent de l'Orbe annuel dans l'endroit où la Terre ſe trouve ſur cet Orbe, il eſt impoſſible qu'on les découvre toutes les fois qu'elles ſe trouvent dans la même ſituation avec le Soleil, à moins que leurs révolutions ne ſoient égales à celles de la Terre, ou ne la comprennent un certain nombre de fois, ce qui ne peut arriver que rarement.

RECHERCHE DU SEL D'EPSOM.

Par M. BOULDUC. *

VERS la fin du Siecle dernier, Nehemias Grew, célèbre Médecin Anglois, fit connoitre au Public un *Sel amer*, tiré d'une Source d'Eau minérale, qui se trouve dans un Village peu éloigné de Londres, que l'on nomme *Epsom*; il y joignit un détail de la maniere de le retirer, qui demandoit à en séparer un Sel muriatique, autrement dit Sel commun, avec les propriétés, tant Physiques, que Médicinales, qu'il avoit apperçues dans ce Sel, & que je ne rapporte pas présentement, étant fort connues; ce qui ensemble forme un petit Traité Latin, qui eut bien du succès, & est encore fort estimé.

Les bons effets de ce Sel, vantés par un Auteur de grande réputation, firent souhaiter à tout le monde d'en avoir, ce qui se trouvoit fort difficile, parce que la Source n'en fournissoit que peu; cependant quelques années après, on vit se répandre dans tous les Païs de l'Europe, assez communément, ce *Sel amer*, sous le nom de celui d'*Epsom*, ou de *M. Grew*; & la nouveauté faisant naître l'envie d'en user, le fit acheter bien cher: mais insensiblement ce Sel est devenu extrême-

* 14 Nov. 1731.

ment commun, par l'abondance qu'on en a eue par-tout; & par une ſuite naturelle, il s'eſt débité, & ſe débite encore à un prix très modique.

Ces deux circonſtances, ſavoir, la grande quantité de ce Sel qu'on voyoit en tout Païs, & le bas prix où il étoit tombé, n'ont pas manqué de faire bien-tôt penſer aux connoiſſeurs qu'il étoit faux, & contrefait par des Artiſtes; & on jugeoit avec aſſez de fondement, que quand même toute la Source d'Epſom ſeroit du Sel, ſans la moindre participation d'eau, elle ne ſeroit pas ſuffiſante pour en fournir une ſi grande quantité, à tant de differens Païs.

Sur ce fondement, les curieux chercherent à découvrir les moyens de l'imiter: mais les ſentimens ont été extrêmement partagés, & l'on a vu juſqu'à dix-huit differens Mémoires ſur ce ſujet, imprimés avant que feu mon Pere y eût travaillé; & il n'a pas été le dernier, puiſque depuis lui, nous en avons encore eu deux ou trois, qui ſont auſſi imprimés.

Quelques-uns ont ſoutenu que ce Sel n'étoit que du Sel marin, diſſous & criſtalliſé de nouveau pluſieurs fois; d'autres, qu'il ſe faiſoit avec l'Huile de Vitriol & le Sel marin, ou ſa ſaumure; d'autres, avec le Vitriol en ſubſtance, ou une Terre ou Miniere vitriolique, & le Sel commun ou ſa ſaumure; & pluſieurs enfin ſont tombés ſur la ſaumure & l'Alun, & ont cru y trouver une grande conformité, parce que le Sel d'Epſom, vrai ou contrefait, ſe gonfle & ſe bourſouffle ſur une

pêle rougie, ou sur un charbon allumé, comme fait l'Alun.

Ces differentes opinions n'étoient pourtant pas soutenables, quelques-unes par rapport à elles-mêmes, & d'autres en comparant les deux conditions alleguées; savoir, *la quantité* de ce Sel, & la *modicité du prix*.

Quant au Sel commun seul, qu'on le dissolve & recrystallise de nouveau, tant de fois qu'on voudra, il ne donnera point de Sel amer; l'essentiel du Sel commun ne change point, & c'est une idée absolument fausse.

Pour les matieres vitrioliques mêlées avec le Sel commun, ou sa saumure, on en tirera, à la vérité, un Sel amer; mais avec quelle peine, soit qu'on employe la distillation ou la calcination, & combien ne faudra-t-il pas de differens vaisseaux? c'est ce qui ne pourra jamais s'accorder avec le prix médiocre.

A l'égard de l'Alun employé avec le Sel commun, on en peut effectivement faire un Sel amer: mais la dépense passera toujours de beaucoup le prix modique où il est tombé, par le travail & l'appareil, dont cette préparation aura besoin.

Pour ce qui regarde l'opération que feu mon Pere a faite, pour imiter le Sel d'Epsom, en versant sur la dissolution de l'Alun, la liqueur du Sel de Tartre, il en faisoit un Sel qu'il a déclaré être tout-à-fait semblable du Sel d'Epsom: mais il a manqué à tous égards; son Sel étant un Tartre vitriolé, combiné de l'Acide vitriolique contenu dans l'Alun, & du Sel alkali de Tartre, il n'auroit pu

pu ſe diſſoudre dans un poids égal d'eau, comme doit faire le Sel d'Epſom, on n'auroit pu en faire qu'une petite quantité à la fois, & il auroit toujours couté beaucoup: ſans parler de la difference de ſa cryſtalliſation. Mon Pere reconnut même ſon erreur quelque tems après, & ſi Dieu lui avoit conſervé des jours, comme il étoit de bonne foi, & qu'il aimoit la vérité, il ſe ſeroit fait honneur de déclarer hautement ſa mépriſe. En matiere de Phyſique, il eſt facile de tomber dans l'erreur; mais il n'eſt pas également facile de la reconnoitre, & d'en ſortir.

J'épargne Mrs. Slare & Mendes, qui dérivent ce Sel amer, d'un Sel foſſile, que les Anglois même nient abſolument.

Je paſſe auſſi ſous ſilence, d'autres opinions qui n'ont pu remplir les deux conditions; ſavoir, la quantité de ce Sel que l'on doit faire à la fois, & par conſéquent ſon peu de valeur; & je ſuis perſuadé, que la plupart des Auteurs qui ont communiqué là-deſſus leurs idées en ſont revenus, quand ils ont comparé les matieres qu'il auroit fallu employer, le tems, les vaiſſeaux, les ouvriers, & tout le reſte de l'attirail que leurs procédés demandoient, avec le peu de produit.

Il me paroît donc, que l'on a ignoré juſqu'ici, de quel ſujet, & par quel Art on tiré le *Sel d'Epſom*; & il eſt aiſé de juger, que ſuppoſé que pour y parvenir il eût été beſoin d'un appareil conſiderable, ou eût bientôt dévoilé le myſtere, & de plus on auroit lieu de s'étonner que l'Angleterre & la Hollande fuſſent ſeules en poſſeſſion d'en fournir.

Il se passe souvent bien du tems, avant qu'on puisse pénétrer les choses que l'on prend soin de cacher, ou que la Nature en quelque façon nous cache: mais un heureux hazard, suivi de quelques réflexions, les développe.

Il y a déja plusieurs années, qu'étant à la Campagne chez M. Grosse mon ami, qui avoit obtenu, par le moyen de M. le Gouverneur de Salins, quelques bouteilles de ces eaux qui restent, après la cuite du Sel, dans la chaudiere, nous les examinames ensemble, & nous trouvames au fond de ces bouteilles, un dépôt de Sel, dont les crystaux n'étoient point cubiques, mais longs, & differens du Sel commun, ce qui nous surprit tous les deux. J'en emportai deux bouteilles, pour les examiner à loisir. L'eau étoit jaune, d'un goût piquant comme du Sel ordinaire, mêlé pourtant de quelque amertume; & la portion de Sel, qui occupoit le fond de ces bouteilles, étoit très amere, il se fondoit aisément dans l'eau froide, il bouillonnoit & se boursouffloit sur une pêle rougie, sans crépiter; il conservoit son amertume après la calcination; l'Huile de Chaux versée sur sa dissolution, y formoit des crystaux fermes & durs; & l'Huile de Vitriol n'excitoit qu'une légere effervescence avec lui, sans pourtant le dissoudre entierement.

Toutes ces circonstances comparées avec le Sel d'Epsom, ayant une grande conformité entre elles, je formai dès-lors le dessein d'examiner un jour plus attentivement les Eaux salées du Royaume, dans leurs differens états où je savois qu'elles se trouvent. Mais ce dessein n'auroit pu s'exécuter, vu la diffi-

difficulté d'en obtenir, s'il n'avoit été secondé par M. Fagon, qui saisissant avec empressement toutes les occasions de favoriser ce qui peut être utile au Public, vertu qu'il a héritée de feu M. son Pere, a bien voulu se donner tous les soins pour m'en procurer de tous les endroits où l'on fabrique du Sel marin.

J'ai donc eu de l'eau de la Mer, prise à la rade de Dieppe, & de plus, de cette eau qui reste après la cuite du Sel, à Isigny & à Toucques en Normandie, que les ouvriers appellent *Boitrons* ou *Egouttes*; j'en ai eu aussi de deux Salines, qui sont à Moyenvik & à Salins, tant des naturelles, & comme elles sortent des Sources, que de celles qui restent après la cuite du Sel dans les chaudieres; & de plus, les égouttes qu'on a recueillies, quand le Sel a été porté pour secher; & enfin j'ai eu du Sel de la Rochelle, la saison étant pour-lors trop avancée pour avoir de cette eau qui reste dans les Marais salans, après la cristallisation du Sel.

A l'égard de l'eau de la Mer, nous avons eu autrefois à Paris un Curieux * qui en ayant fait évaporer un muid entier, dit dans le Livre de ses Secrets, qu'il y a trouvé des Sels de differentes especes tant par leur configuration que par leur goût, & à la fin une eau *incoagulable* & non cristallisable, dont on ne peut plus retirer de cristaux; ce sont ses termes, par lesquels il entend, que quand mê-

* C'est l'Abbé Rousseau, connu ci-devant sous le nom de *Capucin du Louvre*.

même cette derniere eau ſeroit épaiſſie au feu, elle reprendroit promptement de l'humidité à l'air, & ne fourniroit plus de cryſtaux. Il eſt fâcheux que cet Auteur ſoit reſté en ſi beau chemin, & qu'il n'ait pas eſſayé de découvrir de quelle nature étoient ces differens Sels: il eût épargné à d'autres la peine de les chercher de nouveau.

En mon particulier, je n'ai fait évaporer que cent livres d'eau de la Mer: mais quelque attention que j'y aye donnée, & quelque ſoin que j'y aye pris, je n'y ai pu reconnoitre que deux ſortes de Sels bien avérés pour tels, ſavoir le *Sel marin*, & le *Sel amer*, qui eſt celui que je cherchois; ſans parler ici de ce qui s'y trouve de plus, & qui n'a point de rapport à mon deſſein.

Cette eau eſt d'abord claire & limpide comme l'eau de roche, mais de ſa ſalure ordinaire, qui eſt celle du Sel commun diſſous. A meſure qu'elle évapore, elle fournit des cryſtaux en cubes, qui inſenſiblement diminuent de volume, & deviennent finalement ſi fins, qu'on diroit que ce n'eſt qu'une pouſſiere tranſparente, ou quelque choſe de different du premier Sel; cependant le goût fait connoitre que c'en eſt encore, ſans qu'on ait beſoin d'avoir recours à des épreuves, qui prouveroient davantage ſon eſſence; & ſi pour-lors on arrête l'évaporation, & qu'on expoſe le vaiſſeau à l'air froid, il s'y forme de nouveaux cryſtaux aſſez gros, très imparfaitement cubiques, affectant en quelque façon la rondeur, & d'un

goût

goût partagé entre le ſalé & l'amer; c'eſt du Sel marin mêlé & confondu avec celui qui lui doit ſucceder; auſſi petille-t-il foiblement au feu & ſe bourſouffle: pendant ce tems-là l'eau eſt devenue un peu jaune, & a changé ſon goût ſalé entierement en amer; & ſi dans cet inſtant on la ſurvuide, & que de nouveau on l'évapore un peu & lentement, ou qu'on la laiſſe évaporer naturellement à l'air, elle dépoſe à trois ou quatre repriſes (toujours ſurvuidée à tems) des cryſtaux longuets, de differentes groſſeurs, la plupart pourtant aſſez fins, & tels que l'on les voit dans le Sel d'Epſom vrai ou faux, qui affectent tous le quarré long, & ſont d'un goût bien amer; & enfin il reſte une eau rouſſe, piquante & un peu amere, qui eſt cette eau *incoagulable*, qui ne fournit plus de cryſtaux.

Ce que je viens de dire des differentes circonſtances de l'eau de la Mer, ſoit par rapport à elle-même, ſoit par rapport à ce que j'y ai reconnu pendant & après l'évaporation, ſe trouve de même à tous égards dans les eaux ſalées naturelles de Movenvik & de Salins; & je n'y ſai point de difference, ſi ce n'eſt que les deux dernieres fourniſſent plus de ce Sel amer, dont il eſt préſentement queſtion.

Ainſi on jugera aiſément, que les eaux de ces deux endroits, qui ont été puiſées dans les chaudieres après la cuite du Sel, ſont déja comme concentrées, par conſéquent jaunes, un peu ameres, dépoſant promptement un peu de Sel marin, & enſuite celui qui eſt amer.

On

On jugera auſſi, qu'à plus forte raiſon, les égouttes de ces endroits nommés, doivent très promptement donner le Sel dont il s'agit, parce qu'en s'écoulant elles dépoſent à la faveur de l'air une portion de Sel marin qui ſe condenſe; & il ne paſſe preſque que l'eau amere avec celle qui ne ſe coagule plus.

Quant aux *Boitrons* ou *Egouttes* d'Iſigny & de Toucques, elles ſont differentes de celles-là; & cette difference vient de la differente maniere dont on y fait le Sel, parce qu'au-lieu de le faire par l'évaporation de l'eau de la Mer, comme ailleurs, on prend une Terre noire, qui ſe trouve ſur le bord de la Mer, & que les Marées ont ſouvent abreuvée & ſalée, on la détrempe dans l'eau commune, que l'on évapore enſuite dans de petites chaudieres de plomb, qui ſont à Toucques au nombre de vingt-quatre, pour en retirer le Sel, qui eſt ſale, deſagréable, fort acre, & mal-ſain; & ce qui s'en égoutte en le ſechant, eſt une eau d'un brun foncé, acre & amere, ſentant la vaſe & le bitume, qui ſur le feu, mouſſe, ſe gonfle, & dépoſe beaucoup de Sel commun, comme un ſable jaune: & la mouſſe ou écume enlevée, le reſte de l'eau donne par la cryſtalliſation un Sel en lames plattes & pointues aux extrémités, aſſez brun, fort amer, bitumineux & deſagréable. Cependant lorſqu'on diſſout de nouveau ce Sel dans l'eau de Riviere, & qu'on le laiſſe évaporer à l'air, il devient blanc, & prend la même configuration que celui

celui de l'eau de la Mer, & ne garde qu'une amertume fort ſupportable.

Pour le Sel de la Rochelle bien façonné & bien ſec, j'étois déja prévenu qu'il ne donneroit point de Sel amer ; cependant pour ne rien omettre, & pour répondre à ceux qui ont prétendu que le Sel d'Epſom, ſuppoſé imité, ſe faiſoit du Sel commun, je l'ai diſſous & cryſtalliſé alternativement à pluſieurs fois : mais l'évenement a répondu à mon attente ; je n'en ai rien tiré que du Sel commun, & à chaque nouvelle diſſolution un peu de terre : ce qui n'empêche pourtant pas que l'on ne puiſſe eſperer de tirer beaucoup de Sel amer de ces eaux, qui reſtent dans les Marais ſalans, après que le Sel, à l'aide de la chaleur de l'air, eſt cryſtalliſé, puiſque l'on n'employe là que l'eau de la Mer, qui en fournit par-tout, & qu'elle y eſt employée en grande quantité.

Voilà donc du *Sel amer*, trouvé dans nos eaux ſalées, & qui reſſemble déja à celui d'Epſom vrai ou faux, par ſon *goût*, & par la *façon de ſe cryſtalliſer*. Mais lui reſſembleroit-il à tous égards ? Il faut les comparer davantage entre eux, & les faire paſſer par differentes épreuves.

J'ai eu neuf onces de Sel d'Epſom, qu'on a tiré de deux-cens quarante pintes d'eau, priſe à la ſource même de cet endroit, & qui a été fait de la maniere uſitée ſur les lieux, & j'ai eu douze onces de terre, qu'elle a dépoſée : j'ai pris auſſi de ce Sel contrefait, qui paſſe ſous le nom de celui d'Epſom, & qui ſe vend par-tout ; & enfin j'ai pris

pris ces Sels amers, que j'ai tirés de nos eaux salées; tous les trois se sont dissous dans un poids égal d'eau commune & très facilement, tous les trois se sont gonflés, & ont bouillonné sur le charbon allumé, ou sur la pêle rougie, & après ils ont conservé la même saveur amere; fondus dans l'eau, ils ont formé, par l'addition de l'Huile de Chaux, une cristallisation dure & solide: ces Sels ont fait effervescence avec l'Huile de Vitriol, & ce mêlange distillé a donné de l'Esprit de Sel; & enfin ils se sont aisément convertis en foye de Soufre.

A l'égard de l'effervescence, qui se fait avec ces Sels & l'Huile de Vitriol, M. Grew l'a bien remarquée dans le Sel amer de la Source minérale d'Epsom; il l'a attribuée au mêlange du sédiment terreux & alkalin, que cette eau dépose, & dont, à la vérité, on ne sauroit disconvenir, quoique cette terre puisse aisément être détachée des Sels: mais il n'est pas moins vrai, que l'Huile de Vitriol attaque en même tems la base du Sel muriatique, que cet Auteur y a très bien reconnu, & qui ne se sépare pas si aisément du Sel amer; aussi un Chymiste n'a-t-il besoin que de l'odorat, pour en juger; les vapeurs de l'Esprit de Sel sont assez sensibles.

Mais pour ce qui regarde la sulphurification, il y a lieu de s'étonner, que M. Hoffman l'ait niée, & qu'il ait soutenu, que le faux Sel d'Epsom contient un acide d'une nature differente de celui du Soufre ou du Vitriol, d'autant qu'il dit dans ses Observations, & en deux endroits differens, qu'on le fait quel-

quelquefois avec du Vitriol & du Sel commun, & d'autres fois avec les saumures d'Alun & de Sel commun; ce qui étant accordé, l'acide vitriolique doit y regner, qui est précisément celui qui se convertit en Soufre. En effet, ce Soufre n'a pas refusé de se manifester, quand j'ai rougi au feu nos Sels amers mêlés simplement d'un peu de poudre de charbon.

Après avoir vu nos Sels dans les differentes circonstances ou épreuves que j'ai rapportées, que peut-on en inferer? si ce n'est, qu'ils se ressemblent comme se ressembleroient deux gouttes d'eau, & que c'est précisément une même chose, soit qu'on les tire d'une source minérale, ou de nos eaux salées. On peut les regarder comme un don de la Nature, auquel l'Art n'a presque nulle part; & je pense, que toute eau, qui sera en état d'être employée pour la fabrique du Sel commun, la sera aussi pour fournir ces Sels amers. Quant à la méthode que j'ai exposée pour les recueillir, si ce n'est pas précisément celle dont on se sert dans les Païs étrangers, je crois, du moins, qu'elle y peut bien suppléer, ou être substituée comme des plus simples & faciles; & par conséquent on n'aura point de difficulté de la préférer à toutes les autres, qui demandent un mêlange de differentes matieres, & qui sont par-là fort embarrassantes: sans parler encore du peu d'apparence de la réussite.

Les connoisseurs ne manqueront pourtant pas de demander, quels sont enfin ces *Sels amers*, pris dans l'état que nous les avons

vu

vu juſqu'ici? ne peut-on pas les rapporter à une eſpece connue? A quoi je réponds, ils ne ſont pas ſimples; c'eſt un mêlange du Sel de Glauber, qui y domine, & d'une portion de Sel marin qui n'en a pas été ſéparée; & tous les deux participent de cette eau *incoagulable*, dont ils ont été retirés, & qui ne ſe diſſipe même pas aiſément par le feu, ce qui fait que nos Sels amers paroiſſent toujours humides.

Pour s'aſſûrer de ce que j'avance, on peut employer un moyen fort ſimple, c'eſt de diſſoudre de nouveau dans de l'eau commune, une quantité de nos Sels amers, & d'expoſer cette diſſolution dans une terrine à l'air, pour qu'elle s'y évapore lentement: là le *Sel de Glauber*, comme le plus abondant, ſe dépoſe le premier, en gros cryſtaux, & de ſes propriétés connues, ſur lequel l'Huile de Vitriol n'a alors nulle action; enſuite paroît aux parois au-deſſus, le *Sel commun*, aiſé à reconnoitre par ſes cryſtaux cubiques, & par le goût qui lui eſt particulier; & finalement il reſte une eau jaunâtre & graſſette, que l'eau commune a retirée ou imbibée & enlevée des deux Sels: auſſi voit-on que quand ces deux Sels ont été retirés de cette eau graſſe, ils ſe ſechent facilement, & ne s'humectent plus.

Il y auroit donc moyen de faire en France du Sel d'Epſom, je veux dire, un *Sel amer*, qui lui reſſemble parfaitement. Mais en le faiſant, pourroit-on remplir les deux conditions que les Auteurs y demandent toujours? pourroit-on en faire en *quantité*, & à un *prix*

très

très modique? Pour moi, je n'en doute point: que l'on considere la quantité des égouttes ou boitrons que l'on laisse perdre après la fabrique du Sel; que l'on considere la quantité de ces eaux ameres qui restent après la cuite du Sel, & que l'on rejette comme chose inutile; & que de plus on fasse attention, combien il reste d'eau amere dans les Marais salans, après que le Sel commun, cristallisé par la chaleur de l'air, en est retiré, & dont on a de la peine de nettoyer ces Marais. Toutes ces eaux ne coûtent rien, & il me paroît, qu'à peu de frais, on en retireroit les Sels amers; dans certains Païs, il ne faudroit qu'une légere évaporation, & des vaisseaux pour survuider à propos; & dans les Provinces Méridionales de la France, il ne faudroit que des vaisseaux, & du tems: comme le Sel marin s'y cristallise par la seule chaleur de l'air, les Sels amers se formeroient de même.

Du reste, pour donner un échantillon de calcul sur la quantité de ces Sels amers, qu'on pourroit retirer de nos eaux salées, je ne prends pour exemple qu'une seule Saline, & même une seule chaudiere de Moyenvik, où pourtant une seule de ces chaudieres consume ordinairement, par an, quatre-mille quatre-cens muids d'eau; un muids contient deux cens-quatre-vingts pintes d'eau; & chaque pinte, ou mesure de deux livres, renferme, au moins, demi-gros de Sel amer. Ainsi la quantité d'eau, que cette seule chaudiere consume par an, seroit en état de fournir du moins *quatre-mille-huit-cens livres de Sel amer.*

Mais comme il ne s'agit pas ici de donner

là-dessus des avis, pour les moyens d'en recueillir tout ce que nos eaux salées pourroient en fournir; je me borne à la recherche du Sel, auquel on a donné le nom d'*Epsom*, que j'avois entrepriſe.

SUITE

D'un Mémoire qui a pour titre: De l'importance de l'analogie & des rapports que les Arbres doivent avoir entre eux pour la réuſſite & la durée des Greffes.

SECONDE PARTIE.

Où l'on propoſe de greffer les uns ſur les autres des Arbres qui n'ont pas entre eux une analogie bien parfaite, pour avoir plutôt du fruit, & affranchir plus efficacement les Eſpeces.

Par M. DU HAMEL. *

QUE la Greffe ſoit le plus ſûr moyen pour remplir un Jardin des fruits que l'on trouve le plus à ſon goût, c'eſt un avantage que perſonne ne lui peut diſputer.

Qu'elle perfectionne & affranchiſſe † les fruits,

* 14 Nov. 1731.

† Le terme de *franc* eſt pris en differens ſens dans les Auteurs, quelquefois ils lui font ſignifier le *Sauvageon-Poirier*, & d'autres fois le *Poirier de bonne eſpece* qu'on greffe deſſus, & c'eſt dans ce ſens que je le prends dans ce Mémoire.

fruits, l'expérience journaliere ne nous permet pas non plus d'en douter.

Mais qu'elle puiſſe changer les Eſpeces, beaucoup d'Auteurs l'ont cru, quelques-uns l'ont nié ; mais c'eſt une opinion que j'ai combattue dans deux differens Mémoires, par un grand nombre d'expériences & d'obſervations.

J'ai encore continué mon travail ſur la Greffe, & par un autre uſage que j'ai fait des mêmes expériences, je crois avoir prouvé, avec plus de détail & d'exactitude qu'on n'avoit fait juſqu'à préſent, que la réuſſite des Greffes n'eſt aſſurée & ſatisfaiſante pour celui qui la pratique, que quand il ſe trouve un certain rapport, & une conformité entre la Greffe & le Sujet.

Le Poirier, par exemple, pouſſe avec force & vigueur ſur ſon Sauvageon, & eſt preſque, à tous égards, ſemblable aux Arbres non greffés.

Quand au contraire les oppoſitions ſont grandes, il eſt inutile d'y mettre ſes eſperances: le Prunier & l'Orme ont toujours refuſé de s'allier, & ſi le Poirier & l'Erable, ou le Chêne, le Prunier & l'Amandier, le Meurier & l'Orme, & beaucoup d'autres Arbres greffés les uns ſur les autres, ont repris, leurs pouſſes étoient petites, leurs feuilles étoient jaunes, d'autant moins vigoureuſes que la diſproportion étoit plus conſiderable: ces Greffes ont bien-tôt perdu tous leurs jets, & ſont enfin péries comme les autres.

Il ſembleroit ſuivre de-là, qu'il faudroit tendre à cette analogie le plus qu'il eſt poſ-

ſible, & que notre travail ſur la Greffe devroit ſe borner à étudier le rapport des Arbres entre eux, pour n'appliquer les uns ſur les autres, que ceux qu'on reconnoitroit avoir le plus de convenance ; la plupart des Auteurs nous y invitent, & cela ſeroit vrai, ſi l'on ne cherchoit qu'à avoir de grands Arbres vigoureux, & de longue durée.

C'eſt bien, à la vérité, ce qu'on doit ſouhaiter pour les Arbres d'avenues, c'eſt pourquoi la pratique où l'on eſt, de ne greffer l'Orme femelle que ſur l'Orme mâle, me paroît fort bonne; peut-être cependant feroit-on encore mieux, pour ſe diſpenſer abſolument de greffer, ce qui affoiblit toujours les Arbres, de ne planter en avenues que les Ormes femelles de pied, ou l'Orme mâle à large feuille, ſuppoſé qu'on pût en recouvrer autant qu'on en auroit beſoin.

Pourquoi en effet, comme me l'ont aſſuré pluſieurs connoiſſeurs en ce genre, les Ormes qu'on plante depuis un tems ne durent-ils pas ſi longtems, du moins aux environs d'Orleans, que ceux que l'on plantoit anciennement? Je crois que c'eſt parce que tous les Ormes femelles que nous plantons aujourd'hui dans cette Province ſont greffés, au-lieu qu'autrefois la plupart étoient femelles de pied; & je connois encore une avenue d'Ormes femelles, dont preſque tous les Ormes n'ont point été greffés, & qui ſe diſtingue bien des autres par ſa vigueur.

Qu'on cherche donc pour les Arbres d'avenues, l'analogie la plus parfaite entre la Greffe & le Sujet, afin qu'ils faſſent un plus

beau

beau couvert, & qu'ils durent plus longtems; c'eſt le cas où cette précaution ne peut être qu'avantageuſe : mais pour les Arbres fruitiers, le but principal de leur culture étant, premierement d'avoir du fruit, & en ſecond lieu d'en avoir de beau & de bon; lorſque les égards à cette parfaite analogie ne rempliſſent aucune de ces vues, il faut y avoir moins d'attention.

Pour rendre la choſe plus intelligible, je vais examiner en particulier, les avantages de la pratique, ou de l'omiſſion de cette règle d'Agriculture. Je commence par le premier.

L'on ſait que les Arbres qui pouſſent avec beaucoup de force ne fleuriſſent preſque point. L'on peut avoir auſſi remarqué que quand leur grande fougue eſt paſſée, ils commencent à donner des fleurs, mais qui ne nouent que rarement; & qu'enfin ils ne ſont abondans en fleurs & en fruits, que quand ils paroiſſent ſur leur retour, ou du moins quand ils ont perdu beaucoup de leur premiere vigueur.

Quoique ces faits ſoient connus de tout le monde, on me permettra de les confirmer par une expérience aſſez ſinguliere. Voici le fait.

J'avois un Poirier de Craſſanne, greffé ſur Sauvageon, qui pouſſoit quantité de rejets dans un tapis de gazon, qui en étoit éloigné de 10 ou 12 pieds; comme ces rejets épuiſoient cet Arbre, & que d'ailleurs le gazon lui déroboit beaucoup de ſubſtance, il pouſſoit fort peu en bois, & la plupart de ſes feuilles étoient jaunes; mais tous les ans il chargeoit beaucoup à fruit. Il y a deux ans

que je fis arracher ce gazon, & couper toutes les racines qui traçoient sur la superficie de la Terre, & qui produisoient les rejets: je prévoyois bien que cela devoit être très utile à mon Arbre; aussi depuis ce tems-là a-t-il repris sa verdeur, & poussé beaucoup en bois, mais il a cessé de mettre à fruit, & cette année il n'a presque point de boutons pour la fleur.

Voilà un exemple qui sert de preuve bien convaincante, que la trop grande vigueur des Arbres est un obstacle à leur fructification; & c'est par la même raison que les Arbres greffés sur Sauvageon donnent plutôt du fruit dans les terres maigres que dans les grasses. Or je trouve dans le choix des Sujets dequoi diminuer, tant qu'on voudra, la vigueur des Arbres, puisque c'est du plus ou du moins d'analogie de la Greffe avec le Sujet que dépend la vigueur des Arbres greffés.

De sorte que si l'analogie est trop grande entre le Poirier & son Sauvageon, & qu'ainsi il ne donne que du bois, il est aisé de remédier à cet inconvénient, par le choix d'un Sujet qui ait moins de rapport avec cet Arbre. Par exemple, le Coignassier ou l'Epine, ou le Nefflier, ou l'Alisier, ou le Cormier, c'est un choix que l'expérience journaliere justifie, puisque les Poiriers greffés sur Coignassiers, se mettent plutôt à fruit que ceux qui se font sur Sauvageon, & je connois un Poirier *de Livre* greffé sur l'Epine blanche, qui fait un joli demi-vent, & charge beaucoup à fruit.

Mais les Greffes sur l'Epine ne réussissent pas

pas également dans toutes ſortes de terres. M. de la Quintinie marque en avoir fait pluſieurs ſans ſuccès, & j'ai tenté la même Greffe ſans beaucoup de ſatisfaction dans une terre plus ſeche qu'humide. Il en eſt de même du Coignaſſier, cet Arbre ne vient pas par-tout. S'il eſt planté dans une terre maigre, il ne pourra jamais fournir aſſez de ſubſtance au Poirier; s'il eſt dans une terre ſablonneuſe & légere, il pouſſera une quantité prodigieuſe de petites racines velues & menues qui ne pourront pas ſubſiſter longtems, & de plus comme il en pouſſe beaucoup ſur la ſuperficie de la terre, elles ſeront ſouvent deſſechées par l'ardeur du Soleil. Enfin dans les terres fraiches & humides, qui ſont cependant celles qui lui conviennent le mieux, comme les racines de cet Arbre ſont tendres, elles courent riſque d'être rongées par les Turcs & les Courtilleres; tous ces inconvéniens obligent ſouvent de greffer les Poiriers ſur leur Sauvageon, quoiqu'il doive en arriver qu'ils ſe mettront très difficilement à fruit.

Pour remédier à cet inconvénient, je propoſe deux moyens tirés des pincipes que j'ai établis dans la premiere Partie de ce Mémoire, & appuyés ſur pluſieurs pratiques qui ſont d'un uſage familier dans nos Jardins.

Premierement, nous ſommes certains que quelque analogie que les Arbres ayent entre eux, la Greffe les affoiblit toujours, puiſque ceux qui ont été greffes ne durent jamais autant que ceux qui ne le ſont pas. S'il eſt donc vrai qu'un Arbre, pour avoir été greffé

une fois, eſt affoibli, il le ſera ſans doute davantage lorſqu'on l'aura greffé une ſeconde, & à plus forte raiſon une troiſieme; ainſi l'on a par ces Greffes réiterées un moyen facile d'affoiblir ces Arbres par degrés & autant qu'il faudra pour leur faire porter du fruit, en ſorte que ſi je veux avoir des Colmars ſur Sauvageon, ſachant que cette eſpece de Poirier ſe met très difficilement à fruit, & eſt ſouvent une quinzaine d'années à ne donner que du bois, je grefferai ſur le Sauvageon une Ambrette ou un Beuré, ſur l'Ambrette une Craſſanne ou une S. Michel, & enfin ſur la Craſſanne un Colmar.

Il eſt bon de remarquer que je choiſis des Arbres de differentes eſpeces dans l'intention d'affoiblir davantage le ſujet, & que je propoſe pour exemple l'Ambrette, la Craſſanne, le Beuré & le Doyenné, parce que ces eſpeces ſe mettent aiſément à fruit. Cependant les expériences que j'ai faites l'ont été la plupart ſur des Bon-chrétiens d'Hiver, des Louiſes bonnes & des Bezi de la Motte.

Le moyen que je viens de propoſer pour faire plutôt produire du fruit aux Arbres greffés ſur Sauvageon, ſe réduit donc à profiter de ce changement de direction, ou (ce qui eſt la même choſe) de ce nœud qu'on ſait qui ſe forme à l'endroit de l'application de la Greffe; & cela pour affoiblir les Arbres, en gênant en quelque maniere le cours de la ſève.

Le ſecond conſiſte à rompre la trop grande analogie qui eſt entre le Poirier franc & ſon Sauvageon, par l'interpoſition d'une autre eſpe-

eſpece qui ſoit moins analogue à l'un & à l'autre.

Ainſi, convaincu par les obſervations que j'ai rapportées dans la premiere Partie de ce Mémoire, qu'il y a moins d'analogie entre le Poirier & le Coignaſſier qu'entre le Franc & ſon Sauvageon; ſachant d'ailleurs que la vigueur des Arbres greffés diminue à proportion du peu d'analogie qui ſe rencontre entre la Greffe & le Sujet; pour faire uſage de ces principes, ſi l'on veut avoir promptement du fruit d'un Colmar greffé ſur un Sauvageon, il paroît naturel de greffer un Coignaſſier ſur Sauvageon, & le Colmar ſur la pouſſe du Coignaſſier.

Mais le Coignaſſier n'eſt pas le ſeul Arbre qu'on puiſſe employer pour rompre l'analogie du Poirier avec ſon Sauvageon; car étant aſſuré, comme je l'ai déja fait obſerver, que le Poirier reprend bien ſur l'Epine blanche, ſur le Nefflier, ſur le Cormier & l'Aliſier, on peut, ſuivant la qualité de la terre de ſon Jardin, employer quelques-uns de ces Arbres pour eſſayer de rompre plus ou moins cette analogie trop parfaite qui empêche que nous n'ayons du fruit.

Au reſte, je ne propoſe ce dernier moyen que comme des conſéquences probables tirées des principes que j'ai établis dans ma premiere Partie, car les expériences particulieres que j'en ai faites ſont encore trop nouvelles pour en aſſurer entierement la réuſſite, puiſque les Arbres que j'ai ainſi greffés, n'ont point encore donné de fruit: cependant quoique ces Greffes ſoient fort jeunes, elles paroiſ-

roiſſent diſpoſées à en donner dans peu, & tout ce que j'appréhende, c'eſt de les avoir trop affoiblies.

Je conſeille cependant à ceux qui voudront greffer des Coignaſſiers ſur des Sauvageons, de les écuſſonner plutôt en œil dormant ſur de jeunes Sauvageons, que de les greffer en fente ſur de vieux Sujets, parce que pluſieurs que j'avois greffés de cette maniere ſont péris à la ſeconde ſève, quoiqu'ils euſſent aſſez bien pouſſé à la premiere; & comme il m'a paru que c'étoient les Sujets qui étoient morts les premiers, je crois que cet accident eſt venu de ce que les Greffes de Coignaſſier n'ont pu dépenſer toute la ſève que leur fourniſſoient de gros Sujets vigoureux, bien nourris & bien enracinés; au-lieu que ceux que j'ai écuſſonnés ſur de jeunes Sauvageons ont fort bien pris, & j'aurai ſoin d'informer l'Académie de leur réuſſite.

Il eſt bon de remarquer qu'il y a des eſpeces de Poiriers qui ſe mettent bien plus aiſément à fruit que d'autres, & l'on comprend bien que pour avoir de leur fruit, il n'eſt pas beſoin de rompre conſiderablement l'analogie de leur eſpece.

Par exemple, un Auteur d'Agriculture qui commence à être ancien, a remarqué que le Portail avoit beaucoup de peine à reprendre ſur les Coignaſſiers. M. de la Quintinie a obſervé qu'il en étoit de même du Bon-chrétien d'Eté muſqué; & je crois pouvoir ajouter à ces deux eſpeces, la Merveille d'hyver ou le petit Oin, la Rouſſeline, & l'Angleterre.

Mais

Mais le Jardinier Solitaire prétend que le Bon-chrétien d'Eté musqué ne laisse pas de bien réussir sur Coignassier, & il est sûr que ce Religieux n'en vendoit pas d'autres; mais on ne peut disconvenir que le Bon-chrétien d'Eté musqué n'ait beaucoup de peine à reprendre sur le Coignassier. Il est aussi certain qu'au bout de cinq ans, il ne fera pas un aussi grand Arbre qu'un Bon-chrétien d'Eté ordinaire, au bout de deux ou trois ans. Enfin, quelque bien qu'il vienne, il ne peut jamais faire qu'un petit Arbre de peu de durée.

Pour remédier à cet inconvénient, l'Auteur que j'ai cité en premier lieu, conseille de greffer le Portail sur des Poiriers de Valée qui ayent été auparavant greffés sur du Coignassier; mais si l'on fait attention que le défaut de ces Arbres est d'être déja trop foibles, puisqu'ils ont tant de peine à reprendre, puisqu'ils poussent si lentement, si foiblement, & qu'ils se mettent à fruit avant même que de sortir de la pepiniere, on doutera, je crois, que ce soit le cas où les Greffes réitérées conviennent; au contraire, ce seroit bien le meilleur, si l'on pouvoit se dispenser entierement de greffer ces sortes d'Arbres. Aussi avons-nous vu aux Chartreux, où les expériences ont été faites plusieurs fois, qu'ayant greffé des Merveilles d'hyver sur la Cadette qui avoit auparavant été greffée sur Coignassier, quoique la Cadette soit une espece de Poirier qui pousse très vigoureusement, les Greffes ont eu beaucoup de peine à reprendre, & que celles qui ont re-

pris ont eu un plus mauvais ſuccès que celles que nous avions greffé ſur des Coignaſſiers bien vigoureux: car quand on veut les greffer ſur Coignaſſiers, il faut toujours choiſir pour cela ceux qui ont le mieux pouſſé, & c'eſt en quoi conſiſtoit tout le ſecret du Jardinier Solitaire. Mais pourquoi chercher tant de façon? puiſque le défaut de ces Arbres eſt de pouſſer trop foiblement, il ne faut les greffer que le moins qu'il eſt poſſible, & tendre à l'analogie la plus parfaite, ainſi il faut les greffer ſur le Poirier Sauvageon: auſſi ai-je de ces eſpeces de Poires greffées ſur Sauvageon, qui ne font que des Arbres de médiocre grandeur, & qui donnent beaucoup de fruit.

Je ferai encore obſerver qu'on n'a de peine à mettre tous les Arbres à fruit, que quand on ne les laiſſe pas dans leur grandeur naturelle, car les pleins-vents ne manquent point d'en porter en abondance, quand une fois ils ſont parvenus au plus fort de leur crûe: ainſi ce que je viens de dire, ne regarde que les buiſſons & les eſpaliers. Il ſeroit auſſi inutile d'affoiblir les Arbres qui produiſent des fruits à noyau, puiſqu'ils ſe mettent ordinairement aſſez à fruit.

Mais regardant comme deux principes certains, que tant qu'un Poirier ou un Pommier pouſſera avec beaucoup de force, il ne donnera gueres de fruit, & que le nœud de la Greffe, & encore plus le manque d'analogie, diminuent la vigueur des Arbres, on pourra ſur ce plan tenter differens moyens de réduire ceux qui ſont trop vigoureux, ob-

obſervant toujours d'agir avec ménagement; car la Nature ne ſe prête ordinairement aux efforts de l'Art que juſqu'à un certain point, au-delà duquel elle ne peut être forcée.

J'ai ſouvent remarqué qu'il y avoit dans le même terroir, ou dans une même pepiniere, des Arbres qui ſe mettoient beaucoup plutôt à fruit que les autres, quoiqu'ils fuſſent de même eſpece, & pareillement greffés ſur Sauvageon. J'avois toujours ſoupçonné que cette difference tiroit ſon origine de quelques circonſtances de l'application des Greffes: auſſi un Religieux très expérimenté dans le Jardinage, par le ſoin qu'il prend aux Chartreux de leur Jardin, m'a-t-il aſſuré qu'il avoit pluſieurs fois remarqué, que les Greffes en fente ſe mettoient plutôt à fruit, quand, par hazard, les écorces intérieures de la Greffe & du Sujet ne répondoient pas bien exactement l'une à l'autre. Il eſt aiſé de juger que ce défaut dans l'application de la Greffe qui forme un obſtacle au cours de la ſève, doit produire un effet pareil au manque d'analogie.

Pour que les moyens que je viens de propoſer ſoient de quelque utilité, il faut qu'en même tems qu'ils avancent la fécondité des Arbres, ils n'alterent ni la bonté, ni la beauté de leur fruit: mais heureuſement, bien loin qu'on puiſſe les ſoupçonner de produire de tels dommages, j'eſpere prouver qu'ils contribuent à les perfectionner.

Quelques Auteurs même ont propoſé de greffer ſur les Sauvageons ou les Coignaſſiers, des fruits doux, ſucrés, & de bonne

qualité, dans l'intention de greffer sur la pousse de ceux-ci d'autres fruits, soit pour corriger la mauvaise qualité de quelques-uns, ou améliorer les autres.

D'ailleurs tout le monde convient que les fruits s'affranchissent de plus en plus par la Greffe, c'est-à-dire, qu'ils perdent beaucoup de cette acreté, & de cette aigreur qui font le caractere des fruits sauvages.

Dans le Mémoire où j'ai tenté de découvrir la cause physique de cette perfection, j'ai cru devoir la chercher dans le dévelopement de ce nœud, que tout le monde connoit, à l'endroit de l'application de la Greffe, & en attribuer la cause à un changement de direction dans les fibres, & un entortillement de vaisseaux qui se rencontrent toujours à l'endroit de l'application de la Greffe, ce qui fait une organisation nouvelle, que je considere comme une espece de ganglion, ou une sorte de glande, dont l'action étant jointe à l'alteration que la sève doit souffrir en passant d'une espece d'Arbre à une autre, & peut-être encore au mêlange des sèves, me paroît bien capable de produire les changemens dont nous venons de parler. Maintenant donc si la sève reçoit quelque alteration avantageuse dans cette espece de nœud, n'est-il pas naturel de croire qu'à mesure qu'on multipliera ce viscere nouveau, par des Greffes réiterées, la sève se trouvera toujours de plus en plus atténuée & perfectionnée, ce qui doit contribuer à l'amélioration des fruits? Mais si nous faisons attention que ce nœud, ou cette glande, est d'autant

plus

plus conſiderable qu'il y a moins d'analogie entre la Greffe & le ſujet, on concevra aiſément que la ſève peut encore en être plus atténuée & perfectionnée par l'interpoſition du Coignaſſier, ou d'un autre Arbre, entre le Sauvageon & le Franc: je ne ſai même ſi on ne pourroit pas ſe flatter de procurer ainſi aux fruits cette belle couleur qui diſtingue le Bon-chrétien & les autres Poires qui ſont venues d'Arbres greffés ſur Coignaſſier, puiſque la ſève du Sauvageon ne peut être portée au Franc que par l'entremiſe du Coignaſſier.

Maintenant pour préſenter ſous un coup d'œil tout ce qui eſt contenu dans ce Mémoire, je dis donc, que planter en avenues des Arbres qui n'ont point été greffés, ou, ſi l'on eſt obligé de greffer ces ſortes d'Arbres, tendre le plus qu'il eſt poſſible à l'analogie la plus parfaite, c'eſt ſe mettre en état d'avoir des Arbres fort vigoureux & de longue durée.

Affoiblir au contraire les Poiriers ou les Pommiers greffés ſur Sauvageon, par des greffes réiterées, ou par l'interpoſition de quelque eſpece moins analogue au Poirier, ou ſimplement en évitant l'analogie trop parfaite entre la Greffe & le ſujet, ce ſont des pratiques par leſquelles on peut réduire les Arbres trop vigoureux, & les déterminer à porter plutôt du fruit.

Enfin ne pourroit-on pas ſe propoſer d'affranchir ainſi plus promptement les fruits, ou en multipliant ce nœud, & occaſionnant ce mêlange de ſève qui probablement peut produire

duire l'affranchiſſement, ou du moins en eſſayant de le rendre plus compacte, plus ſerré, & par conſequent plus efficace?

Mais je le répete, la précipitation eſt à craindre, & il ne faut faire uſage de ces moyens qu'avec ménagement, & autant qu'on en aura beſoin: c'eſt pourquoi j'ai dreſſé à la fin de ce Mémoire, une Table des meilleures eſpeces de Poires, dans laquelle j'ai rangé ſous une colomne les Poiriers qui ſe mettent aiſément à fruit, & ſous une autre ceux qui s'y mettent encore plus aiſément, & enfin ceux qui ne s'y mettent que difficilement.

Au reſte, je conſeille encore de ne pas entreprendre de réduire entierement les Arbres, dans le tems de la Greffe, par les moyens que je viens de propoſer, mais d'attendre à achever cet ouvrage dans le tems de la Taille, qui nous en fournit auſſi de bien efficaces pour parvenir à cette fin; mais ils ſont trop étrangers à la matiere de ce Mémoire, & avec cela d'une trop longue diſcuſſion, pour n'en pas faire le ſujet d'une autre Diſſertation.

Il eſt bon, en finiſſant ce Mémoire, de dire un mot d'un moyen qu'un Auteur propoſe pour avoir de beaux Pommiers en pleinvent, parce que ſon ſecret conſiſtant à réiterer pluſieurs Greffes les unes ſur les autres, & cela pour augmenter la vigueur de ſes Arbres, on peut dire qu'il conclud directement contre moi. Mais pour peu qu'on ſoit au fait des pepinieres, on voit que cet Auteur n'a pratiqué le ſecret qu'il conſeille, que tout au-

au plus ſur de jeunes Arbres qu'il élevoit pour vendre, & dont il ne s'embarraſſoit pas de la réuſſite: car il veut qu'on greffe des Pommes tendres ſur des Sauvageons, par exemple, les Pommiers de Sureau, de Fichet, ou de Doucin, & qu'après avoir formé la tige avec ces eſpeces, on écuſſonne deſſus les Pommes qu'on voudra avoir. Voici les inconvéniens principaux qui réſulteront de cette pratique. On ſait, premierement, que la plupart des Pommes ne ſe collent pas auſſi parfaitement ſur ces ſortes de Pommiers que ſur les Sauvageons, ainſi les Greffes ſeront plus ſujettes à s'éclater. Secondement, le tronc même eſt toujours caſſant, & n'eſt pas aſſez fort pour ſupporter une groſſe tête qui préſente une grande ſurface au vent. Troiſiemement, ces ſortes d'Arbres s'épuiſent toujours à pouſſer des bourgeons dans toute leur longueur, de ſorte que le moindre coup de ſerpette, ou un coup de bâton, quelquefois même quand ils ſont jeunes, les impreſſions de la grêle, ou les gerçures que les grands Vents font à leur écorce, tous ces accidens ſuffiſent pour leur faire pouſſer une telle quantité de rejets dans la longueur de leur tige, qu'un Jardinier ſoigneux ſuffiroit à peine pour remédier à ce défaut. Quatriemement, on ſait que les Pommiers greffés ſur ces ſortes de ſujets ne font que de foibles plein-vents, en comparaiſon de ceux qu'on greffe ſur Sauvageon; ainſi il y a tout lieu de douter de ce qu'avance cet Auteur, & il eſt probable que s'il en a fait l'expérience, ce n'a été que ſur de jeunes

Ar-

Arbres, ſans s'embarraſſer beaucoup de leur réuſſite.

POIRIERS qui ſe mettent difficilement à fruit.

Bon-chrétien d'Hiver.
Le Rouſſelet d'Eté.
La Cuiſſe-Madame.
L'Epargne *ou* le Beau-préſent.
La Sans-peau.
La Caſſolette.
La Robine *ou* Royale d'Eté.
Le Bon-chrétien d'Eté gratioli.
L'Orange rouge muſquée.
La Paſtorale.
La Virgouleuſe.
Le Colmar.
Le Beſy de Chaumontel.
La Bergamotte Suiſſe.
La Bergamotte d'Automne.
La Marquiſe.
La Rouſſelet de Reims.

POIRIERS qui ſe mettent plus aiſément à fruit.

Le Petit-Muſcat.
L'Auratte.
La Magdelaine.
La Blanquette.
L'Archiduc d'Eté.
La Poire à-la-Reine *ou* Muſcat-Robert.
La Belliſſime *ou* Suprême.
La Chaire-à-Dame.
La Bergamotte d'Eté ou de Milan.
La Fondante de Breſt ou l'Inconnue-Cheſneau.
L'Eau-Roſe.
Le Salviati.
L'Orange tulipée.
La Verte longue *ou* Mouillebouche.
L'Epine d'Eté.
Le Beuré d'Angleterre.
Le Beuré-rouge d'Anjou.
Le Beuré gris.
La Belliſſime d'Automne *ou* Vermillon.
Le Meſſire-Jean doré.
Le Meſſire-Jean gris.
Le Doyenné *ou* Saint-Michel.
La Verte-longue panachée.
La Dauphine *ou* Franchipane.
Le Satin.
L'Epine d'Hiver.
L'Ambrette.
La Bergamotte-Craſſanne *ou* Creſſanne.
Le Sucré vert.
Le Muſcat-Lalman.
Le Beſy de la Motte.
La Jalouſie.
La Lanſac *ou* Dauphine.
La Royale d'Hiver.
Le Martin-ſec de Provins.
Le Beſy de Chaſſery.
La Bergamotte de Pâques, d'Hiver.
La Bergamotte de Hollande.
Le Saint-Germain.

POI-

POIRIERS qui ſe mettent encore plus aiſément à fruit.

L'Angleterre.
Le Bon-chrétien d'Eté muſqué.
La Rouſſeline.
La Merveille d'hiver ou le Petit-Oin.
Le Portail.

METHODE ANALYTIQUE

De tracer les Lignes correſpondantes ou des Minutes aux grandes Méridiennes.

Par M. PITOT. *

UNE grande Méridienne tracée avec tous les ſoins & toute l'exactitude d'un habile Aſtronome, eſt le plus grand de tous les Inſtrumens Aſtronomiques, pour connoitre non ſeulement le tems vrai, mais même toutes les variétés du mouvement du Soleil. On ſait les grands avantages que l'Aſtronomie a retiré de la Méridienne de S^t. Pétrone de Bologne, tracée par feu l'illuſtre M. Caſſini.

Pour rendre l'uſage des Méridiennes plus étendu & plus commode, il eſt bon de tracer aux côtés de la Ligne méridienne pluſieurs lignes auxquelles l'image du Soleil étant parvenue, marque exactement les Minutes avant & après midi; ces lignes étant tracées exactement, donneront l'heure en tems vrai auſſi exactement que la Ligne méridienne même.

* 19 Décemb. 1731.

Il arrive assez souvent qu'on manque le moment du passage de l'image du Soleil par la Méridienne, soit par quelques nuages, ou pour n'être pas arrivé assez à tems pour prendre le vrai Midi.

Quoique la Gnomonique fournisse des règles pour tracer ces lignes des Minutes, que nous appellons *lignes correspondantes*, nous osons cependant employer à leurs déterminations une Méthode nouvelle & analytique. Nous esperons d'appliquer la même Méthode à la résolution de presque toutes les questions de la Gnomonique : ce petit exemple suffit pour faire voir l'esprit de la Méthode. Les voyes les plus simples sont les plus avantageuses, sur-tout pour les opérations délicates, ou qui demandent une grande exactitude.

* Soit *BCOP* le Méridien, *OO* l'horizon, *B* & *P* les Poles du Monde, *C* le Zénit, *A* le lieu du Soleil : on aura le triangle sphérique *ABC*, dont le côté *BC* sera le complément de la hauteur du Pole, *AB* ou *AP* le complément de la déclinaison du Soleil, *AC* le complément de sa hauteur sur l'horizon, *ABC* l'angle horaire, & *ACB* l'angle azimutal.

L'arc *CD* perpendiculaire sur le côté *AB* divise le triangle obliquangle *ABC* en deux triangles rectangles.

Si l'on fait un angle rectiligne égal à un angle sphérique, il est évident que le sinus, la tangente & la sécante de cet angle rectiligne seront les mêmes que pour l'angle sphérique.

Je

* Fig. 1.

Je fais l'angle ACB * égal à l'angle de l'azimut du Soleil, que je diviſe en deux, BCD, DCA, pour repréſenter les deux parties de l'angle azimutal diviſé par l'arc CD † perpendiculaire ſur la baſe AB.

Je nomme (z) le ſinus AM de l'angle azimutal, (e) le ſinus CM de ſon complément, $(ſ)$ la tangente OE du complément de l'angle BCD, & (a) le ſinus total. La ſécante CE ſera $\sqrt{aa+ſſ}$, & les triangles ſemblables COE, CDL, donneront $CE\sqrt{aa+ſſ}.CO(a)::CO(a).LD\ \frac{aa}{\sqrt{aa+ſſ}}$ & $CE\sqrt{aa+ſſ}.OE(ſ)::CD(a)CL\ \frac{aſ}{\sqrt{aa+ſſ}}$.

Les triangles ſemblables CMQ, CLD, donnent CL, $\frac{aſ}{\sqrt{aa+ſſ}}.LD$, $\frac{aa}{\sqrt{aa+ſſ}}$, $ſ.a::CM(e).MQ$, $\frac{ae}{ſ}$. Donc $AQ = z \pm \frac{ae}{ſ}$.

Mais les triangles rectangles COE, QAG, ayant les angles AQG, OCE, égaux à cauſe des paralleles AQ, CO, ſont ſemblables, ce qui donne, $CE, \sqrt{aa+ſſ}.OE, ſ::AQ$, $\frac{zſ\pm ae}{ſ}.AG\ \frac{zſ\pm ae}{\sqrt{aa+ſſ}}$. Donc $CG = \sqrt{\overline{CA}^2-\overline{AG}^2} = \frac{\sqrt{a^4+aaſſ-zzſſ+2aezſ-aaee}}{\sqrt{aa+ſſ}}$.

Re-

* Fig. 2, 3, & 4. † Fig. 1.

Reprenons notre triangle sphérique de la premiere Figure, le sinus de l'angle azimutal étant exprimé par l'indéterminée z, celui de son complément par e ou $\sqrt{aa-zz}$, le sinus DL de l'angle BCD sera $\frac{aa}{\sqrt{aa+ff}}$, CL celui de son complément $\frac{af}{\sqrt{aa+ff}}$. La tangente du complément du même angle étant marquée par l'indéterminée f, le sinus de l'angle ACD sera $\frac{zf \pm ae}{\sqrt{aa+ff}}$, savoir $\frac{zf+ae}{\sqrt{aa+ff}}$ lorsque l'angle azimutal est obtus, que nous prenons pour le premier cas, & $\frac{zf-ae}{\sqrt{aa+ff}}$ lorsque ce même angle est aigu ou dans le second cas. Quoique le second cas ne soit presque point d'usage pour l'objet que je me propose, je ne laisse pas que de le renfermer pour rendre notre solution plus générale. Enfin le sinus du complément du même angle pour les deux cas sera $\frac{\sqrt{a^4+aaff-zzff \pm 2aezf-aaee}}{\sqrt{aa+ff}}$.

Je marque encore le sinus du complément du côté BC*, qui est le sinus de la hauteur du Pole, par l'indéterminée (c), la tangente du même arc ou de la hauteur du Pole par (g), & la tangente de l'angle CBA, ou de l'angle horaire par (t). Cela posé, dans le triangle

* Fig. X.

gle ſphérique ABC, regardant les angles ABC, ACB, & le côté CB, comme connus, on trouvera, ſuivant la Théorie des triangles ſphériques, la tangente du complément du côté AC, ou la tangente de la hauteur du Soleil, par les deux analogies ſuivantes.

Premiere Analogie.

Comme le ſinus total (a),
au ſinus du complément du côté BC (c),
ainſi la tangente de l'angle ABC (t)
à la tangente du complément de l'angle BCD (f).

Donc $\frac{ct}{a} = f$.

Seconde Analogie.

Comme le ſinus, complément de l'angle $BCD = \frac{af}{\sqrt{aa+ff}}$ eſt au ſinus, complément de l'angle ACD, qui eſt

$$\frac{\sqrt{a^4+aaff-zzff\pm 2aezf-aaee}}{\sqrt{aa+ff}}.$$

Ainſi la tangente du complément du côté BC (g) à la tangente du complément du côté AC, ou de la hauteur du Soleil; laquelle tangente ſera $\frac{g}{af}\sqrt{a^4+aaff-zzff\pm 2aezf-aaee}$.

* Si nous prenons maintenant CB pour la hau-

* Fig. 5.

hauteur verticale du Gnomon de la Méridienne, ou de l'ouverture par où passe l'image du Soleil, pour que ses rayons viennent se peindre à un point M du plan horizontal AA, sur lequel on a tracé une Méridienne. Pour exprimer la distance CM, ayant nommé la hauteur CB (b), & CM (u). On dira,

Comme la tangente de la hauteur du Soleil,

qui est $\frac{z}{af}\sqrt{a^4+aaff-zzff\pm 2aezf-aaee}$

est au sinus total (a).

Ainsi la hauteur CB (b),

à la distance CM (u). Donc $CM = u = \frac{aabf}{g\sqrt{a^4+aaff-zzff\pm 2aezf-aaee}}$.

* Soit la Méridienne TV, tracée sur l'horizon $ATAV$, il est clair que SCM marquera le plan du cercle vertical, ou de l'azimut du Soleil, & que la ligne horaire correspondante doit passer par le point M de la projection des rayons du Soleil : si de ce point M, nous tirons une perpendiculaire MP à la Méridienne, & si nous nommons CP (x), PM (y), nous aurons les deux proportions suivantes, en prenant dans le triangle rectangle CPM, l'hypothénuse pour le sinus total.

Comme le sinus total (a)

est au sinus de l'angle C, ou de l'azimut du Soleil (z).

Ainsi CM (u)

: PM (y). Donc $\frac{zu}{a} = y$, ou bien $\frac{abfz}{g\sqrt{a^4+aaff-zzff\pm 2aezf-aaee}} = y$, &

com-

* Fig. 6.

comme le ſinus total (a),
eſt au ſinus du complément de l'angle azimutal (e).

Ainſi CM (u) eſt à CP (x).

Donc $\frac{eu}{a} = x$, ou bien $\frac{abfe}{g\sqrt{a^4 + aaff - zzff \pm 2aezf - aaee}} = x$.

Il faut maintenant, dans les deux Equations précédentes, ou dans les valeurs de y & de x, ſubſtituer pour (e), ſa valeur $\sqrt{aa - zz}$, pour (f) ſa valeur $\frac{ef}{a}$, & faire enſuite évanouïr l'indéterminée (z), pour avoir une Equation, laquelle ne renfermera plus le ſinus de l'azimut du Soleil.

Comme les deux premiers membres de ces Equations ont un même dénominateur; on aura, en diviſant la premiere par la ſeconde, $\frac{z}{e} = \frac{y}{x}$, ce qu'on auroit pu voir d'ailleurs. Car * CP (x), PM (y) :: e ſinus complément de l'angle azimutal eſt à z ſinus du même angle, & mettant pour e ſa valeur $\sqrt{aa - zz}$, on aura $\frac{z}{\sqrt{aa - zz}} = \frac{y}{x}$, & $\frac{zz}{aa - zz} = \frac{yy}{xx}$. D'où l'on tire $zz = \frac{aayy}{xx + yy}$ & $z = \frac{ay}{\sqrt{xx + yy}}$.

Enfin ſubſtituant dans l'une ou dans l'autre des

* Fig. 6.

des deux Equations précédentes, les valeurs de z, de e, & de f, on aura après les réductions & extractions de racines, l'Equation ſuivante $abct = aagy \pm gctx$, ou $\frac{bct}{ag} \pm \frac{ctx}{aa} = y$, pour les deux cas; ſavoir, $\frac{bct}{ag} + \frac{ctx}{aa} = y$, pour le cas que l'angle ACB* eſt obtus, ou que le Soleil eſt dans la partie méridionale du Ciel, & $\frac{bct}{ag} - \frac{ctx}{aa} = y$, pour le cas que le même angle eſt aigu, ou que le Soleil eſt dans la partie ſeptentrionale.

Cette Equation étant linéaire, feroit connoitre, ſi on ne le ſavoit d'ailleurs, que les lignes horaires correſpondantes ſont des lignes droites.

Comme l'expreſſion de la diſtance du Soleil au Pole ou de ſa déclinaiſon n'entre point dans l'Equation ou dans la Formule, elle eſt générale pour toutes les déclinaiſons du Soleil ou tous les tems de l'année: & de plus toutes les expreſſions étant indéterminées, hormis le ſinus total, elle convient généralement à toutes les hauteurs du Pole, à toutes les heures du jour & les hauteurs des Gnomons des Méridiennes. Ainſi en donnant à CP (x) une valeur à volonté, il ſera très aiſé de trouver la valeur de PM, & par conſéquent le point par où paſſe la ligne correſpondante QM pour la minute ou l'heure devant ou après midi.

Ayant

* Fig. 1.

Ayant ainſi trouvé deux valeurs de PM à une diſtance raiſonnable l'une de l'autre, on tirera une ligne droite d'un point M à l'autre, & cette ligne ſera la correſpondante à la Méridienne pour l'heure ou la minute donnée, le paſſage du centre de l'image du Soleil ſur cette ligne donnera l'heure en tems vrai auſſi préciſément que par la Méridienne même.

Il eſt important de connoitre exactement la hauteur (h) du Gnomon. On ſuppoſera cette hauteur de 1000, ou de 100000 parties, pour pouvoir, ſi l'on veut, négliger les fractions; après quoi ayant pris CP (x) d'un certain nombre de ces parties, on calculera la valeur de PM (y) très aiſément, ſur-tout ſi l'on ſe ſert des logarithmes, comme l'on voit par l'Exemple ſuivant.

EXEMPLE.

Trouver le point M *de la ligne correſpondante d'une minute devant ou après midi, la valeur de* CP (x) *étant priſe égale à la hauteur* h *du Gnomon, que nous ſuppoſons de* 100000 *parties à la hauteur du Pole de Paris de* 48 *degrés* 51 *minutes.*

Nous aurons, en nous ſervant des logarithmes, $h = x =$ logarith. de 100000 qui eſt 500000.

$c =$ ſinus logarith. hauteur du Pole. 9.87679.
$g =$ tangente, hauteur du Pole.... 10.05854.
$t =$ tangente de l'arc horaire d'une minute de tems & 15 minutes de dégrés. . . . . 7.63982.
Enfin le ſinus total (a). . . . . 10.00000.

$b = 5.00000.$	$x = 5.00000.$	$a = 10.00000.$
$c = 9.87679.$	$c = 9.87679.$	
$t = 7.63982.$	$t = 7.63982.$	$g = 10.05854.$

$bct = 22.51661.$ $xct = 22.51661.$ $ag = 20.00854.$

Retranchant la valeur de ag de celle de bct, & celle de aa qui eſt 20.00000, le premier reſte ſera 245807 pour le logarithme de $\frac{bct}{ag}$, & le ſecond, qui eſt 251661, ſera le logarith. de $\frac{ctx}{aa}$. Ces deux logarithmes donnent les deux nombres 287 & 329, dont la ſomme 616 $= \frac{bct}{ag} + \frac{ctx}{aa} = y = PM.$

Ainſi la hauteur du Gnomon étant de 1000 pouces, comme à la fameuſe Méridienne de S. Pétrone de Bologne, la Ligne correſpondante ou horaire d'une minute paſſe à 6 pouces 2 lign. $\frac{1}{25}$ du point de la Méridienne, dont la diſtance eſt égale à la hauteur du Gnomon, relativement à celle du Pole de Bologne de 40 degrés 30 minutes.

On voit clairement par notre Exemple, la méthode de trouver les Lignes correſpondantes de toutes les minutes & même des heures devant & après midi, par notre premiere Formule, laquelle ſervira, comme nous avons dit, depuis le Méridien juſqu'au premier vertical, tant dans la partie orientale que dans la partie occidentale du Ciel. Mais paſſé le premier vertical, il faudroit ſe ſervir de la ſeconde Formule.

Si dans nos deux Formules l'on fait $x = o$, on

on aura $\frac{bct}{ag} = y$ & la valeur de (y) qu'on trouvera dans ce cas, ſera la diſtance à laquelle la ligne correſpondante paſſera du pied de la verticale du Gnomon, en ſorte qu'on aura un point de cette ligne par un calcul encore plus ſimple.

Si pour avoir le point où toutes les lignes correſpondantes coupent la Méridienne, l'on fait $y = 0$, ou $\frac{bct}{ag} \pm \frac{ctx}{aa} = 0$, on aura $\frac{ab}{g} = \mp x$; c'eſt-à-dire, que pour avoir le point Q, centre de réunion de toutes les lignes correſpondantes, il faut prendre dans le premier cas $CQ = -\frac{ab}{g}$ du côté des x négatifs, & dans le ſecond cas $CQ = +\frac{ab}{g}$ du côté des x poſitifs; ce qui montre que dans le premier cas, le Soleil étant du côté du Sud, les lignes horaires doivent aller du côté du Nord, & dans le ſecond cas, le Soleil étant du côté du Nord, les lignes horaires doivent aller du côté du Sud. On fera donc pour avoir la valeur de CQ : $g \,.\, a :: b \,.\, x$. Et en effet, il eſt aiſé de voir par les principes de la Gnomonique, que pour avoir le centre des lignes horaires, il faut faire cette analogie.

Comme la tangente de la hauteur du Pole
eſt au ſinus total.
Ainſi la hauteur du ſtile
ſera à la diſtance du pied du ſtile au centre du Cadran.

Notre Formule $\frac{bct}{ay} + \frac{ctx}{aa} = y$, donne

$\frac{aay}{ct} - \frac{ab}{g} = \pm x$. Si dans ces Equations, l'on fait (c) & (g) égaux à zero, c'eſt-à-dire, ſi la hauteur du Pole eſt nulle, on aura $y = \frac{bt}{a}$, & $\pm x = \frac{aay}{o} - \frac{ab}{o} = \infty$, ce qui montre que dans la Sphere droite, ou ſous l'Equateur, ou dans la Sphere oblique ſur un plan parallele à l'axe du monde CP, (x) étant infinie, les lignes horaires ſont paralleles à la Méridienne, & que la diſtance PM (y) de la Méridienne à la ligne horaire eſt égale à la quatrieme proportionelle, au ſinus total, à la tangente de l'angle horaire, & à la hauteur du Gnomon.

Lorſque $C = a$, ou que la hauteur du Pole eſt de 90 degrés ſa tangente (g) ſera infinie, & l'on aura $y = \pm \frac{tx}{a}$, & $x = \pm \frac{ay}{t}$, ce qui montre que dans la Sphere parallele, ou ſous les Poles du Monde, ou dans la Sphere oblique ſur un plan parallele à l'Equateur, la perpendiculaire PM (y) eſt égale à la quatrieme proportionelle, au ſinus total, à la tangente de l'angle horaire, & à la diſtance CP (x), &c. Ce qu'on peut connoître d'ailleurs par les principes de la Sphere.

Je ne ſuis entré dans ces derniers détails, que pour faire voir que les Formules algébriques renferment tous les cas poſſibles, & qu'on peut employer utilement notre Méthode pour avoir des Solutions générales d'un grand nombre de Queſtions Aſtronomiques.

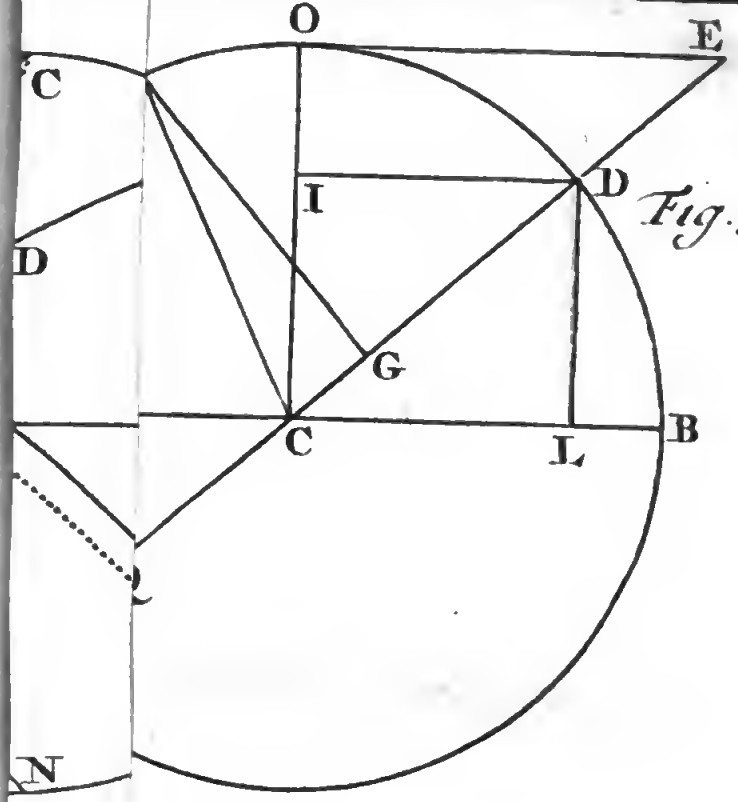
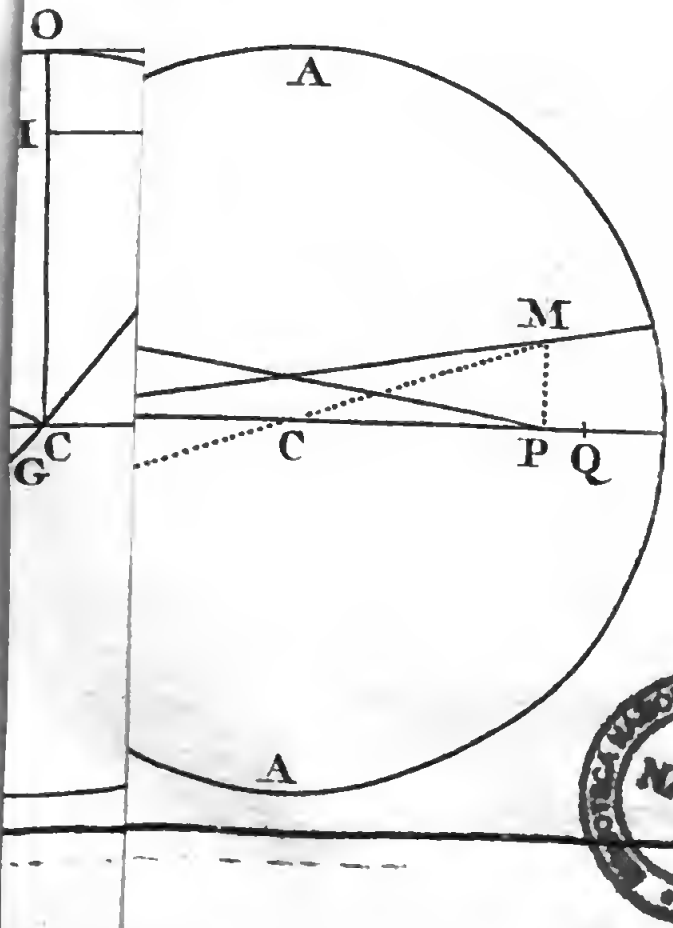


Fig. 3.



NAPOLI

OBSERVATIONS DE QUELQUES AURORES BOREALES

Qui ont paru cet Automne 1731, *à Breuillepont en Normandie, Dioceſe d'Evreux.*

Par M. DE MAIRAN. *

DEPUIS le 26 Septembre juſqu'au 28 Octobre incluſivement, l'Aurore Boréale a paru 15 fois bien marquée, ſans compter quelques apparitions équivoques. Du 26 Septembre au 8 Octobre, c'eſt-à-dire, dans l'intervalle de 13 jours, elle s'eſt montrée 11 fois, n'y ayant eu que le 1er & le 6 Octobre où il n'ait rien paru. Le plus long intervalle qui s'y trouve enſuite a été de 14 jours, ſavoir, depuis le 8 juſqu'au 23.

Cinq à ſix de ces Aurores Boréales ont été grandes, accompagnées de Phénomenes ſinguliers, & du nombre de celles qu'on apperçoit en même tems en des lieux très éloignés, & preſque dans toute l'Europe. Six à ſept ont été foibles & *tranquilles*, c'eſt-à-dire, ſans mouvement apparent, ſans éclairs, & ſans jets de lumiere. Quelques autres ont tenu un milieu entre celles-ci, & les grandes. Il s'en trouve qui ont paru avec le clair de

* 7 Dec. 1731.

la Lune, pluſieurs avec des nuages & un tems couvert, & quelques-unes enfin avec la pluye même.

Depuis le 15 Septembre que j'ai été à la Campagne, dans la ſituation la plus commode pour obſerver ce Phénomene, je n'ai commencé à le voir paroitre que le 26 du même mois. Je l'apperçus vers les huit heures du ſoir. Il conſiſtoit en une bande de lumiere courbée en arc, qui bordoit un ſegment obſcur & fumeux, l'un & l'autre fort bas, faiſant en tout une portion apparente d'un cercle coupé par l'horizon, ou par une corde de 73 ou 74 degrés; comme je le vérifiai avec un Inſtrument que j'avois apporté exprès pour cet uſage. La hauteur du milieu du ſegment obſcur n'étoit guere que de 8 degrés, & celle de l'Arc lumineux de 10 à 11, ce qui lui donne un limbe de 2 ou 3 degrés de largeur. Je n'en ai guere vu de mieux terminé que l'étoit celui-ci. Le Phénomene demeura à peu près dans cet état, juſques vers les 9 heures, où il commença d'augmenter conſiderablement de force & d'étendue. Alors arriverent les jets de lumiere, dont quelques-uns étoient colorés de rouge & de jaune. Les plus élevés n'alloient pas au-delà de 40 ou 45 degrés au deſſus de l'horizon. Mais à meſure que toute la maſſe du Phénomene augmentoit, ſes parties en devenoient moins terminées; il ſe faiſoit des breches au bord du ſegment obſcur, aux endroits d'où partoient les rayons, & ſon intérieur ſe perçoit & s'entrecoupoit d'une lumiere blanchâtre, tirant ſur le citrin, qui gagna enfin toute ſon étendue; de

for-

ſorte que vers les $9^h \frac{1}{2}$, il en réſultoit un arc, ou plutôt un ſegment de cercle, éclairé dans toutes ſes parties, mais toujours d'une lumiere plus forte auprès de l'horizon, que près de l'Arc. Dans cet état, cette Aurore Boréale me parut tout-à-fait ſemblable à celle qui arriva à pareil jour du même mois, en 1726, & dont on trouve la deſcription & la figure dans les Mémoires de cette même année. L'Arc lumineux, ou éclairé, juſqu'à l'augmentation dont je viens de parler, avoit été tout-à-fait Nord-Oueſt, ſa jambe orientale qui étoit à la droite du ſpectateur, ſe trouvant aſſez préciſément au deſſous de l'Etoile Polaire, & ſon milieu ſous les deux Etoiles inférieures du quarré de la grande Ourſe (β, γ). Mais en augmentant, il ſe jettoit en partie vers l'Eſt, de maniere qu'à $9^h \frac{1}{4}$, & au moment où l'Etoile du Bouvier étoit prête à ſe cacher ſous l'horizon, l'extrémité occidentale de l'Arc ſe trouvoit 5 à 6 degrés au-delà de cette Etoile, tandis que l'extrémité orientale tomboit à 2 ou 3 degrés à droite du vertical de l'Etoile de la Chevre; ce qui donne à cet Arc environ 65 degrés d'amplitude occidentale, & 47 d'amplitude orientale, & en tout 112 degrés. Je ne pus prendre ſa hauteur, parce qu'il n'étoit plus aſſez bien terminé pour cela.

Depuis $9^h \frac{1}{2}$, la lumiere alla toujours en s'affoibliſſant, juſques vers les $10^h \frac{1}{2}$, où on l'appercevoit à peine. Cependant je ne la vis point entierement diſparoitre, & j'appris le lendemain que le Phénomene avoit repris

pris une grande partie de ſon éclat après minuit.

Toute la journée avoit été fort belle, le Ciel fort ſerein, & le coucher du Soleil dégagé de tout nuage.

Le lendemain qui étoit le 27, l'Aurore Boréale commença à paroitre vers les 10^h du ſoir. Elle fut en général, moins étendue, moins brillante, & de moindre durée que la précédente; elle eut cependant des colomnes, & des jets de lumiere vers les 10^h $\frac{1}{4}$; ſa poſition étoit encore à peu près pareille, ſe trouvant des $\frac{1}{4}$ vers l'Occident. Son jet de lumiere le plus élevé ne monta que peu au-delà de la pénultieme de la queue de l'Ourſe, c'eſt-à-dire, à environ 20 degrés au deſſus de l'horizon.

Le 28, le 29 & le 30 Septembre n'ont eu que de petites Aurores Boréales foibles, & tranquilles, mais bien marquées, & d'une aſſez longue durée, ayant toutes commencé de paroitre à 8^h ou 8^h $\frac{1}{2}$ du ſoir, & n'ayant ceſſé que vers le minuit. Il faut en excepter celle du 28, qui diſparut à 10^h $\frac{1}{4}$, mais peut-être ſeulement, à cauſe d'une eſpece de brouillard qui s'éleva, & qui couvrit tout le Ciel. Le jour avoit été cependant fort beau & fort ſerein; mais le 29 & le 30 furent ſouvent couverts de nuages. Il y eut auſſi preſque toujours à ces Aurores Boréales un nuage épais vers l'Occident, qui en cachoit une partie, en prenant ſucceſſivement differentes figures. Leur poſition déclinoit encore, comme aux précédentes, d'environ

le

le quart de leur amplitude vers le couchant.

Le 1er Octobre, il n'y a rien eu. Le Nord, que j'ai souvent regardé, a été toujours de la même couleur que le reste du Ciel, après le crépuscule.

Mais le 2me nous a donné une des grandes Aurores Boréales que nous ayons encore vues, & accompagnée des Phénomenes les plus remarquables. Elle ne commença à se montrer que vers les 10h du soir, & par une très petite clarté, qui bordoit l'horizon au dessous du quarré de la grande Ourse; mais elle croissoit à vue d'œil. Environ une demi-heure ou trois quarts d'heure après, l'Arc blanchâtre & lumineux, bordant le segment obscur, commençoit à paroitre, haut de 7 à 8 degrés, sur une étendue de 25 à 30. A 11h, il étoit un peu plus grand dans toutes ses parties, & plus grand encore à 11h ¼ & à 11h ½ où le Phénomene commença à darder des jets & des rayons de lumiere vers les Etoiles de la grande Ourse, & du Dragon; jusqu'à ce moment l'Aurore Boréale avoit été tranquille. Mais dès ce moment aussi, les jets de lumiere, de même que son étendue, ne firent qu'augmenter. Je n'en ai jamais vu aucune croitre aussi régulierement de tous côtés, & en toutes manieres, que celle-ci, ni s'attirer plus d'attention par ces degrés successifs d'étendue & de force, avec lesquels elle sembloit naitre, & s'élever de dessous le Pole vers le Zénith. Ce changement & ce mouvement furent si continus, que je ne pus déterminer avec exactitude la position de l'arc, ni du segment ob-

obſcur. Leur amplitude me parut d'environ 120 ou 125 degrés, à $11^h \frac{1}{2}$, avec un peu de déclinaiſon vers l'Occident. La hauteur du Limbe éclairé, à ſon milieu, pouvoit être de 20 à 25 degrés.

Outre le ſegment obſcur & fumeux, ordinaire, il en paroiſſoit un autre intérieurement encore plus obſcur, & c'eſt des bords de celui-ci que s'élevoient la plupart des jets de lumiere, plus fréquens vers l'Orient, que vers l'Occident, & teints à leur extrémité d'un rouge couleur de feu.

Ici, je veux dire vers les $11^h \frac{1}{2}$ ou $\frac{3}{4}$, le Phénomene parut devenir ſtationaire, & peu de tems après diminuer d'amplitude, ſans diminuer de hauteur, ni de clarté. A minuit $\frac{1}{4}$, il étoit rétréci d'une trentaine de degrés, & il n'occupoit qu'environ 90 degrés ſur l'horizon. Le double ſegment obſcur ſe trouvoit confondu avec le premier & le plus grand, & les jets de lumiere partoient indifferemment de toutes ſes parties, quoique toujours beaucoup plus vers l'Orient que vers l'Occident.

Mais à minuit & demi, tout le Phénomene reprenant de nouvelles forces, & augmentant avec plus de rapidité qu'il n'avoit fait juſqu'alors, nous fit voir en moins de 5 à 6 min. cet incendie preſque univerſel, qu'on remarqua dans la fameuſe Aurore Boréale du 19 Octobre 1726. Les jets de lumiere ſont redoublés, les vibrations, les éclairs, & les ondulations arrivent, l'Arc, ou la lumiere ſeptentrionale s'étend à plus de 150 degrés ſur l'horizon, parvient au Zénit, & paſſe bien

bien-tôt au-delà. Ses bords se trouvent, par ce moyen, vers le Midi, mais interrompus, mal terminés, & entrelacés de grands flocons de matiere blanchâtre. Je le vis passer ainsi successivement par l'Etoile du Nord, par la Constellation de Cassiopée, & jusqu'auprès des Etoiles de la tête du Bélier. Il laissoit donc le Zénit derriere lui, & il se portoit à 20 ou 25 degrés vers le Sud. La partie de l'hémisphere, du côté du Nord, demeura toujours plus marquée, par un mêlange de fumée & de lumiere de diverses couleurs. C'est du Nord encore que paroissoient toujours partir, & les jets de lumiere, & les ondulations. Le rouge dominoit vers l'Orient, le jaune & la fumée vers l'Occident, & le blanc tirant sur un verd-pâle céladon étoit la couleur la plus généralement répandue sur le reste du Ciel. On vit toujours les Etoiles à travers la lumiere, les couleurs, & la fumée apparente. Une des differences des plus marquées que j'observai entre le Phénomene du 19me Octobre 1726, & celui que je décris présentement, c'est que ce dernier paroissoit composé de plus grandes pieces de matiere lumineuse ou éclairée.

Enfin après quelques diminutions, & quelques reprises qui durerent jusqu'à environ $1^h \frac{1}{2}$, il alla toujours en s'affoiblissant, de sorte qu'à 2^h, ce n'étoit plus qu'une petite clarté du côté du Nord, fort basse, & fort semblable à celle qu'on y avoit apperçue d'abord à 10^h.

La journée avoit été assez belle, à quelque vent près qui cessa vers les 11^h du soir.

Le 3 Octobre, l'Aurore Boréale paroissoit déja

déja toute formée dès $6^h \frac{1}{4}$ & quelques minutes, où j'en fus averti. C'étoit un sentier lumineux, bien circulaire, posé à peu près sous l'Etoile Polaire, mais déclinant un peu vers l'Occident. Il étoit bas, mais fort étendu, ayant environ 110 ou 112 degrés d'amplitude & seulement 9 à 10 degrés de hauteur. Le segment obscur étoit au-dessous, & des jets de lumiere en rompoient de tems en tems les bords. Dans cette Aurore Boréale, qui ne cede guere à la précédente, en étendue & en magnificence, je n'ai point remarqué cet accroissement régulier, & par degrés, qui la caractérisoit. Elle a été aussi en général plus paisible, plus stationaire, plus rassemblée, & mieux terminée dans toutes ses parties. Il y a eu cependant quelques momens de confusion, & d'un incendie qui paroissoit vouloir se répandre sur tout l'hémisphere visible du Ciel. Le plus fort a été vers les $10^h \frac{1}{2}$. Elle a eu aussi ses vibrations de lumiere, & ses ondulations, mais elles ressembloient davantage à des éclairs, par l'inégalité des intervalles de tems qu'elles laissoient entre elles. Le sentier, ou l'Arc lumineux, & le segment avoient fort changé de figure & de grandeur vers les $7^h \frac{1}{4}$. A $7^h \frac{1}{2}$, ils devinrent plus réguliers. L'amplitude de toute cette masse alloit à environ 145 ou 150 degrés, & paroissoit assez juste, d'une 5me partie plus occidentale qu'orientale. Un peu avant 8^h, il s'est détaché du total, un Arc lumineux, extérieur au précédent, & parallele à la partie du dedans, qui par-là en formoit un second. La lumiere de l'extérieur étoit un peu plus foible, & il pas-

paſſoit entre l'Etoile Polaire, & les ſept Etoiles de la grande Ourſe. L'Arc intérieur demeura ſeul quelques minutes après, & il fut toujours le plus marqué de tous ceux qui parurent à differentes repriſes, où il s'en forma quelques autres, tant intérieurement, qu'extérieurement à celui-ci. Le bord de ſon limbe paſſoit un peu au-delà de la queue de l'Ourſe, & pouvoit avoir 24 ou 26 degrés de hauteur, ſur une amplitude de 120 ou 125 degrés. On diſtingua toujours les Etoiles à travers la lumiere de l'Arc, ou des Arcs, & à travers la fumée apparente du ſegment, & ſur-tout la ſeconde Etoile (β) du Cocher, qui y étoit plongée du côté de l'Eſt, où l'épaiſſeur de cette fumée paroiſſoit très grande.

Le degré de clarté que ce Phénomene, & celui du jour précédent, répandoient ſur la Terre, dans les momens où ils brilloient davantage, alloit juſqu'à me laiſſer reconnoitre la main, ou le caractere de cinq à ſix Lettres que j'avois ſur moi, mais non pas juſqu'à me permettre de les lire ſans peine.

La lumiere & le ſegment diminuerent toujours de force & d'étendue, depuis $10^h \frac{1}{2}$, & l'on ne voyoit plus à minuit que cette impreſſion de clarté que l'Aurore Boréale laiſſe preſque toujours vers le Nord, longtems après qu'elle s'eſt montrée avec ſes phénomenes ordinaires.

Le 4 & le 5 Octobre n'ont fourni que des Aurores Boréales foibles & tranquilles, & le 6 en a été tout-à-fait exempt.

Mais le 7 & le 8 ont été marqués par deux des plus grandes, & des plus curieuſes, qui ayent encore paru.

Il ſeroit ſans doute ennuyeux pour la plupart des Lecteurs, après les deſcriptions qu'on vient de voir, quoique fort abregées d'après mes Mémoires, d'en retrouver encore ici d'auſſi détaillées ſur ce qui me reſte à rapporter. Les Aurores Boréales ſont devenues aujourd'hui ſi communes, qu'il n'y a gueres que ceux qui ont à travailler ſur ce ſujet, qui puiſſent ne ſe pas laſſer d'en voir rechercher ſi curieuſement toutes les circonſtances. Je me contenterai donc, à l'égard des premiers, de rapporter ce qu'il y a de plus ſingulier ou de plus eſſentiel ſur les Aurores Boréales ſuivantes; & j'avertirai ſeulement les ſeconds, que j'ai, à leur diſpoſition, un état de tout ce que j'obſerve ſur cette matiere, depuis cinq à ſix ans, avec des deſcriptions, & des figures, faites preſque toujours ſur le champ, & ſur les lieux de l'Obſervation. Je ſuis moi-même dans le cas, & le beſoin fréquent que j'aurois de quantité de particularités qui me manquent ſur les Aurores Boreales qui ont paru ailleurs, ou dans d'autres tems, me fait croire, que ce que j'en ai recueilli de plus ſuperflu en apparence, & ſeulement pour mon uſage, pourroit bien un jour trouver ſon utilité.

Le coucher du Soleil du 7 Octobre fut accompagné de pluſieurs nuages qui le cachoient, & cependant je ne me ſouviens pas d'en avoir vu de ma vie un plus beau par la variété, la vivacité, & l'arrangement des couleurs qui lui ſuccederent. Toute la journée avoit été aſſez couverte; de plus, la

Lune

Lune, qui avoit 7 jours, étoit ſur l'horizon, & y devoit être, ſelon la Connoiſſance des Tems, juſqu'à 9^h $25'$. Malgré cela, l'Aurore Boréale parut avant 7^h $\frac{1}{2}$, & ne diſcontinua point de toute la nuit. Son plus beau moment fut à 11^h $\frac{1}{2}$, où la matiere fumeuſe éclairée & les flocons blanchâtres ſe répandirent par tout le Ciel viſible, excepté une trentaine de degrés en amplitude & en hauteur, vers le midi, préciſément comme à l'Aurore Boréale du 19 Octobre 1726; c'étoit auſſi à peu près les mêmes jets de lumiere, les mêmes vibrations, & ſeulement moins promptes, & moins réglées; la magnificence des couleurs étoit pour le moins auſſi grande, le couleur de feu ſur-tout y dominoit, & tapiſſa alternativement l'Eſt & l'Oueſt. Les pieces du Phénomene & les flocons lumineux avoient plus d'étendue, étoient moins entrecoupées, & en général, il n'y avoit pas tant de mouvement qu'en 1726. Il ſembla quelquefois que la Couronne alloit ſe former au Zénit, mais elle n'y fut jamais achevée, ni bien marquée. Il n'y eut qu'un moment vers le minuit, où l'on vit les trois quarts d'une ellipſe aſſez réguliere, d'environ 10 à 12 degrés d'ouverture à ſon grand diametre, & de 8 à 9 ſur le petit, ſon centre déclinant de 10 à 12 degrés vers le Sud-Eſt; mais elle fut bien-tôt effacée ou confondue avec le reſte des flocons de matiere éclairés. Depuis 12^h $\frac{1}{2}$ la lumiere du Phénomene, & tous ces autres accidens diminuerent ſans ceſſer entierement juſqu'au crépuſcule du matin.

Une

Une choſe peut-être aſſez remarquable, c'eſt qu'il y eut toujours deux gros nuages aux côtés de la lumiere ſeptentrionale, qui me parurent quelquefois tenir de la matiere du Phénomene. Ils changerent beaucoup de figure, & de groſſeur, mais peu de lieu, & de conſiſtance. Ils y étoient à 7 heures & demie, c'eſt-à-dire, dès que l'on commença d'appercevoir l'Aurore Boréale, & ils y étoient encore à 3 heures du matin, tout le reſte du Ciel étant alors clair & ſerein. J'ai vu d'autres fois quelque choſe de pareil, mais jamais d'une maniere ſi marquée & ſi durable.

Ni les Arcs lumineux, ni le ſegment obſcur n'ont jamais été aſſez bien terminés, ou aſſez conſtans, pour en déterminer l'étendue & la hauteur, & les deux gros nuages, dont je viens de parler, m'ont caché la plupart du tems les deux extrémités de la lumiere & de la fumée ſur l'horizon, à l'Eſt & à l'Oueſt.

Imaginez l'Aurore Boréale précédente, avec un Ciel beaucoup plus couvert de nuages, un clair de Lune plus fort d'un jour, & un peu de pluye, qui tombe de tems à autre, & vous aurez une idée aſſez juſte de l'Aurore Boréale du 8me Octobre.

Le Soleil n'avoit paru que des inſtans dans la journée, il étoit tombé quelques gouttes de pluye à diverſes fois dans l'après-midi, & pendant le coucher du Soleil, & toujours par un vent Sud-Eſt. La pluye fut aſſez forte à 11$^{h}\frac{1}{2}$ du ſoir, & pendant l'apparition du Phénomene, que l'on ne laiſſoit pas de diſtinguer encore par

la

la lumiere du Nord. Avec des circonſtances ſi contraires, il y eut des momens favorables, & où l'Aurore Boréale parut dans toute ſa ſplendeur. L'Arc lumineux & le ſegment obſcur furent ſouvent bien marqués de 8 juſqu'à 10 heures, & je jugeai le bord du limbe de 25 ou 26 degrés de hauteur ſur l'horizon.

Ce que la Lune éclairoit dans ces momens, ſur des nuages parſemés çà & là, on le diſtinguoit fort bien de ce qui étoit éclairé par le Phénomene. Mais il n'étoit pas toujours auſſi aiſé de diſtinguer entre quelques-uns de ces nuages, ceux qui étoient réellement tels, & ceux qui n'en avoient que l'apparence, & qui faiſoient partie du Phénomene. Leur tranſparence par rapport aux Etoiles, quand le hazard les faiſoit paſſer au deſſous, étoit la ſeule marque de diſtinction qui ne fût pas équivoque.

De toutes les nuits qui ont ſuivi celle du 8me Octobre il n'y en a point que je croye plus ſurement avoir été ſans Aurore Boréale que celle du 22, c'eſt-à-dire, la veille du jour que l'Aurore Boréale reparut. Car on la vit le 23 à $7^h \frac{1}{2}$, & elle continua de ſe montrer juſques vers le minuit. Elle n'eut rien de grand, ni de ſingulier, ſon amplitude fut d'environ 100 degrés, & ſa hauteur de 18 à 20. Elle jetta quelques rayons vers les $8^h \frac{1}{2}$. La journée avoit été froide, ſouvent obſcurcie par des nuages, & avec beaucoup de vent Nord-Eſt.

Le 24 fut encore plus couvert, & il y eut de la pluye à pluſieurs repriſes dans la jour-

journée, & ſur-tout à la fin du crépuſcule du ſoir, qui eſt le tems où l'Aurore Boréale commence ordinairement de paroitre. Je remarquai dès $6^h \frac{1}{2}$ ou $\frac{3}{4}$ que quantité de nuages qui faiſoient un Ciel pommelé, étoient éclairés par leur partie oppoſée à la Terre, comme ſi la Lune avoit été derriere eux. J'étois aſſuré cependant que la Lune étoit couchée depuis longtems, & je ne héſitai point à dire malgré l'obſcurité qu'il y avoit vers le Nord, à cauſe du brouillard & de la pluye, que je voyois une grande diſpoſition à l'Aurore Boréale, ou plutôt l'Aurore-Boréale elle-même, à qui il ne manquoit que des circonſtances plus favorables pour ſe montrer. En effet, la pluye ayant ceſſé vers les $11^h \frac{1}{4}$, & le tems s'étant un peu éclairci, nous vimes diſtinctement la Lumiere Septentrionale par une grande clarté Nord-Oueſt, le Nord étant toujours fort chargé, & par quantité de flocons de matiere blanchâtre répandus par tout le Ciel, & à travers leſquels on voyoit paroitre les Etoiles, lorſque le brouillard ou les vrais nuages ne s'y mêloient pas.

Le 25 la pluye ne commença que vers les 6 heures du ſoir, le tems ayant été aſſez beau, & fort doux dans la journée, avec un peu de vent Sud-Eſt. Vers les 9 heures j'apperçus la même apparence, & dans les mêmes circonſtances que le jour précédent. A 10 heures la pluye ayant preſque entierement ceſſé, & le Ciel s'étant découvert en quelques endroits, la Lumiere Septentrionale parut. A 11^h elle étoit fort étendue, de ſorte que ſi le Ciel eût été clair & ſerein, il y a

lieu

lieu de croire que cette Aurore Boréale eût été une des plus grandes. A 11^{h} ½ elle étoit fort abbaiſſée, avec un gros nuage épais vers le Nord-Eſt, qui en couvroit la plus grande partie.

L'Aurore Boréale du 28 Octobre, la derniere que j'ai vu à la campagne, & dont je ferai mention dans cet Extrait, fut petite & de peu de durée; elle mérite cependant quelque attention. Elle commença un peu avant 8 heures, & finit vers les 9^{h} ½. C'étoit une foible clarté répandue ſur l'horizon, directement ſous l'Etoile polaire, & qui ſur une amplitude de 50 ou 60 degrés ne s'élevoit que juſqu'à la moitié de l'intervalle compris entre l'horizon & les Etoiles de la grande Ourſe. Nulle apparence de ſegment obſcur, & de fumée, excepté à ſon extrémité occidentale, où il y en avoit un peu. Mais il ſortoit d'un centre ou d'un foyer caché ſous l'horizon, & qui ſembloit ne s'éloigner pas beaucoup du Pole de la Terre, des jets & des rayons de lumiere auſſi diſtincts que ceux des Aurores Boréales les plus marquées. Ils s'effacerent néanmoins de tems en tems vers les 8^{h} ½ & 9^{h}, & ils diſparurent enfin, comme il arrive toujours, avant que la clarté ſeptentrionale s'évanouît.

J'apprends que quelques-unes de ces Aurores Boréales ont paru en divers endroits de l'Europe, mais je n'ai encore rien d'aſſez circonſtancié là-deſſus pour en faire part à la Compagnie.

SUR

SUR LE MOUVEMENT CURVILIGNE DES CORPS DANS LES MILIEUX QUI SE MEUVENT.

Par M. BOUGUER. *

MALGRÉ le grand nombre de Recherches qu'on a faites sur les Forces centrales, & sur le mouvement curviligne des Corps, on n'a point encore, que je sache, examiné le cas où les projections se font dans un milieu qui se meut. On a bien supposé que les Forces centrales ne tendoient pas à un seul point; on ne s'est pas contenté de les considerer dans le vuide, on les a examinées dans des milieux de differentes densités, & on a rendu les résistances proportionnelles aux vîtesses du mobile, élevées à quelque puissance que ce soit; mais on n'a mis aucune autre condition. Cependant si ces sortes de recherches ne sont pas simplement curieuses, si elles sont encore de quelque utilité, leur application sera toujours renfermée dans des limites extrêmement étroites, tant qu'on ne considerera pas le milieu dans le cas du mouvement. Nos projections se font souvent ici-bas, comme on le sait, dans des fluides qui ont quelque vîtes-

* 22 Dec. 1731.

teſſe ; & ſi nous levons les yeux pour obſerver le mouvement des Planetes, nous ſommes forcés de reconnoitre qu'il ſe fait dans un fluide qui circule avec une extrême rapidité. C'eſt donc là une nouvelle conſideration qu'il eſt à propos d'ajouter à la Théorie des Forces centrales : car il eſt clair qu'elle doit apporter beaucoup de difference dans la direction & la vîteſſe des mobiles, puiſque l'action de la peſanteur ſe trouve enſuite compliquée avec celle du fluide qui choque le corps, & qui lui communique, peut-être, encore une ſeconde gravité, par l'effort qu'il fait continuellement pour s'éloigner du centre de ſes révolutions. Tout cela rend plus long, ſans rendre beaucoup plus difficile, le calcul analytique dans lequel nous allons entrer. Nous nous propoſons principalement, de déterminer par les circonſtances du mouvement du projectile, les cauſes extérieures de ce mouvement : la peſanteur du corps, avec la vîteſſe & la denſité du milieu. En un mot, lorſqu'on voit un mobile décrire une ligne courbe, il y a un certain nombre de choſes qu'on touche, pour ainſi dire, & qu'on peut meſurer d'une maniere immédiate ; nous entreprenons de paſſer autant qu'on le peut, de la connoiſſance de ces choſes qui concernent le mobile, à la connoiſſance de celles qui pour l'ordinaire, ne tombent pas également ſous les ſens, & qui appartiennent au milieu.

Conſtruction des Formules qui expriment la relation de toutes les Forces qui agiſſent ſur le Mobile.

I. Soit *ABD* (*Fig.* 1. & 2.) la courbe tracée par le mobile, *C* le point central, vers lequel tend la peſanteur que nous déſignerons par *G*, & nous nommerons *y*, les diſtances comme *AC*, *BC* à ce point, & *dy* leurs petites parties comme *AE*, qui ſont retranchées par les petits arcs *BE*, décrits du point *C* comme centre. Nous nommerons *s*, les parties ſenſibles de la courbe, & *ds*, les parties infiniment petites, comme *AB*, qui ſont parcourues dans chaque inſtant, par le mobile avec la vîteſſe *v*. *AH* eſt l'eſpace infiniment petit, parcouru en même tems par le fluide dans lequel le projectile ſe meut; c'eſt-à-dire, que les molécules du fluide qui environnoient le mobile, lorſqu'il étoit en *A*, parviennent en *H*, en même tems que le mobile parvient en *B*. Nous nommerons *z* la vîteſſe de ce fluide, & *D* ſa denſité; & prenant l'unité pour ſinus total, *b* marquera le ſinus de l'angle *HAB* que fait la direction *AH*, avec celle du projectile, & *k* le ſinus de complément; de ſorte que ſi du point *H*, on abbaiſſe la perpendiculaire *HN* ſur la tangente *AF* à la courbe, *k* ſera le ſinus de l'angle *AHN*.

D'un autre côté, *AH* étant parcourue par le fluide avec la vîteſſe *z*, en même tems que *AB* l'eſt par le mobile, avec la vîteſſe *v*, nous pouvons trouver cette petite ligne *AH* par

par cette analogie, $v : AB = ds :: z : AH = \frac{zds}{v}$; & nous aurons HN & AN par ces deux autres proportions;

L'unité ou le ſinus total eſt à $AH = \frac{zds}{v}$,

Comme le ſinus b de l'angle HAN eſt à $HN = \frac{bzds}{v}$;

Et comme le ſinus k de l'angle AHN eſt à $AN = \frac{kzds}{v}$. Ainſi le petit eſpace Nb qui eſt égal à $AN - Ab$, ou à $AN - AB$ ſera égal à $\frac{kzds}{v} - ds$, ou à $\frac{kzds - vds}{v}$, & Hb $(= \sqrt{\overline{HN}^2 + \overline{Nb}^2})$ ſera égal à $\sqrt{\frac{b^2z^2ds^2 + k^2z^2ds^2 - 2kzvds^2 + v^2ds^2}{v^2}}$ qui ſe réduit à $\frac{ds}{v}\sqrt{b^2z^2 + k^2z^2 - 2kzv + v^2}$, & à $\frac{ds}{v}\sqrt{z^2 - 2kzv + v^2}$, en mettant l'unité, le quarré du ſinus total, à la place de la ſomme $b^2 + k^2$ des quarrés des ſinus b & k. Enfin comme il ſe peut faire que le fluïde ne ſe meuve pas en ligne droite, nous nommerons r le rayon AI de la dévelopée de la courbe qu'il décrit. Nous abaiſſerons auſſi du centre C, les perpendiculaires CF & Cf ſur les tangentes Af & Bf aux deux extrémités du petit arc AB, parcouru par le projectile, & nous déſignerons par p ces perpendiculaires,

res, & par dp leur differentielle GF, ou plutôt leur petite partie GF interceptée entre les tangentes AF & BF. Il eſt clair d'ailleurs que ces mêmes tangentes AF & Bf doivent ſe couper au point O qui répond au milieu du petit arc AB, à cauſe de la courbure réguliere qu'a ce petit arc dans un auſſi petit eſpace. Ainſi BO ou bO eſt égal à $\frac{1}{2}ds$, & nous trouverons la petite ligne Bb qui marque la quantité dont la courbe s'éloigne de ſa tangente dans le petit eſpace AB, en faiſant cette proportion, $FO = FA = \sqrt{\overline{AC}^2 = \overline{FC}^2} = \sqrt{y^2 - p^2} : FG = dp :: OB = \frac{1}{2}ds : Bb = \frac{ds\,dp}{2\sqrt{y^2 - p^2}}$.

II. Tout cela ſuppoſé, je conſidere que puiſque les diverſes puiſſances qui agiſſent ſur le mobile lui font décrire la courbe ABD, avec une vîteſſe variable v, il faut qu'elles produiſent en même tems deux effets que nous devons examiner ſéparément; l'un, de détourner ſans ceſſe le corps de ſa premiere direction AF, & de l'en écarter de la petite quantité $bB = \frac{ds\,dp}{2\sqrt{y^2 - p^2}}$, pendant qu'il parcourt chaque petit arc AB; l'autre, de l'empêcher de ſe mouvoir d'un mouvement uniforme, en faiſant continuellement augmenter ou diminuer ſa vîteſſe, de la petite quantité dv. J'examine d'abord ce ſecond effet, & je fais attention que la peſanteur G, n'y contribue qu'autant qu'elle agit ſelon tangente

AF

AF qui ſert en A de direction au mobile. Ainſi il faut décompoſer cette peſanteur; & il eſt clair que ſi l'on fait cette analogie, $AC = y : AF (= \sqrt{AC^2 - CF^2}) = \sqrt{y^2 - p^2} :: G : \frac{G\sqrt{y^2-p^2}}{y}$, nous aurons $\frac{G\sqrt{y^2-p^2}}{y}$ pour la partie que nous voulions connoître, qui s'exerce à faire accélérer la vîteſſe du projectile. Mais le projectile doit avoir encore comme une ſeconde peſanteur, cauſée par la force centrifuge du milieu. La peſanteur ou force centrale G eſt, ou inhérente au corps, ou produite par un autre fluïde beaucoup plus ſubtil, qui pénétre celui que nous prenons ici pour milieu, à peu près de la même maniere que l'éther pénétre l'air groſſier dans lequel ſe font nos projections ordinaires. Mais le milieu, en circulant avec la vîteſſe z, & en décrivant une courbe, dont $AI = r$ eſt le rayon de la dévelopée, doit faire un effort continuel pour s'éloigner du point I, & il doit par conſéquent repouſſer le mobile vers ce même point, ſelon la ligne AI. Or la force centrifuge étant proportionnelle, comme il eſt démontré, au quarré de la vîteſſe, diviſé par le rayon de la circulation, nous aurons $\frac{z^2}{r}$ qu'il faut multiplier par la denſité D du milieu, ou plutôt par eD, pour avoir la force centrifuge $\frac{eDz^2}{r}$, qui dépend non-ſeulement de la vîteſſe du fluïde & du rayon de ſa circulation, mais auſſi de ſa den-

denſité. On remarquera que nous multiplions par eD, parce qu'il ſe peut faire que la denſité n'agiſſe pas préciſément de la même maniere dans la force centrifuge, qu'elle le fait dans les impulſions produites par le choc, & l'indéterminée e marquera la difference d'action. Enfin le mobile eſt donc pouſſé ſelon AI avec la force $\frac{eDz^2}{r}$; mais cette force étant oblique, par rapport à la direction du mobile, elle ne doit auſſi contribuer à l'accélération du mouvement, que par ſa partie qui agit ſelon la tangente AF. Du point I, j'abaiſſe la perpendiculaire IK ſur cette tangente, & il eſt évident que ſi AI repréſente la force abſolue $\frac{eDz^2}{r}$, la force rélative que que nous cherchons ſera repréſentée par AK. Ainſi nous pouvons faire cette proportion; l'unité que nous avons priſe pour ſinus total eſt à AI, ou à la force abſolue $\frac{eDz^2}{r}$, comme h ſinus de l'angle I qui eſt égal à l'angle HAB que fait la direction du fluïde avec celle du mobile, eſt à AK, ou à la force rélative $\frac{heDz^2}{r}$, qui travaille à faire accélérer la vîteſſe v du mobile. Et ſi l'on ajoute cette force avec celle $\frac{G\sqrt{y^2-p^2}}{y}$ que nous avons trouvée ci-deſſus, nous aurons $\frac{G\sqrt{y^2-p^2}}{y} + \frac{heDz^2}{r}$ pour l'effort accélératif, produit par

par les deux peſanteurs jointes enſemble ; par celle qui eſt comme inhérente au corps, & qui tend au point C, & par celle qui eſt cauſée par la force centrifuge du milieu, & qui s'exerce ſur AI.

Mais le milieu n'agit pas ſur le mobile par ſa ſeule force centrifuge, il agit encore par ſon choc. Pour déterminer la quantité de l'impulſion ; je conſidere que comme le mouvement du milieu, & celui du mobile s'accordent dans un certain ſens, & qu'ils diffèrent dans un autre, ce n'eſt que ſelon ce dernier que ſe fait le choc. Or on ſe convaincra aiſément que c'eſt bH qui indique ce dernier ſens, & qui repréſente la vîteſſe reſpective, ſi l'on décompoſe le mouvement AB ou Ab du mobile dans les deux mouvemens AH & AM, en achevant le parallelogramme $AHbM$. Car comme le mouvement AH ſera commun au fluïde & au mobile, & qu'il n'y aura que le mouvement AM ou Hb qui ſera particulier au projectile, on pourra concevoir le mobile comme emporté de A en H par le fluïde pendant qu'il ſe meut en particulier de A en M, & par conſéquent il ne frappera les molécules du fluïde que par ce dernier mouvement, & qu'avec la vîteſſe repréſentée par AM ou Hb. Nous avons déja trouvé ci-devant l'expreſſion de ce petit eſpace, & puiſqu'il eſt cenſé parcouru en même tems que AB, nous pouvons faire cette analogie ;

$AB = ds$ eſt à la vîteſſe abſolue v

comme $Hb = \frac{ds}{v}\sqrt{z^2 - 2kzv + v^2}$

eſt à la vîteſſe reſpective $\sqrt{z^2-2kzv+v^2}$ du mobile par rapport au fluïde.

Et ſi nous nous ſouvenons que D déſigne la denſité du milieu, & que nous prenions m pour la puiſſance à laquelle il faut élever ſes vîteſſes, pour avoir ſes impulſions, nous aurons $D\times\overline{z^2-2kzv+v^2}^{\frac{m}{2}}$ pour la force avec laquelle il pouſſe le mobile ſelon bH. Après cela il ne reſte plus, pour trouver la partie de cette impulſion qui agit ſelon la tangente AK, qu'à faire cette analogie;

$Hb=\frac{ds}{v}\sqrt{z^2-2kzv+v^2}$ eſt à $bN=\frac{kzds-vds}{v}$;

comme l'impulſion abſolue $D\times\overline{z^2-2kzv+v^2}^{\frac{m}{2}}$ ſelon bH eſt à $kz-v\times D\times\overline{z^2-2kzv+v^2}^{\frac{m-1}{2}}$.

Enfin, ſi nous ajoutons cette impulſion relative avec l'effort $\frac{G\sqrt{y^2-p^2}}{y}+\frac{beDz^2}{r}$ produit auſſi ſelon la tangente par la vertu centrifuge du fluïde & par la peſanteur G, nous aurons

$\overline{kz-v}\times D\times\overline{z^2-2kzv+v^2}^{\frac{m-1}{2}}+\frac{G\sqrt{y^2-p^2}}{y}+\frac{beDz^2}{r}$ pour toute la force accélératrice: force qui produit cependant encore un plus grand ou un moindre effet, ou qui fait augmenter la vîteſſe v d'une plus grande ou d'une moindre quantité dv, ſelon qu'elle eſt appliquée au mobile plus ou moins longtems. C'eſt pour-

pourquoi il faut la multiplier par $\frac{ds}{v}$ qui déſigne l'inſtant employé à parcourir le petit eſpace AB (ds); & on aura $\frac{kz-v}{v} \times D\,ds \times \overline{z^2-2kzv+v^2}^{\frac{m-1}{2}} + \frac{Gds\sqrt{y^2-p^2}}{yv} + \frac{beDz^2ds}{rv}$ pour l'expreſſion du petit accroiſſement dv. C'eſt-là ſa valeur, lorſque le mobile deſcend, comme dans la premiere Figure; mais on doit remarquer que ſi le mobile montoit comme dans la ſeconde, la force centrale G & l'effort que feroit le fluïde par ſa force centrifuge, travailleroient conjointement à diminuer la vîteſſe v. On auroit donc alors $\frac{kz-v}{v} \times D\,ds \times \overline{z^2-2kzv+v^2}^{\frac{m-1}{2}} - \frac{Gds\sqrt{y^2-p^2}}{yv} - \frac{beDz^2ds}{rv}$ pour la petite augmentation dv de la vîteſſe: & réuniſſant les deux expreſſions enſemble, on aura pour les deux cas, $\frac{kz-v}{v} \times D\,ds \times \overline{z^2-2kzv+v^2}^{\frac{m-1}{2}} \pm \frac{Gds\sqrt{y^2-p^2}}{yv} \pm \frac{beDz^2ds}{rv} = dv$.

III. Mais cette premiere Equation n'exprime encore qu'une des deux alterations auxquelles le mouvement du projectile eſt

ſujet; ſavoir, l'alteration que ſouffre la vîteſſe : il nous faut maintenant examiner l'autre, celle que ſouffre la direction. Celle-ci qui eſt repréſentée par la petite ligne $bB(=\frac{ds\,dp}{2\sqrt{y^2-p^2}})$ eſt cauſée par la force relative qui agit perpendiculairement à la tangente de la courbe. Nous aurons d'abord, par l'analogie ſuivante, la force relative qui réſulte de la peſanteur abſolue G; $AC=y$ eſt à $CF=p$ comme la peſanteur G eſt à la partie $\frac{pG}{y}$ qui agit ſelon la perpendiculaire à la tangente AF. Pour avoir enſuite l'effort que fait la ſeconde peſanteur qui eſt produite par la force centrifuge $\frac{eDz^2}{r}$ du fluïde, & qui pouſſe le mobile ſelon AI, nous ferons cette autre proportion, AI eſt à KI, ou, ce qui revient au même, le ſinus total (l'unité) ſinus de l'angle droit K, eſt au ſinus k de l'angle KAI, comme la force abſolue $\frac{eDz^2}{r}$ eſt à la force relative $\frac{keDz^2}{r}$. Enfin ſi nous faiſons cette proportion, $Hb=\frac{ds}{v}\sqrt{z^2-\frac{2kzv}{v}+v^2}$ eſt à $HN=\frac{bz\,ds}{v}$ comme l'impulſion abſolue $D\times\overline{z^2-2kzv+v^2}^{\frac{m}{2}}$ du fluïde ſelon bH eſt à $bzD\times\overline{z^2-2kzv+v^2}^{\frac{m-1}{2}}$ nous

nous aurons l'effort que fait auſſi le fluïde par ſon choc ſelon la perpendiculaire. Mais comme cet effort ne travaille dans le même ſens que les deux autres $\frac{Gp}{y}$ & $\frac{keDz^2}{r}$ que lorſque le mobile monte, & que cet effort tend au contraire à ſuſpendre l'effet des deux autres, lorſque le mobile deſcend, on aura dans ce dernier cas $\frac{Gp}{y} + \frac{keDz^2}{r} - hDz \times \overline{z^2 - 2kzv + v^2}^{\frac{m-1}{2}}$, & dans l'autre $\frac{Gp}{y} + \frac{keDz^2}{r} + hDz \times \overline{z^2 - 2kzv + v^2}^{\frac{m-1}{2}}$ pour toute la force qui tend à détourner le projectile de ſa direction, pendant qu'il parcourt le petit eſpace AB. Il faut maintenant multiplier cette force $\frac{Gp}{y} + \frac{keDz^2}{r} \mp hDz \times \overline{z^2 - 2kzv + v^2}^{\frac{m-1}{2}}$ par $\frac{ds}{v}$ qui marque la durée de ſon exercice, pour avoir la vîteſſe $\frac{Gpds}{yv} + \frac{keDz^2ds}{rv} \mp \frac{hDzds}{\times \overline{z^2 - 2kzv + v^2}^{\frac{m-1}{2}}}$ qu'elle communique au mobile, & avec laquelle elle le fait s'éloigner de la tangente Ab: & il eſt ſenſible qu'il faudroit encore multiplier cette vî-

teſſe par le petit tems $\frac{ds}{v}$ pour avoir le petit eſpace parcouru bB, ſi le mouvement étoit uniforme; puiſque les eſpaces parcourus ſont dans ce cas, en même raiſon que les produits des vîteſſes par les tems. Mais comme la vîteſſe eſt communiquée par degrés; qu'au point A, au commencement de l'inſtant $\frac{ds}{v}$, elle eſt nulle, & que ce n'eſt qu'en paſſant par une infinité de petites grandeurs qui ſont en progreſſion arithmétique, qu'elle parvient en B à être $\frac{Gpds}{yv} + \frac{keDz^2ds}{rv} - \frac{bDzds}{v} \times \overline{z^2 - 2kzv + v^2}^{\frac{m-1}{2}}$ après que le petit eſpace bB eſt entierement parcouru, il ne faut la multiplier que par la moité de l'inſtant, ou, ce qui revient au même, il ne faut multiplier que ſa moitié, qui eſt ſa grandeur moyenne par l'inſtant entier, il vient $\frac{Gpds^2}{2yv^2} + \frac{keDz^2ds^2}{2rv^2} - \frac{bDzds^2}{2v^2} \times \overline{z^2 - 2kzv + v^2}^{\frac{m-1}{2}}$; & c'eſt donc là l'expreſſion du petit détour que doit ſouffrir le mobile ou l'expreſſion de la petite ligne bB qui eſt interceptée entre la courbe & la tangente à laquelle elle eſt perpendiculaire. Mais la nature de la ligne ABD nous fourniſſant d'un autre côté $\frac{dsdp}{z\sqrt{y^2 - p^2}}$ pour la valeur

leur de cette même petite ligne bB, comme nous l'avons vu ci-devant, il faut qu'il y ait une parfaite égalité entre les deux expressions $\frac{Gpds^2}{2yv^2} + \frac{keDz^2ds^2}{2rv^2} \mp \frac{bDzds^2}{2v^2} \times z^2 - 2kzv + v^2 \,\overline{\frac{m-1}{2}}$ & $\frac{dsdp}{2\sqrt{y^2-p^2}}$, si nous voulons que les forces qui agissent sur le mobile lui puissent faire tracer exactement la courbe proposée ABD; & ainsi nous aurons l'Equation $\frac{Gpds^2}{2yv^2} + \frac{keDz^2ds^2}{2rv^2} \mp \frac{bDzds^2}{2v^2} \times z^2 - 2kzv + v^2 \,\overline{\frac{m-1}{2}} = \frac{dsdp}{2\sqrt{y^2-p^2}}$.

IV. On voit clairement qu'il ne nous est pas possible d'en trouver d'autre; puisque le mouvement du projectile ne reçoit du changement que dans sa vîtesse & dans sa direction, & que nous ne pouvons avoir de differentes Equations, qu'autant que nous avons de diverses conditions à exprimer & à remplir. Il suit de-là que nous ne pouvons pas déterminer toutes nos inconnues. Mais cependant si nous tirons de $\frac{Gpds^2}{2yv^2} + \frac{keDz^2ds^2}{2rv^2} \mp \frac{bDzds^2}{2v^2} \times z^2 - 2kzv + v^2 \,\overline{\frac{m-1}{2}} = \frac{dsdp}{2\sqrt{y^2-p^2}}$ la valeur $\frac{yv^2dp}{pds\sqrt{y^2-p^2}} - \frac{keDyz^2}{rp} \pm$

$\pm \frac{bDyz}{p} \times z^2 - 2kzv + v^2 \overset{\frac{m-1}{2}}{}$ de G, & ſi nous la ſubſtituons dans l'autre

Equation $\frac{kz-v}{v} \times D\,ds \times z^2 - 2kzv + v^2 \overset{\frac{m-1}{2}}{} \pm \frac{Gds\sqrt{y^2-p^2}}{yv} \pm \frac{beDz^2\,ds}{rv}$

$= dv$ que nous avons trouvée à la fin de l'Art. II. il viendra $\frac{kz-v}{v} \times D\,ds$

$\times z^2 - 2kzv + v^2 \overset{\frac{m-1}{2}}{} \pm \frac{vdp}{p} \mp \frac{keDz^2 ds\sqrt{y^2-p^2}}{rpv} + \frac{bDzds\sqrt{y^2-p^2}}{pv}$

$\times z^2 - 2kzv + v^2 \overset{\frac{m-1}{2}}{} \pm \frac{beDz^2\,ds}{rv} = dv$, dont on déduira après quelques réductions, la formule

$$D = \frac{pvdv \mp v^2 dp}{bzds\sqrt{y^2-p^2} + kpzds - pvds \times z^2 - 2kzv + v^2 \overset{\frac{m-1}{2}}{} \pm \frac{bepz^2 ds}{r} + \frac{kezds\sqrt{y^2-p^2}}{r}}$$

& introduisant cette valeur dans celle de $G = \frac{yv^2dp}{pds\sqrt{y^2-p^2}} = \frac{keDyz^2}{rp} \pm \frac{hDyz}{p} \times z^2-2kzv+v^2 \,^{\frac{m-1}{2}}$, il vient

$$G = \frac{\frac{kyzv^2dp}{\sqrt{y^2-p^2}} - \frac{yv^3dp}{\sqrt{y^2-p^2}} \pm hyzvdv \times z^2-2kzv+v^2 \,^{\frac{m-1}{2}} \pm \frac{heyz^2v^2dp}{r\sqrt{y^2-p^2}} - \frac{keyz^2vdv}{r}}{hzds\sqrt{y^2-p^2}+kpzds-pvds \times z^2-2kzv+v^2 \,^{\frac{m-1}{2}} \pm \frac{hepz^2ds}{r} \pm \frac{kez^2ds\sqrt{y^2-p^2}}{r}}$$

V. Ainsi nous avons deux formules

$$D = \frac{pvdv+v^2dp}{hzds\sqrt{y^2-p^2}+kpzds-pvds \times z^2-2kzv+v^2 \,^{\frac{m-1}{2}} \pm \frac{hepz^2ds}{r} + \frac{kez^2ds\sqrt{y^2-p^2}}{r}}$$

&

$$G = \frac{\dfrac{kyzv^2\,dp}{\sqrt{y^2-p^2}} - \dfrac{yv^3\,dp}{\sqrt{y^2-p^2}} \mp byzv\,dv \times \overline{z^2-2kzv+v^2}^{\frac{m-1}{2}} \pm \dfrac{beyz^2v^2\,dp}{r\sqrt{y^2-p^2}} - \dfrac{keyz^2v\,dv}{r}}{bzds\sqrt{y^2-p^2} + kpzds - pvds \times \overline{z^2-2kzv+v^2}^{\frac{m-1}{2}} \pm \dfrac{bepz^2\,ds}{r} \mp \dfrac{kez^2\,ds\sqrt{y^2-p^2}}{r}}$$

qui expriment d'une maniere générale, les quantités D & G, & qui renferment pour toutes les lignes courbes que peut tracer le mobile, & pour toutes celles que peut auſſi tracer le fluïde, la relation qu'il y a entre le mouvement du projectile, & toutes les puiſſances qui agiſſent ſur ce mouvement.

Le fluïde décrit-il des cercles parfaitement concentriques, dont le point C ſoit le centre? le rayon AI (r) de la dévelopée de AH, ſera égal à l'ordonnée AC (y) de la courbe tracée par le mobile: & comme le petit arc AH ſera perpendiculaire à AC, le petit triangle rectangle ANH ſera ſemblable au grand CFA, & par conſéquent les ſinus des trois angles du premier, ſeront proportionnels aux trois côtés du ſecond, ce qui donnera ces deux analogies;

$AC = y$ eſt à l'unité, ſinus de l'angle droit N,

Comme $CF = p$ eſt au ſinus $k = \frac{p}{y}$ de l'angle AHN,

Et comme $AF = \sqrt{y^2 - p^2}$

eſt au ſinus $b = \frac{\sqrt{y^2 - p^2}}{y}$ de l'angle HAN.

Or toutes ces valeurs étant introduites dans nos formules, les changeront en

$$D = \frac{pvdv \pm v^2 dp}{\sqrt{yzds - pvds} \times \left(z^2 - \frac{2p}{y} zv + v^2\right)^{\frac{m-1}{2}}}, \text{ \& en}$$

$$G = \frac{\frac{pzv^2 dp}{\sqrt{y^2 - p^2}} - \frac{yv^3 dp}{\sqrt{y^2 - p^2}} \pm zvdv\sqrt{y^2 - p^2} \times \left(z^2 - \frac{2p}{y} zv + v^2\right)^{\frac{m-1}{2}} \pm \frac{ez^2 v^2 dp}{y} - \frac{epz^2 vdv}{y}}{\sqrt{yzds - pvds} \times \left(z^2 - \frac{2p}{y} zv + v^2\right)^{\frac{m-1}{2}}}$$

qui ſont plus ſimples que les premieres ; mais dont on peut cependant faire encore une infinité d'applications, puiſqu'elles conviennent à tous les cas dans les quels

quels le fluïde ſe meut circulairement autour du point central C.

Suppoſé que le fluïde, au lieu de former un cercle, ſe meuve exactement en ligne droite, le rayon AI (r) de la dévelopée de AH deviendra infini, & les termes qui ſont diviſés par ce rayon deviendront par conſéquent nuls : c'eſt pourquoi on aura alors

$$D = \frac{pvdv \mp v^2 dp}{bzds\sqrt{y^2-p^2}+kpzds-pvds \times \overline{z^2-2kzv+v^2}^{\frac{m-1}{2}}}$$

$$\& G = \frac{\frac{kyzv^2dp}{\sqrt{y^2-p^2}} - \frac{yv^3dp}{\sqrt{y^2-p^2}} \mp byzvdv}{bzds\sqrt{y^2-p^2}+kpzds-pvds}$$. Suppoſé outre cela que les directions de la peſanteur G ſoient paralleles entre elles & perpendiculaires à celles du fluïde, le triangle ACF, quoique infiniment grand, ſera ſemblable au petit HNA, & on aura donc encore comme ci-deſſus $\frac{\sqrt{y^2-p^2}}{y}$ pour le ſinus b de l'angle HAN, & $\frac{p}{y}$ pour le ſinus k de l'angle AHN de complément; & dans cette circonſtance, on aura $D = \frac{pvdv \mp v^2 dp}{yzds-pvds \times \overline{z^2-\frac{2p}{y}zv+v^2}^{\frac{m-1}{2}}}$, &

G

$$G = \frac{\frac{pzv^2dp}{\sqrt{y^2-p^2}} - \frac{yv^3dp}{\sqrt{y^2-p^2}} \mp zvdv\sqrt{y^2-p^2}}{yzds - pvds}.$$

Enfin ſi le milieu ne ſe meut point, qu'il ſoit dans un parfait repos; il n'y a qu'à effacer tous les termes multipliés par la vîteſſe z devenue nulle. On trouvera pour ce cas particulier $D = \frac{-pvdv \mp v^2dp}{-pv^m ds}$, & $G = \frac{-yv^2dp}{pds\sqrt{y^2-p^2}}$; expreſſions qui ſe rapportent aiſément à celles qu'on trouve des mêmes quantités, dans l'excellent morceau que M. Bernoulli donna au Public dans les Mémoires de 1711.

Uſages & applications des Formules précédentes.

VI. Au ſurplus, l'uſage de ces formules ſera toujours, comme on le voit, tout-à-fait ſimple, lorſqu'il s'agira principalement de découvrir la denſité du fluïde, & la force centrale. Mais cependant ce ne ſera pas aſſez pour qu'on puiſſe réuſſir, de connoître le mouvement du mobile; il faudra encore que la direction & la vîteſſe du fluide ſoient données. Après cela la nature de la courbe ABD que trace le mobile, & le rapport que ſuivent ſes vîteſſes v, & celles z du fluide, fourniront l'expreſſion de y, p, v, z, dy, ds, dp, dv, en une ſeule variable avec ſa differentielle; & ſi on introduit ces expreſſions dans nos formules, il eſt évident que le

le numérateur & le dénominateur ſe trouvant affectés de la même differentielle, ſe réduiront à des quantités purement finies, & qu'on aura en grandeurs connués, les valeurs de D & de G, Il faut ſeulement remarquer que comme nous avons ſuppoſé que la vîteſſe v augmente toujours, il ſera néceſſaire ſi elle va en diminuant, ſoit lorſque le mobile monte, ſoit lorſqu'il deſcend, de changer les ſignes qui précèdent la differentielle dv. Quant à la lettre e qui exprime la part qu'a la denſité du fluïde dans ſa force centrifuge, nous pouvons auſſi toujours la ſuppoſer donnée, puiſqu'on peut la trouver, ou en comparant immédiatement la force centrifuge du fluïde avec l'impulſion qu'il produit par ſon choc, ou en comparant ces deux diverſes forces à la peſanteur avec laquelle elles ont un rapport déterminé & connu. Nous n'entrons pas dans cette diſcuſſion, qui demanderoit un Mémoire particulier. Nous nous contentons d'avertir que ſi l'on croyoit que la force centrifuge du fluïde ne fût pas capable de la même action, lorſque le mobile deſcend avec une vîteſſe ſenſible, il n'y auroit qu'à rendre la quantité e variable, & la faire dépendre du mouvement du projectile.

VII. Ce n'eſt pas là la ſeule utilité de nos formules: car comme nous pouvons traiter quelles quantités nous voulons de connues ou d'inconnues, nous pouvons non-ſeulement découvrir la force centrale & la denſité du fluïde, lorſque nous connoiſſons ſa vîteſſe; mais réſoudre auſſi les Problêmes inverſes

ſes ; déterminer, par exemple, la vîteſſe du fluïde, lorſque nous connoiſſons, ou ſa denſité, ou la force centrale. Il eſt vrai que l'Equation qu'il faudra réſoudre, pourra être d'un degré plus ou moins élevé, ſelon les diverſes hypotheſes qu'on embraſſera touchant le choc des fluïdes. Mais ſi on ſuppoſe, comme on le fait ordinairement, que les impulſions ſont comme les quarrés des vîteſſes relatives, l'Equation ne ſera tout au plus que du quatrieme degré. On n'a pour s'en convaincre, qu'à jetter les yeux ſur celles de nos formules qui conviennent aux tourbillons circulaires : ſoit qu'on ſe ſerve de la premiere

$$D = \frac{pvdv \mp v^2 dp}{\overline{yzds - pvds \times z^2 - \frac{2p}{y}zv + v^2}^{\frac{m-1}{2}}}$$ ou de la ſeconde

$$G = \frac{\frac{pzv^2dp}{\sqrt{y^2-p^2}} - \frac{yv^2dp}{\sqrt{y^2-p^2}} \mp zvdv\sqrt{y^2-p^2} \times \overline{z^2 - \frac{2p}{y}zv + v^2}^{\frac{m-1}{2}} \mp \frac{ez^2v^2dp}{y} - \frac{epz^2vdv}{y}}{\overline{yzds - pvds \times z^2 - \frac{2p}{y}zv + v^2}^{\frac{m-1}{2}}}$$

pour

pour trouver la vîteſſe z du fluide, on voit, avec la moindre attention, que m étant égale à 2, il ne faut pour délivrer l'Equation des ſignes radicaux, qu'élever le tout au quarré; ce qui ne peut donner que quatre degrés à la plus haute dimenſion de z qu'on regarde alors comme inconnue; & dans certain cas l'Equation ſe réduira au ſecond degré, & même quelquefois au premier. $p z v^2 dp$

VIII. Si l'on détruit la peſanteur ou force centrale G, qui eſt comme inhérente au mobile, ou qu'on ſuppoſe qu'il n'y ait de gravité ou de tendance vers le point central, que celle qui eſt cauſée par l'effort centrifuge du fluide, il eſt clair que la formule

$$G = \frac{\frac{pzv^2dp}{\sqrt{y^2-p^2}} - \frac{yv^2dp}{\sqrt{y^2-p^2}} \mp zvdv\sqrt{y^2-p^2} \times \left(z^2 - \frac{2p}{y}zv + v^2\right)^{\frac{m-1}{2}} \mp \frac{ez^2v^2dp}{y} - \frac{epz^2vdv}{y}}{\left(yzds - pvds \times \left(z^2 - \frac{2p}{y}zv + v^2\right)^{\frac{m-1}{2}}\right)}$$

ſera également d'uſage, puiſqu'on ne fera autre choſe que l'appliquer à la circonſtance particuliere dans laquelle G eſt nulle. Alors cette formule ſe réduira à l'Equation

$$\frac{pzv^2dp}{\sqrt{y^2-p^2}} - \frac{yv^2dp}{\sqrt{y^2-p^2}} \pm zvdv\sqrt{y^2-p^2}$$

$$\times z^2 - \frac{2p}{y}zv + v^2 \Big)^{\frac{m-1}{2}} = \frac{epz^2vdv}{y} + \frac{ez^2v^2dp}{y},$$

dans laquelle il n'y aura encore, comme on le voit, qu'à chercher z pour avoir la vîteſſe du fluïde; & il n'eſt pas moins évident qu'auſſi-tôt que cette vîteſſe ſera découverte, il ne reſtera plus qu'à l'introduire dans l'autre formule $D = \frac{pvdv \mp v^2dp}{\left(yzds - pvds \times z^2 - \frac{2p}{y}zv + v^2\right)^{\frac{m-1}{2}}}$ pour avoir les denſités D. Ainſi dans cette circonſtance très limitée, mais qui ſera peut-être regardée par pluſieurs perſonnes comme le cas qui mérite le plus d'attention; dans cette circonſtance, dis-je, où le milieu ſe meut circulairement, & où il eſt l'unique cauſe de la peſanteur, le Problême devient *déterminé*: il ſuffit d'obſerver avec ſoin le mouvement du mobile pour pouvoir découvrir tout ce qui concerne le fluïde. S'il s'agiſſoit donc d'Aſtronomie phyſique, & qu'il fût certain que les Planetes reçuſſent toute leur peſanteur de la matiere éthérée qui circule autour du Soleil, & que cette matiere formât un tourbillon exactement circulaire, rien ne ſeroit plus facile que de découvrir ſes vîteſſes & ſes denſités; il n'y auroit pour cela qu'à appliquer ſimplement nos formules à ce

ce que nous connoiſſons déja des mouvemens céleſtes.

IX. Afin de répandre, s'il eſt poſſible, une plus grande lumiere ſur tout ce que nous venons de dire, nous donnerons un exemple de chaque des uſages dont nous venons de parler. Nous ſuppoſerons d'abord que le projectile décrit une logarithmique ſpirale avec des vîteſſes qui ſont en même raiſon que les puiſſances y^n de ſes diſtances y au point central ou au Pole de la ſpirale, & que le mouvement ſe fait dans un milieu qui circule avec des vîteſſes qui ſont exprimées par y^q; & nous chercherons les denſités de ce milieu avec la peſanteur G que doit avoir le mobile, indépendamment de celle qu'il reçoit de la force centrifuge du fluïde. Prenant a pour ſinus total, & b pour ſinus de l'angle conſtant BAE que fait la logarithmique avec ſes appliquées, on aura $\frac{by}{a}$ pour la valeur de $CF=p$; $\frac{bdy}{a}$ pour celle de $FG=dp$; & $\frac{ady}{\sqrt{a^2-b^2}}$ pour celle de $AB=ds$; & ſi l'on introduit ces valeurs dans nos deux formules

$$D=\frac{pvdv+v^2dp}{\left(yzds-pvds\times z^2-\frac{2p}{y}zv+v^2\right)^{\frac{m-1}{2}}}\ \&$$

$$pzv^2dp$$

$$G = \frac{\frac{pzv^2\,dp}{\sqrt{y^2-p^2}} - \frac{yv^3\,dp}{\sqrt{y^2-p^2}} \pm zv\,dv\sqrt{y^2-p^2}\times\overline{z^2-\frac{2p}{y}zv+v^2}^{\frac{m-1}{2}} \pm \frac{ez^2v^2\,dp}{y} - \frac{epz^2v\,dv}{y}}{\overline{yzds-pvds}\times\overline{z^2-\frac{2p}{y}zv+v^2}^{\frac{m-1}{2}}}$$ pour

en mettant auſſi y^n à la place de v, & y^q à celle de z, nous aurons

$$D = \frac{\pm n \pm 1\sqrt{a^2-b^2}\times ba^{\frac{m-1}{2}}}{a^2y^{q-2n+1} - aby^{1-n}\times\overline{ay^{2q}-2by^{n+q}+ay^{2n}}^{\frac{m-1}{2}}}$$

qui exprime en grandeurs entierement connues les denſitésque doit avoir le milieu, &

$$G = \frac{\sqrt{b^2-na^2+nb^2}\times y^{1-q} - aby^{n-2q+1}\times\overline{ay^{2q}-2by^{n+q}+ay^{2n}}^{\frac{m-1}{2}} \pm n \pm 1\times bea^{\frac{m-1}{2}}\sqrt{a^2-b^2}}{a^2y^{q-2n+1} - aby^{1-n}\times\overline{ay^{2q}-2by^{n+q}+ay^{2n}}^{\frac{m-1}{2}}}$$

pour la force centrale ou peſanteur néceſſaire au mobile, la peſanteur qui eſt comme inhérente; de ſorte qu'il ne reſte plus qu'à mettre à la place des expoſans m, n & q dans ces expreſſions générales, les nombres qui leur conviennent dans chaque hypotheſe particuliere. Suppoſé, par exemple, que les vîteſſes du mobile & du fluïde ſoient proportionnelles aux diſtances au point central, & que les impulſions que fait le fluïde par ſon choc ſoient en même raiſon que ſes vîteſſes relatives; il faudra mettre l'unité à la place des trois expoſans. Alors on aura

$$D=\frac{\mp 2b\sqrt{a^2-b^2}}{a^2-ab} \text{ \& } G=\frac{2b^2-ab-a^2\mp 2be\sqrt{a^2-b^2}}{a^2-ab}\times y;$$

ce qui montre que pour que le mobile décrive une logarithmique ſpirale, dans les conditions marquées, il faut que la denſité du fluïde ſoit par-tout la même, & que la peſanteur ou force centrale G ſoit proportionnelle aux diſtances y au centre C. Mais on doit remarquer que ce n'eſt qu'en montant que le mobile peut ainſi tracer la logarithmique, car l'expreſſion $D=\frac{\mp 2b\sqrt{a^2-b^2}}{a^2-ab}$ nous annonce, lorſqu'il deſcend, une denſité négative qui ne peut pas avoir lieu dans la nature.

X. Nous ſuppoſerons pour ſecond exemple que le fluïde ſe meut en ligne droite, & nous chercherons quelle vîteſſe & quelle denſité il faut qu'il ait, pour que le mobile avec une peſanteur donnée, puiſſe tracer en tombant une ligne droite oblique, & avoir en chaque endroit de ſa chûte des vîteſſes qui ſoient en

en même raiſon que les eſpaces parcourus s, élevés à une puiſſance quelconque n. C'eſt, ſi l'on veut, un corps peſant ou un grave qui décrit en tombant dans l'air groſſier la ligne droite oblique AF (*Fig.* 3.), pendant que le vent qui le pouſſe de côté, ſe meut par une infinité de lignes droites paralleles entre elles & perpendiculaires aux directions de la peſanteur; & il s'agit de déterminer les vîteſſes & les denſités qu'il faudroit qu'eût l'air dans cette rencontre. Puiſque le fluïde ſe meut en ligne droite & que les directions de la peſanteur ſont ſuppoſées paralleles entre elles & perpendiculaires à celles du fluïde, nous n'avons qu'à nous ſervir des formules

$$D = \frac{pvdv \mp v^2 dp}{\overline{yzds - pvds} \times \overline{z^2 - \frac{2p}{y} zv + v^2}^{\frac{m-1}{2}}}, \&$$

$$G = \frac{\frac{pzv^2 dp}{\sqrt{y^2 - p^2}} - \frac{yv^2 dp}{\sqrt{y^2 - p^2}} \mp zvdv\sqrt{y^2 - p^2}}{yzds - pvds}, \text{ qui}$$

appartiennent à ce cas, & nous les réduirons

$$\text{à } D = \frac{pvdv}{\overline{yzds - pvds} \times \overline{z^2 - \frac{2p}{y} zv + v^2}^{\frac{m-1}{2}}}, \text{ \& à}$$

$$G = \frac{\mp zvdv\sqrt{y^2 - p^2}}{yzds - pvds}, \text{ en effaçant tous les}$$

termes qui contiennent dp, parce que la petite ligne $GF = dp$, qui eſt interceptée dans la Fig. 1. entre les tangentes AF & Bf diſparoît entierement, auſſi-tôt que la courbe ABD décrite par le mobile, devient droite, com-

comme dans la Figure 3. Si nous prenons enſuite a & b pour exprimer le rapport du ſinus total au ſinus de l'angle que fait la direction du mobile avec la ligne verticale, ou pour exprimer le rapport de $AC = y$ à $CF = p$, ce qui nous donnera $p = \frac{by}{a}$, & $\sqrt{y^2 - p^2} = \frac{y}{a}\sqrt{a^2 - b^2}$, & que nous introduiſions ces valeurs dans la ſeconde formule $G = \frac{+zvdv\sqrt{y^2 - p^2}}{yzds - pvds}$, en mettant auſſi s^n à la place de v, & $ns^{n-1}ds$ à celle de dv, on trouvera $G = \frac{nazs^{2n-1}\sqrt{a^2 - b^2}}{a^2z - bs^n}$; Equation dans laquelle z n'eſt que linéaire, & dont on tire $z = \frac{Gbs^n}{aG - ns^{2n-1}\sqrt{a^2 - b^2}}$, qui fait connoitre les differentes vîteſſes que doit avoir le fluïde. Il n'y a auſſi qu'à faire les mêmes ſubſtitutions, & à introduire la valeur de z dans l'autre formule

$$D = \frac{pvdv}{\sqrt{yzds - pvds} \times z^2 - \frac{2p}{y}zv + v^2)^{\frac{m-1}{2}}}$$, ou plutôt dans celle-ci $D = \frac{pvdv}{yzds - pvds\sqrt{z^2 - \frac{2p}{y}zv + v^2}}$, qui eſt moins générale, mais qui a lieu, lorſque

que les impulſions des fluïdes ſont comme les quarrés de leurs vîteſſes relatives, & on aura

$$D = \frac{a^2G^2 - 2anGs^{2n-1}\sqrt{a^2-b^2} + n^2a^2s^{4n-2} - n^2b^2s^{4n-2}}{s^{2n}\sqrt{a^2-b^2}\sqrt{a^2-b^2}\times G^2 + a^2-b^2\times n^2s^{4n-2} - \frac{2nGs^{2n-1}}{a}\times a^2-b^2}$$

pour l'expreſſion des denſités.

Veut-on maintenant que les vîteſſes ($v=s^n$) du mobile ſoient comme les racines quarrées ($s^{\frac{1}{2}}$) des eſpaces parcourus, ou que le mobile deſcende avec les mêmes rapports de vîteſſes que s'il tomboit dans le vuide, le long d'un plan incliné? on aura $n=\frac{1}{2}$, & on trouvera $z=\frac{bG\sqrt{s}}{aG-\frac{1}{2}\sqrt{a^2-b^2}}$, &

$$D = \frac{a^2G^2 - aG\sqrt{a^2-b^2} + \frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{4}b^2}{s\sqrt{a^2-b^2}^2\times G^2 - G\times\frac{a^2-b^2}{a}^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{4}\times a^2-b^2}$$; de ſorte que ſi la pe-

ſanteur étoit conſtante, il faudroit que les vîteſſes du fluïde fuſſent comme les racines quarrées $\sqrt{s}$ des eſpaces parcourus, & que les denſités fuſſent en raiſon inverſe de ces mêmes eſpaces. Veut-on que le mobile, au-lieu d'accélérer ſon mouvement, deſcende toujours d'une vîteſſe égale, malgré l'action continuelle de ſa peſanteur, & l'impulſion du fluide? ſa vîteſſe $v = s^n$ étant conſtante, on aura $n = 0$, & les expreſſions générales $z = \frac{Gbs^n}{aG - ns^{2n-1}\sqrt{a^2-b^2}}$, &

$$D = \frac{a^2G^2 - 2naGs^{2n-1}\sqrt{a^2-b^2} + n^2a^2s^{4n-2} - n^2b^2s^{4n-2}}{s^{2n}\sqrt{a^2-b^2}\sqrt{a^2-b^2}\times G^2 + a^2-b^2\times n^2s^{4n-2} - \frac{2naGs^{2n-1}}{a}\times a^2-b^2}^{\frac{3}{2}}$$

ſe réduiront à $z = \frac{b}{a}$, & à $D = \frac{a^2G}{a^2-b^2}$. Ainſi nous voyons que pour qu'un grave trace, en tombant, une ligne droite oblique d'un mouvement uniforme, il faut que le fluïde qui le pouſſe de côté, ait par-tout la même vîtes-

ſe $\frac{b}{a}$, qu'il ait en même tems ſes denſités proportionnelles aux peſanteurs du mobile; de ſorte que ſi la peſanteur eſt conſtante, il faut que la denſité du fluïde le ſoit auſſi.

Mais il ſera peut-être bon de montrer ici comment cela ſe peut faire, que le mobile après avoir été jetté obliquement de haut en-bas, continue à ſe mouvoir en ligne droite & d'un mouvement uniforme, lorſqu'il eſt pouſſé de côté par un vent d'une certaine force: Car ſi le calcul algébrique eſt extrêmement propre à nous faire découvrir une infinité de choſes, nous éprouvons ſouvent, & c'eſt ce qui arrive dans cette rencontre, qu'il n'en fournit pas toujours l'explication ou le *pourquoi*. On n'a heureuſement beſoin ici que d'une légere attention pour ſuppléer à ce défaut. Si l'on compare la vîteſſe du mobile avec celle du vent, on verra qu'elles ſont dans le rapport de l'unité à la fraction $\frac{b}{a}$, ou de a à b; de ſorte que pendant que le mobile parcourt l'eſpace AB & avance dans la détermination horizontale de la quantité EB, le fluïde avance horizontalement d'une quantité préciſément égale AH. Mais après cela il n'eſt plus ſurprenant que le grave ſe meuve d'un mouvement uniforme: car le progrès horizontal du vent & du mobile étant le même, ils ne ſe meuvent l'un par rapport à l'autre que ſelon BH, & que de la quantité conſtante repréſentée par cette ligne, conformément à ce que nous avons vu vers le commencement de ce Mé-

moire; & de-là il ſuit que le vent ne pouſſe le mobile que de bas en-haut, en ſens directement contraire à la peſanteur. C'eſt pourquoi il n'eſt plus beſoin que d'une ſeule choſe; il ſuffit que la denſité de l'air ſoit telle que l'impulſion ſelon BH, ſoit exactement égale à la peſanteur du mobile: ces deux forces ſuſpendront enſuite mutuellement l'effet l'une de l'autre, & le mobile continuera par conſéquent à ſe mouvoir, comme s'il n'avoit point de peſanteur, & qu'il ne fût expoſé en même tems à aucune action de la part du milieu.

XI. Enfin nous ſuppoſerons pour troiſieme & dernier exemple, qu'un mobile qui n'a aucune force centrale inhérente, & qui n'a de peſanteur que celle que lui communique la force centrifuge du fluïde, trace d'un mouvement uniforme un cercle $PAQA$ (*Fig.* 4.) pendant que le milieu forme un tourbillon exactement circulaire, dont le centre C eſt different de celui R de l'orbite $PAQA$, de la quantité CR: il s'agit de trouver les vîteſſes z & les diverſes denſités D que doit avoir le tourbillon à toutes les diſtances du point C. Afin de réſoudre ce Problême avec plus de facilité, nous ſuppoſerons que les impulſions du fluïde ſont préciſément comme les vîteſſes: Cette ſuppoſition nous donnera $m=1$, & l'Equation générale

$$\frac{pzv^2dp}{\sqrt{y^2-p^2}} - \frac{yv^3dp}{\sqrt{y^2-p^2}} \pm z\,v\,d\,v\,\sqrt{y^2-p^2} \times z^2 - \frac{2p}{y}zv+v^2\Big)^{\frac{m-1}{2}} = \frac{epz^2vdv}{y} + \frac{ez^2v^2dp}{y},$$

qui

qui doit nous fournir la valeur de z, comme nous l'avons vu dans l'Art. VIII. & à laquelle se réduit la formule

$$G = \frac{\frac{pzv^2dp}{\sqrt{y^2-p^2}} - \frac{yv^2dp}{\sqrt{y^2-p^2}} \pm zvdv\sqrt{y^2-p^2} \times z^{\frac{m-1}{2}} - \frac{2p}{y}zv + v^2 \pm \frac{ez^2v^2dp}{y} - \frac{epz^2vdv}{y}}{yzds - pvds \times z^{\frac{m-1}{2}} - \frac{2p}{y}zv + v^2}$$

lorsque la force centrale G est nulle, se convertira en $\frac{pzv^2dp}{\sqrt{y^2-p^2}} - \frac{yv^2dp}{\sqrt{y^2-p^2}}$. B b 4

$\pm zvdv\sqrt{y^2-p^2} = \frac{epz^2vdv}{y} + \frac{ez^2v^2dp}{y}$ dans laquelle l'inconnue n'a que deux dimensions. Si maintenant nous nommons a la vîteſſe conſtante du mobile, & que nous prenions cette même lettre pour marquer le rayon de l'excentrique $PAQa$, & b pour marquer l'excentricité RC, nous aurons par la propriété du cercle; $ds\,(AB) = \frac{2aydy}{\sqrt{2a^2b^2 - a^4 - b^4 + 2a^2 + 2b^2 \times y^2 - y^4}}$; $p\,(FC) = \frac{a^2 - b^2 + y^2}{2a}$

& $dp = \frac{y\,dy}{a}$; & si nous introduisons ces valeurs dans l'Equation $\frac{pzv^2\,dp}{\sqrt{y^2-p^2}} - \frac{yv^3\,dp}{\sqrt{y^2-p^2}} \pm zv\,dv\sqrt{y^2-p^2} = \frac{vpz^2v\,dv}{y} + \frac{ez^2v^2\,dp}{y}$, nous aurons $\frac{a^2-b^2+y^2\times 2a^2zy\,dy - 4a^4y^2\,dy}{2a^2b^2-a^4-b^4+2a^2+b^2\times y^2-y^4} = \frac{\mp 2a^2ez^2\,dy}{\sqrt{2a^2b^2-a^4-b^4+2a^2+2b^2\times y^2-y^4}}$

qui se réduit à

$$z^2 + \frac{\mp a^2y \mp b^2y \pm y^3}{e\sqrt{2a^2b^2-a^4-b^4+2a^2+2b^2\times y^2-y^4}} \times z = \frac{\mp 2a^2y^2}{e\sqrt{2a^2b^2-a^4-b^4+2a^2+2b^2\times y^2-y^4}}$$

Equation du second degré, qui étant résolue, nous donne

$z =$

$$z = \frac{\mp a^2y \mp b^2y \mp y^3 \pm y\sqrt{a^4 - 2a^2b^2 + b^4 + 2a^2y^2 - 2b^2y^2 + y^4 \mp 8a^2c\sqrt{2a^2b^2 - a^4 - b^4 + 2a^2y^2 + 2b^2y^2 - y^4}}}{2c\sqrt{2a^2b^2 - a^4 - b^4 + 2a^2y^2 + 2b^2y^2 - y^4}}$$

Ainſi nous connoiſſons maintenant les diverſes vîteſſes que doit avoir le fluïde à toutes les differentes diſtances y du centre C. Il ſuffit auſſi d'introduire cette valeur de z dans la formule $D = \frac{pvdv \mp v^2dp}{yzds - pvds \times z^2 - \frac{2p}{y}zv + v^2)^{\frac{m-1}{2}}}$, & de faire les autres ſubſtitutions pour avoir l'expreſſion des denſités D en grandeurs connues. Si pour abreger, on ſuppoſe $c^2 = a^2 - b^2$ & $f^2 = a^2 + b^2$, il viendra

$$D = \frac{\mp ec^4 \mp 2ef^2y^2 \mp ey^4}{\mp c^2y^2 \mp y^4 \pm \sqrt{c^4y^4 + 2c^2y^6 + y^8 \mp 8a^2ey^4\sqrt{-c^4 + 2f^2y^2 - y^4} - ec^2 - ey^2\sqrt{-c^4 + 2f^2y^2 - y^4}}}$$

pendant que la valeur de z, que nous avons déja trouvée, ſe réduira à

$$z = \frac{\mp c^2y \mp y^3 \pm y\sqrt{c^4 + 2c^2y^2 + y^4 \mp 8a^2e\sqrt{-c^4 + 2f^2y^2 - y^4}}}{2e\sqrt{-c^4 + 2f^2y^2 - y^4}},$$

Dans

Il ne reſte donc plus maintenant qu'à attribuer à y quelle grandeur on voudra pour pouvoir découvrir la vîteſſe & la denſité que doit avoir le fluïde à chaque diſtance du centre C. Lorſqu'on donne cependant à y l'une ou l'autre de ces deux valeurs $a+b$ ou $a-b$, qui lui appartiennent aux deux extrémités P & Q de la ligne des apſides, la formule

$$z = \frac{\mp c^2 y \mp y^3 \pm y\sqrt{c^4 + 2c^2y^2 + y^4 \mp 8a^2e\sqrt{-c^4 + 2f^2y^2 - y^4}}}{2e\sqrt{-c^4 + 2f^2y^2 - y^4}}$$

ne fait rien connoitre, parce que le numerateur & le dénominateur du ſecond membre ſe réduiſent alors à zero. Mais le calcul differentiel nous fournit un moyen facile & connu de forcer cette formule de nous déceler la vérité dont elle nous fait une eſpece de ſecret, ou, ſi nous le voulons, nous n'avons qu'à recourir à l'Equation du ſecond degré, $z^2 + \frac{\mp a^2 y \mp b^2 y \mp y^3}{e\sqrt{2a^2b^2 - a^4 - b^4 + 2a^2y^2 + 2b^2y^2 - y^4}} \times z$

$= \frac{\mp 2a^2y^2}{e\sqrt{2a^2b^2 - a^4 - b^4 + 2a^2y^2 + 2b^2y^2 - y^4}}$ dont l'expreſſion de z eſt tirée.

Dans cette Equation le dénominateur du ſecond & du troiſieme terme devient nul, lorſqu'on fait $y = a + b$ ou $= a - b$; & ſi l'on multiplie donc toute l'Equation par ce dénominateur, le premier terme s'évanouïra, & on aura $\pm a^2 y \mp b^2 y \pm y^3 \times z = \pm 2a^2 y^2$, qui ſe change par l'introduction de $a \pm b$ à la place de y, en $\pm 2a^2 \mp 2b^2 \times z = \pm 2a^3 \pm 2a^2 b$, dont on déduit $z = a$.

Ainſi on voit qu'aux deux extrémités de la ligne des apſides, la vîteſſe du fluïde doit être égale à celle du mobile, & nous pouvons ajouter ſur la foi de l'Equation générale

$$\frac{pzv^2dp}{\sqrt{y^2-p^2}} - \frac{yv^2dp}{\sqrt{y^2-p^2}} \pm zvdv\sqrt{y^2-p^2} \times z^2 - \frac{2p}{y}zv + v^2 \Big)^{\frac{m-1}{2}} = \frac{epz^2vdv}{y} + \frac{ez^2v^2dp}{y}$$

que la même choſe doit arriver dans toutes les autres lignes courbes & dans toutes les hypotheſes poſſibles ſur le choc des fluïdes, non ſeulement lorſque le mobile ſe meut d'un mouvement uniforme, mais auſſi lorſque ſon mouvement eſt variable, pourvu que le *Maximum* & le *Minimum* de ſes vîteſſes ſe trouvent toujours aux extrémités P & Q de la ligne des apſides. Pour ſe convaincre de cette vérité, on n'a qu'à conſiderer que Q & P étant les points de la plus grande & de la moindre vîteſſe, la differentielle dv doit y être nulle, conformément à la théorie des queſtions de *Maximis*. Cela ſuppoſé, notre Equation générale ſe réduira à

$$\frac{pzv'dp}{\sqrt{y^2-p^2}} - \frac{yv^2dp}{\sqrt{y^2-p^2}} \times \overline{z^2 - \frac{2p}{y}zv + v^2}^{\frac{m-1}{2}}$$

$$= \mp \frac{ez^2v^2dp}{y} \text{ ou à } pz - yv \times \overline{z^2 - \frac{2p}{y}zv + v^2}^{\frac{m-1}{2}}$$

$$= \mp \frac{ez^2\sqrt{y^2-p^2}}{y}$$; & si l'on fait attention que comme la ligne des apsides est perpendiculaire à la courbe, les lignes $CA\ (y)$ & $CF(p)$ qui sont très differentes dans toutes les autres parties de l'orbite, se confondent en P & en Q, & deviennent égales, nous aurons $\sqrt{y^2-p^2}=0$, & notre Equation se réduira à $yz - yv \times \overline{z^2 - 2zv + v^2}^{\frac{m-1}{2}} = 0$, & à $yz = yv$; ce qui donne $z = v$, & ce qui nous apprend, comme nous l'avons dit, que la vîtesse du fluïde doit être égale à celle du mobile en Q & en P aussi-tôt que ces deux points servent de termes à la plus grande & à la moindre vélocité du mobile. Le fluide d'ailleurs ne peut point avoir dans ce cas d'autre vîtesse, puisque z n'a que cette unique valeur; & il suit de-là qu'aussi-tôt que z & v ne seront pas parfaitement égales dans les deux points dont il s'agit, qu'aussi-tôt, par exemple, que les vîtesses v du mobile seront en raison réciproque des distances PC & QC au point central C, pendant que les vîtesses z du fluïde seront dans quelque autre rapport, comme, par exemple, en raison réciproque des racines quarrées des mêmes distances, ce sera

ſera une marque certaine que le *Maximum* & le *Minimum* de la vîteſſe du mobile, au-lieu de ſe trouver préciſément en Q & en P dans les points qui repréſentent le périhélie & l'aphélie, ſe trouvent dans deux points un peu differens.

Mais ce qui eſt encore très digne d'attention, c'eſt que ſi nous examinons les autres parties de la courbe $PAQa$, & que ſi nous cherchons les vîteſſes & les denſités qui ſont néceſſaires au fluïde pour faire décrire au mobile cette courbe, nous trouverons qu'elles ne ſont pas les mêmes pour la moitié PAQ, que pour la moitié QaP. Nous avons, par exemple, en particulier pour le cercle de la

Figure 4me. $z = \dfrac{\mp c^2 y \mp y^3 \pm y \pm \sqrt{c^4 + 2c^2y^2 + y^4 + 8a^2c\sqrt{-c^4 + 2f^2y^2 - y^4}}}{2c\sqrt{-c^4 + 2f^2y^2 - y^4}}$, B b 7 leur

expreſſion dans laquelle les ſignes ſupérieurs ſont toujours pour la deſcente du mobile, & les autres pour la montée; & l'endroit où il y a quatre ſignes, marque que dans l'une & dans l'autre rencontre, on peut mettre également $+$ ou $-$; parce que dans chaque cas z a deux valeurs. C'eſt-à-dire donc que lorſque le mobile parcourt le demi-cercle PAQ, on a

$\dfrac{-c^2 y - y^3 + y\sqrt{c^4 + 2c^2y^2 + y^4 + 8a^2c\sqrt{-c^4 + 2f^2y^2 - y^4}}}{\sqrt{-c^4 + 2f^2y^2 - y^4}}$ pour la premiere va-

leur de z qui eſt poſitive, & $\frac{-c^2-y^2-y\sqrt{c^4+2c^2y^2+y^4+8a^2e\sqrt{-c^4+2f^2y^2-y^4}}}{2e\sqrt{-c^4+2f^2y^2-y^4}}$ cer-

pour la ſeconde qui eſt négative. D'où il ſuit qu'il n'importe en quel ſens le tourbillon circule autour du centre C, ou de A vers H, ou de H vers A, pour que le mobile trace le demi-cercle PAQ d'un mouvement uniforme. Quant à l'autre moitié QaP, les deux valeurs de z ſont

$$\frac{+c^2y+y^3+y\sqrt{c^4+2c^2y^2+y^4-8a^2e\sqrt{-c^4+2f^2y^2-y^4}}}{2e\sqrt{-c^4+2f^2y^2-y^4}}, \&$$

$$\frac{+c^2y+y^3-y\sqrt{c^4+2c^2y^2+y^4-8a^2e\sqrt{-c^4+2f^2y^2-y^4}}}{2e\sqrt{-c^4+2f^2y^2-y^4}},$$ qui ſont toutes

deux poſitives; de ſorte que le fluïde peut avoir encore deux differentes vîteſſes, ſans pouvoir circuler en deux divers ſens. Mais qu'on l'obſerve maintenant avec ſoin, les vîteſſes, pour une moitié, ne ſont pas les mêmes que pour l'autre, & on trouve également de la difference dans les denſités. Il eſt donc

certain que l'excentrique $PAQa$ ne peut point être décrit en entier d'un mouvement uniforme dans le même tourbillon circulaire; & ce qui eſt très remarquable, c'eſt que toutes les lignes courbes qui ſont coupées en deux également par leur axe PQ, ſont préciſément dans le même cas, puiſque leurs deux moitiés exigent toujours diverſes denſités dans le fluïde. Non-ſeulement ces courbes ne peuvent pas être tracées en entier d'un mouvement uniforme; mais même leurs parties correſpondantes de part & d'autre de la ligne des apſides, ne peuvent pas être parcourues avec des vîteſſes égales. En effet, ſi les quantités qui entrent dans nos expreſſions de la vîteſſe & de la denſité du fluïde ſont exactement les mêmes pour un côté que pour l'autre, la diverſité des ſignes dont ces quantités ſont affecteées, ſelon que le mobile trace l'une ou l'autre moitié de la courbe, doit ſeule produire toujours une grande difference, & la porter même quelquefois aſſez loin, pour rendre négatives les grandeurs qui devroient être poſitives. Il eſt clair auſſi que pour qu'il y eût une parfaite conformité dans le mouvement du mobile de part & d'autre de la ligne PQ, il faudroit que l'action fût préciſément la même d'un côté que de l'autre, afin de produire les mêmes changemens, quoique dans un ordre renverſé. Mais dans la moitié PAQ, le fluïde s'oppoſe par ſon impulſion à la peſanteur qu'il produit par ſa force centrifuge; au-lieu que dans l'autre moitié ces deux puiſſances agiſſent de concert.

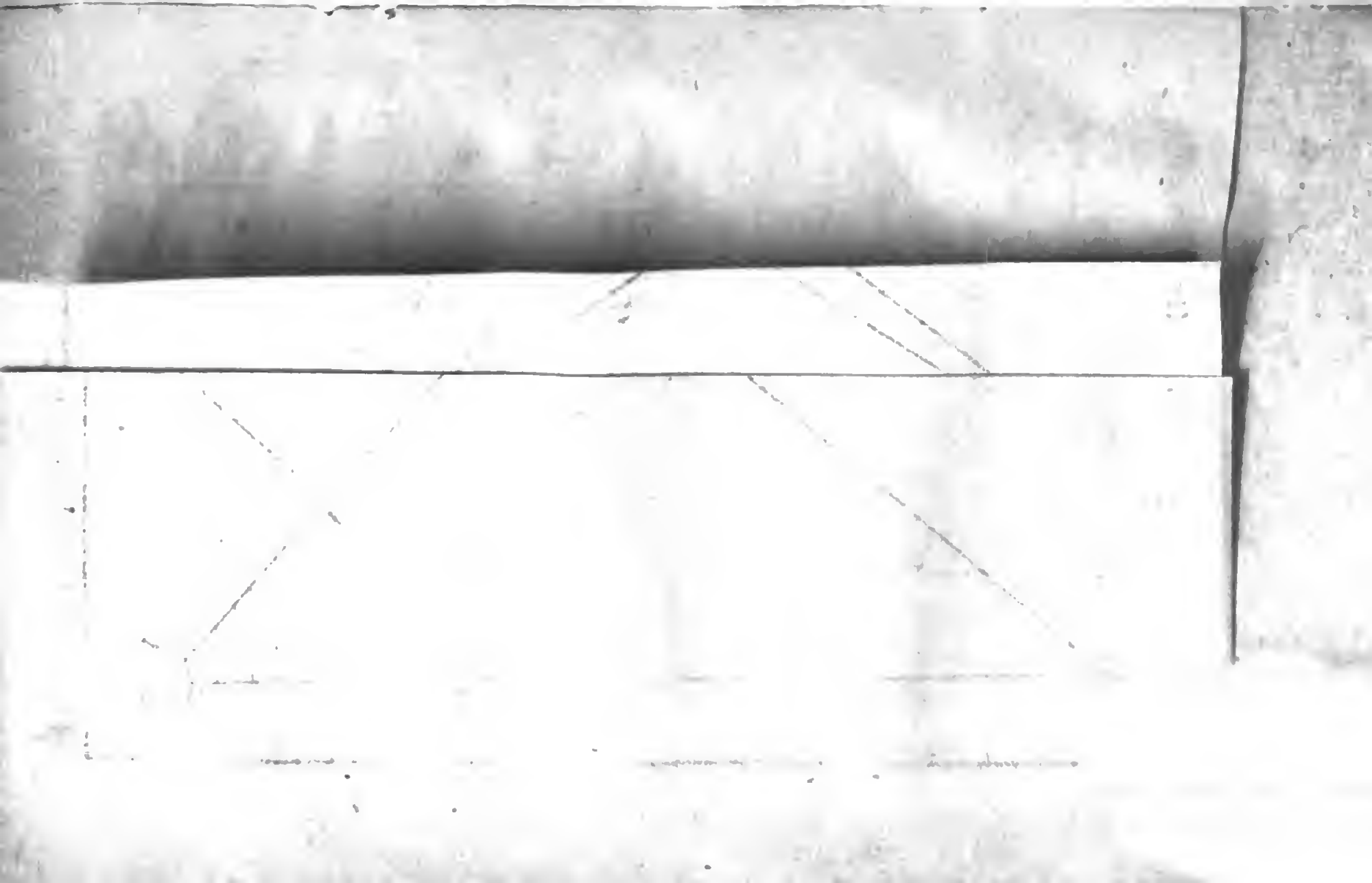
cert. Elles ne forment donc pas la même force totale ; & de-là il suit que la vîtesse du mobile ne doit pas diminuer d'un côté par les mêmes degrés qu'elle a augmenté de l'autre, & que la courbure ne doit pas non plus être la même.

TROISIEME MEMOIRE SUR L'AIMANT.

Par M. DU FAY. *

ON ne sauroit examiner avec trop d'attention les faits que l'on rapporte sur la foi des Auteurs qui méritent le plus de confiance par l'exactitude qu'ils semblent avoir apportée dans les expériences qu'ils ont faites. Dans le second Mémoire sur l'Aimant que je donnai l'année derniere à l'Académie, je ne hésitai pas à dire après Descartes, Gilbert, & plusieurs autres bons Auteurs, que le pole de l'Aimant qui se dirige vers le Nord leve plus de Fer que l'autre, & j'en apportai pour preuve l'expérience si commune qui se fait en plongeant une Pierre d'Aimant dans la limaille ; cependant je ne m'en tins pas à la raison que donne Descartes, & j'attribuai cette supériorité à ce que (dans le système d'un seul courant que je tâche d'établir dans ce Mémoire) la matiere sortant de la Pierre par ce pole étoit plus réunie, & par conséquent

* 22 Dec. 1731.



quent agiſſoit avec plus de force qu'autour de l'autre pole, dans lequel elle entroit indifferemment par tous les points voiſins, en ſorte que la matiere étant plus diſperſée, ſon action ſe trouvoit néceſſairement plus foible. Ce raiſonnement eſt plauſible, & il eſt clair qu'à vertu égale le pole de ſortie doit aimanter plus vivement que l'autre un morceau d'Acier, & lui communiquer plus de vertu, parce que ce torrent de matiere réunie en ſortant, a plus de force pour renverſer les poils, ou branches des pores du Fer, qu'elle n'en a au pole d'entrée, comme je l'ai fait voir plus au long dans ce Mémoire.

C'étoit donc là tout ce que je devois naturellement conclurre de mon explication: mais trouvant que les meilleurs Auteurs aſſuroient que ce même pole qu'ils appellent *Auſtral*, & que je nomme *pole de ſortie*, ou qui ſe dirige au Nord, levoit plus de Fer que l'autre; voyant d'ailleurs que ce fait n'étoit conteſté par perſonne, & regardant comme déciſive l'expérience faite avec la limaille, je n'ai pas balancé à regarder cette réunion de la matiere au pole de ſortie comme la raiſon de ce qu'il levoit plus de Fer, croyant la plus grande vertu communicative, néceſſairement liée avec la plus grande vertu attractive.

Le raiſonnement auroit pu me deſabuſer, comme nous le verrons dans la ſuite, mais ç'a été le pur hazard. J'avois avancé dans mon Mémoire de 1730, que la proximité du pole boréal de la Terre n'étoit point (comme

me le dit Deſcartes) ce qui augmente la force du pole auſtral des Pierres, & j'avois dit que je doutois fort que ce même pole ne conſervât ſa ſupériorité de l'autre côté de l'Equateur ; l'envie que j'ai eue de vérifier cette conjecture m'a fait chercher les moyens de faire cette expérience avec juſteſſe, & de meſurer avec toute l'exactitude poſſible la force de chacun des poles d'un Aimant, ou d'un Acier aimanté.

Cela me parut d'abord la choſe du monde la plus facile ; mais lorſque j'ai voulu en venir à un certain degré de préciſion, j'ai trouvé de ſi grandes difficultés dans l'exécution, que j'avoue que j'ai été pluſieurs fois tenté de l'abandonner.

J'ai d'abord conſtruit une petite balance telle qu'on la voit dans la *Fig. 1re: à l'extrémité de l'un des bras étoit un baſſin pour recevoir les poids, & à l'autre une boule de Fer de 8 lignes de diametre. Je ne m'étois pas ſervi d'abord d'une boule de Fer, mais d'un petit cylindre qui me fit faire un grand nombre d'expériences inutiles, car le bout inférieur de ce Cylindre s'aimantoit en touchant la lame d'Acier, & cela cauſoit des variétés infinies ; enfin la boule ſuſpendue remedia parfaitement à cet inconvénient, & je me ſuis aſſuré par des expériences inconteſtables, qu'elle n'acquiert aucune vertu magnétique. Le long de la tige qui ſoutenoit le fleau de la balance couloit une pince, que je fixois par le moyen d'une vis à la hauteur que je voulois, & j'aſſujettiſſois dans

* Fig. 1.

dans cette pince une lame d'Acier que j'aimantois de differentes manieres. Il n'entroit dans la conſtruction de cette balance aucun morceau de Fer, de crainte que cela n'apportât du dérangement dans les expériences.

La forme qu'il m'a fallu donner à ces lames d'Acier n'étoit pas auſſi indifferente qu'elle paroît devoir l'être : j'ai eſſayé de pluſieurs, & la ſeule qui m'ait paru n'avoir pas d'inconvéniens conſidérables, eſt celle qu'on voit * Figure 2. les deux bouts étant parfaitement bien arrondis ſur tous les ſens, auſſi-bien que la partie inférieure de la boule, afin que le contact fût plus exact, & plus uniforme.

Dans chaque expérience je plaçois la pince en ſorte que le fleau de la balance fût bien horizontal lorſque la boule appuyoit ſur l'extrémité de la lame, & la boule étoit à la diſtance du centre du fleau telle, qu'elle répondoit préciſément ſur le bout de la lame poſée bien perpendiculairement. Toutes ces attentions paroîtront peut-être ſuperflues à ceux qui ne ſont pas accoutumés à la pratique des expériences de Phyſique : mais j'oſe dire qu'elles ſont ſi néceſſaires dans le cas préſent, que ma patience a été miſe aux plus rudes épreuves pour ne les avoir pas toutes imaginées d'abord.

Lorſque j'ai voulu me ſervir de la même machine pour meſurer la force des poles de differens Aimans, on conçoit aiſément qu'il m'a fallu recourir à differens expédiens, ſuivant

* Fig. 2.

vant la forme, ou le volume de ces Aimans; mais quelques précautions que j'aye prises, j'ai trouvé des variétés infinies lorsque je voulois m'assurer des expériences en les répétant plusieurs fois; la boule d'Acier glissoit sur les armures de l'Aimant, & selon le plus ou moins de force du point de l'armure qu'elle touchoit, elle s'y attachoit plus ou moins fortement: enfin je n'ai rien pu déterminer exactement par cette voye sur la force des poles des Aimans, si ce n'est de quelques-uns dont un pole étoit tellement supérieur à l'autre, que malgré ces variétés la difference en étoit sensible; mais il s'est trouvé très peu d'Aimans dans ce cas, & cette machine qui paroissoit promettre tant de justesse, ne m'a pu servir qu'avec les lames d'Acier aimantées, encore falloit-il pour qu'il y eût de l'uniformité dans les expériences, qu'elles fussent telles qu'on les voit Fig. 2. ainsi que je l'ai déja dit. J'eus donc recours à une autre voye, & je crus que je connoitrois plus précisément la force de chaque pole d'un Aimant par la distance de laquelle il feroit impression sur une Aiguille aimantée: voici les mesures que je pris pour faire ces expériences avec la plus grande exactitude.

Je fis faire plusieurs Aiguilles de differentes formes, les unes de six pouces & les autres de quatre pouces de long; je disposai sur une grande table très solide, très unie, & dans le voisinage de laquelle il n'y avoit aucun morceau de fer, deux demi-cercles; l'un de quatre pouces de diametre étoit divisé en degrés; & l'autre de six pouces

ces l'étoit en demi-degrés ; chacun de ces demi-cercles avoit à ſon centre un pivot très délié: Je les plaçai enſorte qu'une Aiguille aimantée s'arretât ſur le diametre; il eſt aiſé de voir que pour cela je n'avois qu'à tourner le demi-cercle, en ſorte que ſon diametre ſe trouvât dans la ligne de déclinaiſon; mais je ne fus pas peu ſurpris de voir qu'elles ne s'arrêtoient pas toutes exactement dans la même direction, c'eſt-à-dire, qu'elles n'avoient pas toutes la même déclinaiſon; c'étoit leurs differentes formes qui faiſoient cette difference. Enfin ſans donner ici le détail de celles qui m'ont fait faire des expériences équivoques, je dirai ſeulement que celles qui m'ont le mieux réuſſi, dont la déclinaiſon a toujours été la même, & auxquelles je me ſuis par conſéquent arrêté, avoient les deux bouts droits, tout unis & ſemblables; j'ai aimanté à l'ordinaire deux Aiguilles de cette ſorte, l'une de ſix pouces & l'autre de quatre; je les ai placées ſur les pivots des demi-cercles, & j'ai poſé par deſſus une glace ſupportée par un cercle de bois afin de garantir les Aiguilles de l'agitation de l'air.

J'avois pris encore une précaution afin de connoitre dans la derniere juſteſſe la diſtance à laquelle j'approcherois les Aimans ; j'avois tiré ſur la table une ligne qui paſſoit par le centre du demi-cercle, & qui coupoit à angles droits la ligne de déclinaiſon : cette ligne étoit diviſée en pieds, en pouces & même en lignes dans les endroits où je pouvois en avoir beſoin. Il y avoit une pareille ligne tracée à chacune des deux eſpeces de Bouſſoles

ſoles que je viens de décrire, & c'eſt ſur ces lignes que je poſois les Pierres d'Aimant, ou les lames aimantées, ſoit en les approchant, ſoit en les éloignant des Aiguilles.

On verra dans la Table ſuivante le détail des expériences que j'ai faites ſur ce principe, & avec differens Aimans; & on ſe ſouviendra que je nomme toujours *pole d'entrée* celui qui ſe dirige au Sud; & *pole de ſortie* celui qui ſe dirige au Nord.

TABLE DES DISTANCES

auxquelles differens Aimans ont attiré les Aiguilles.

Expériences faites avec une petite Pierre de forme aſſez irréguliere, mais de bonne qualité, & qui leve environ deux livres.

Sur l'Aiguille de ſix pouces de long.	*Sur l'Aiguille de quatre pouces.*
A 10 pouces de diſtance ſon pole d'entrée attiroit l'Aiguille de..... 4d 30'. Celui de ſortie l'attiroit de..... 2 30.	A 10 pouces de diſtance ſon pole d'entrée attiroit l'Aiguille de..... 2d 0'. Celui de ſortie l'attiroit de..... 9 20
A 8 pouc. le pole d'entrée de..... 8d 30'. L'autre de... 5 20.	A 8 pouc. le pole d'entrée de..... 5d 30. L'autre de 14 0.
A 6 pouc. le pole d'entrée de..... 17d 30'. L'autre de 12 40.	A 6 pouc. le pole d'entrée de..... 14d 40'. L'autre de 26 30.

A 5 pouc. le pole d'entrée de..... 80d 30'.
L'autre de 22 40.

A 4 pouc. le pole d'entrée de..... 88d 0'.
L'autre de 86 50.

A 5 pouc. le pole d'entrée de..... 26d 10'.
L'autre de 54 30.

A 4 pouc. le pole d'entrée de..... 62d 50'.
L'autre de 85 20.

Expériences faites avec un Aimant veiné de rouge, de forme réguliere, mais foible.

Sur l'Aiguille de six pouces.

A 12 pouces le pole d'entrée l'attiroit de 2d 0'.
L'autre de.. 1 10.

A 8 pouc. le pole d'entrée de..... 7d 0'.
L'autre de 4 10.

A 6 pouc. le pole d'entrée de ..... 14d 10'.
L'autre de.. 9 50.

A 5 pouc. le pole d'entrée de..... 28d 10'.
L'autre de 16 0.

A 4 pouces & demi le pole d'entrée de 84d 20'.
L'autre de 21 30.

Sur l'Aiguille de quatre pouces.

A 12 pouces le pole d'entrée l'attiroit de 1d 0'.
L'autre de.. 2 40.

A 8 pouc. le pole d'entrée de..... 4d 40'.
L'autre de 12 10.

A 6 pouc. le pole d'entrée de..... 13d 40'.
L'autre de 18 10.

A 5 pouc. le pole d'entrée de..... 18d 20'.
L'autre de 34 30.

A 4 pouces & demi le pole d'entrée de 51d 50'.
L'autre de 76 30.

Ex-

Expériences faites avec un bon Aimant artificiel.

Sur l'Aiguille de six pouces.	*Sur l'Aiguille de quatre pouces.*
A 4 pieds de distance le pole d'entrée l'attiroit de..... 0d 30'. L'autre de.. 0 30.	A 2 pieds le pole d'entrée l'attiroit de 3d 10'. L'autre de 9 40.
A 3 pieds le pole d'entrée de..... 2d 0'. L'autre de..1 30.	A 18 pouc. le pole d'entrée de ..... 10d 40'. L'autre de 16 20.
A 2 pieds le pole d'entrée de..... 7d 20'. L'autre de 4 20.	A 8 pouc. le pole d'entrée de..... 60d 10'. L'autre de 71 20.
A 18 pouc. le pole d'entrée de.... 14d 0'. L'autre de 39 40.	A 4 pouc. le pole d'entrée de..... 83d 40'. L'autre de 89 20.
A 11 pouc. le pole d'entrée de..... 48d 30'. L'autre de 39 40.	
A 8 pouc. le pole d'entrée de..... 75d 30'. L'autre de 67 40.	

Expériences faites avec une Pierre qui leve 77 liv. & demie.

Sur l'Aiguille de six pouces.	*Sur l'Aiguille de quatre pouces.*
A 5 pieds le pole d'entrée l'attiroit de 4d 30'. L'autre de..2 40.	A 5 pieds le pole d'entrée l'attiroit de 1d 30'. L'autre de.. 7 30.

A 4 pieds le pole d'entrée de..... 9d 10′.	A 4 pieds le pole d'entrée de..... 6d 0′.
L'autre de..6 10.	L'autre de..12 40.
A 3 pieds le pole d'entrée de..... 20d 10′.	A 3 pieds le pole d'entrée de..... 15d 20′.
L'autre de 17 50.	L'autre de 23 20.
A 2 pieds le pole d'entrée de..... 71d 10′.	A 2 pieds le pole d'entrée de..... 44d 20′.
L'autre de 45 40.	L'autre de 54 30.
A un pied le pole d'entrée de..... 83d 10′.	A un pied le pole d'entrée de..... 77d 20′.
L'autre de 82 0.	L'autre de 86 40.

Chacune de ces expériences a été répétée cinq fois, & lorſqu'il s'eſt trouvé quelque difference, j'ai pris le terme moyen de celles qui approchoient le plus les unes des autres.

J'avoue que je croyois cette méthode ſure pour connoitre lequel des deux poles d'un Aimant avoit plus de vertu que l'autre, & que je n'imaginois pas que le different degré de vertu des deux bouts de l'Aiguille fût capable d'y apporter un dérangement ſenſible: mais il eſt arrivé tout le contraire, & ces expériences prouvent inconteſtablement que la ſupériorité de l'un des poles de chaque Aimant n'a fait aucun effet ſenſible, & que ç'a été uniquement celle de l'un des bouts de l'Aiguille ſur l'autre qui l'a fait approcher de l'Aimant plus près que l'autre. La preuve en eſt que dans toutes les expériences, & avec toutes les Pierres d'Aimant dont je me ſuis ſervi, le pole d'entrée a paru avoir plus de

force que l'autre quand l'expérience s'eſt faite avec la grande Aiguille; & que lorſque j'ai fait les mêmes expériences avec l'Aiguille de quatre pouces, ç'a toujours été le pole de ſortie qui a paru le plus fort, quoique dans l'un & dans l'autre cas, je me ſois ſervi des mêmes Aimans: ainſi il demeure pour conſtant que la grande Aiguille avoit plus de vertu dans le bout qui ſe dirigeoit au Nord, & que la petite au contraire en avoit plus dans l'autre: j'avois cependant touché ces Aiguilles le plus également qu'il m'étoit poſſible; & depuis j'ai encore fait de mon mieux pour aimanter d'autres Aiguilles, ou les mêmes, en ſorte que la vertu des deux bouts fût égale; mais tant de cauſes differentes concourent à cette inégalité, qu'il m'a paru impoſſible d'y remédier. J'ai donc renoncé à connoitre par cette voye quel pole d'un Aimant a plus de force que l'autre; mais avant que d'en venir aux autres moyens dont je me ſuis ſervi, il eſt bon de faire une remarque ſur la Table précédente.

On ſera étonné ſans doute de voir qu'avec l'Aiguille de ſix pouces, la difference du chemin qu'elle fait eſt médiocre, à meſure qu'on en approche les poles de la Pierre; & que dès qu'elle s'eſt éloignée d'environ 26 ou 27 degrés de la ligne de direction, elle fait un ſaut conſiderable, venant tout d'un coup vers 70 ou 75 degrés, après quoi elle revient à ne faire que très peu de chemin. Cette obſervation m'a donné beaucoup de peine, mais l'ayant examinée avec toute la préciſion poſſible, & ayant remarqué que la

mê-

même choſe n'arrivoit pas ſi ſubitement avec l'Aiguille de 4 pouces, j'ai reconnu que c'étoit une cauſe purement méchanique qui opéroit cette eſpece d'irrégularité. La Pierre ne fait faire à l'Aiguille qu'un petit nombre de degrés à chaque fois qu'on l'approche, juſqu'à ce qu'étant parvenue à une certaine inclinaiſon, le bout de l'Aiguille ſe trouve plus enfoncé dans le tourbillon de la Pierre, que le milieu du bras ſur lequel ce tourbillon avoit agi juſqu'alors: la même force ſe trouve donc appliquée à un bras de levier beaucoup plus long, elle agit par conſéquent avec plus d'avantage, & le bout de l'Aiguille s'avançant toujours vers le centre du tourbillon où ſon action eſt la plus forte, l'Aiguille eſt attirée juſqu'à ce que la réſiſtance cauſée par ſa direction naturelle devienne inſurmontable. Lorſqu'elle eſt parvenue là, c'eſt-à-dire, vers 70 ou 75 degrés, on a beau approcher la Pierre, l'Aiguille ne peut plus faire que très peu de chemin vers le centre du tourbillon, par conſéquent elle recommence à marcher lentement comme elle avoit fait d'abord. Cette inégalité eſt bien moins ſenſible lorſqu'on ſe ſert de la petite Aiguille, parce que le bras de levier eſt moins long; & avec une Aiguille d'un pouce, ou un pouce & demi de long, on ne s'en apperçoit point du tout: ce qui eſt ſi naturel, que cela n'a pas beſoin d'une plus longue explication.

Voulant abſolument connoître par une expérience déciſive la force des deux poles d'un Aimant, je fis faire une Aiguille de cuivre

longue de 6 pouces & toute unie; elle avoit à l'une de ſes extrémités une boule d'acier de 2 lignes de diametre, & à l'autre une boule de cuivre de pareille peſanteur. Cette Aiguille, comme on le juge bien, n'affectoit aucune direction; je voulus m'aſſurer ſi elle étoit entierement incapable d'acquérir aucune vertu magnétique, & pour cela je la ſuſpendis par la boule d'acier à chacune des deux armures d'une très bonne pierre: elle demeura pluſieurs heures ſucceſſivement à l'une, & à l'autre, & l'ayant miſe à chaque fois ſur ſon pivot ſur lequel elle étoit très libre, elle me parut demeurer indifferemment dans tous les points de l'horizon où elle s'arrêtoit, après avoir été miſe en mouvement.

J'étois donc ſûr d'avoir une Aiguille ſur laquelle il n'y avoit que la differente force des poles de l'Aimant qui pouvoit opérer differemment, puiſqu'elle étoit dénuée de toute vertu, & qu'elle n'étoit pas ſuſceptible d'en acquérir par l'approche de l'Aimant; mais j'y trouvois encore un inconvénient, c'eſt que j'avois beaucoup de peine à l'arrêter dans la direction où je voulois, à cauſe de ſon extrême mobilité, & que la moindre agitation de l'air l'en faiſoit écarter.

J'imaginai, pour y remédier, d'y ajuſter un reſſort ſpiral de montre qui la contenoit avec une force moderée dans la direction que je voulois. Pour rendre cette direction encore plus préciſe, j'avois attaché au pied du pivot une eſpece de petite équerre de cuivre contre laquelle s'arrêtoit l'Aiguille, lorſque je n'en approchois point d'Aimant; & lorſque

que je l'en approchois, la boule d'acier étant attirée, l'Aiguille bandoit le reſſort ſpiral à proportion de ſa proximité, ou de ſa force; & dès que je retirois la Pierre, le reſſort ſpiral ramenoit l'Aiguille, & la petite équerre la retenoit dans ſa direction ordinaire.

Pour ajuſter ce reſſort ſpiral à l'Aiguille, j'avois fixé ſon bout intérieur au pivot, de la même maniere qu'il l'eſt au balancier des Montres ordinaires, & j'avois contourné ſon bout extérieur en forme d'un petit anneau d'environ demi-ligne de diametre. L'Aiguille portoit à une diſtance convenable de la chappe une petite cheville de cuivre qui ſe plaçoit librement dans cet anneau, & alors le reſſort ſpiral menoit l'Aiguille. On peut voir la machine ajuſtée dans la Fig. 3e. * Lorſque je voulois me ſervir de la même Aiguille ſans reſſort ſpiral, je l'enlevois ſimplement, & la mettois ſur un autre pivot, ou je la laiſſois ſur le même, mais ſans engager la petite cheville dans l'anneau du reſſort ſpiral.

J'ai été obligé de donner la deſcription de cette méchanique, quoique fort ſimple, parce que je n'y ſuis parvenu qu'après bien des tentatives dont je ſupprime ici le détail, & que d'ailleurs elle eſt néceſſaire pour bien entendre les expériences que je rapporterai dans la ſuite.

Je fus obligé encore pour plus de préciſion, d'ajouter au-delà de chacune des petites boules une pointe de cire, afin que ces pointes

* Fig. 3.

tes marquaſſent exactement les degrés & les portions de degrés. Ayant donc diſpoſé l'Aiguille, le reſſort ſpiral, le pivot, & la cheville de cuivre contre laquelle le reſſort s'appuyoit, en ſorte qu'elle étoit fixée ſur la premiere diviſion du demi-cercle, je tirai ſur la table une ligne qui tomboit à angle droit ſur l'extrémité de l'Aiguille, & qui répondoit au centre de la boule d'acier; je diviſai cette ligne en pouces, en lignes & en parties de lignes, & ces diviſions me marquoient au juſte la diſtance à laquelle j'approchois de la boule d'acier les poles des differens Aimans.

Les premieres expériences que j'ai faites, l'ont été avec un gros Aimant dont j'ai parlé plus d'une fois, & qu'il eſt bon de décrire; il peſe neuf livres, deſarmé; ſa forme eſt réguliere, les poles ſont très bien diſpoſés, & il eſt armé avec deux fortes coquilles creuſées, & bien exactement appliquées ſur les poles; je lui ai vu lever juſqu'à 77 livres & demie, & je ne m'apperçois pas qu'il ait rien perdu de ſa force. On a pu voir dans la Table précédente qu'à 5 pieds de diſtance ſon pole d'entrée attire la grande Aiguille d'environ 4 degrés & demi. Mais ſon action eſt bien moindre dans l'expérience préſente, car la petite boule d'acier donne bien peu de priſe à la matiere magnétique, & la réſiſtance du reſſort ſpiral ne laiſſe pas de faire un objet aſſez conſiderable; ainſi ſon action ne faiſoit d'effet ſenſible ſur l'Aiguille qu'à 3 pouces de diſtance.

A 3 pouces le pole d'entrée l'attiroit de $0^d\ 20'$.
L'autre, a la même distance de $0^d\ 5'$.
A 2 pouces 6 lignes le pole d'entrée $2^d\ 50'$.
L'autre . . . . . $2^d\ 20'$.
A 2 pouces le pole d'entrée . . . . . $14^d\ 50'$.
L'autre . . . . . $12^d\ 20'$.

A un pouce onze lignes & un quart, le pole d'entrée l'attiroit jusqu'à ce que la pointe de cire de la boule touchât l'armure, au-lieu qu'à la même distance le pole de sortie ne l'attiroit que de 17 degrés, & qu'il falloit l'approcher jusqu'à un pouce 10 lignes $\frac{1}{2}$ pour qu'il attirât l'Aiguille jusqu'au même point: j'ai fait cinq fois les mêmes expériences, & en differens tems, sans avoir trouvé que quelques minutes de variation; ainsi il demeure pour constant que dans cet Aimant le pole qui se dirige au Sud, c'est-à-dire, le pole d'entrée, ou le pole boréal, a plus de vertu attractive que l'autre.

Lorsque j'avois tenté de reconnoitre avec la balance lequel des deux poles de ce même Aimant avoit le plus de force, il m'avoit paru de même que ce même pole levoit plus pesant que l'autre; mais il y avoit eu tant de variétés dans les expériences, que je ne pouvois pas regarder comme une chose entierement assurée, que dans tout Aimant le pole qui attiroit la boule de plus loin, soutînt aussi le plus grand poids; il semble néanmoins que l'un soit une conséquence de l'autre si nécessaire, qu'à peine croit-on devoir s'en assurer par l'expérience: cependant je voulus l'essayer avec les lames d'acier dont j'ai parlé; j'étois en état de m'assurer par la

balance du poids que pouvoit ſoutenir chacun de leurs poles bien plus exactement qu'avec les pierres d'Aimant, & en approchant enſuite leurs poles ſucceſſivement de l'Aiguille à boule d'acier, je voyois facilement lequel l'attiroit de plus loin.

Je pris donc une lame de la Figure 2, je l'aimantai en la poſant ſimplement ſur les armures de la groſſe pierre, & la détachant le plus parallelement qu'il me fut poſſible, le bout *A* qui étoit ſon pole d'entrée, ou qui ſe dirigeoit au Sud, attiroit la boule de plus loin que l'autre, & levoit 9 gros ½, au-lieu que l'autre ne levoit que 5 gros 12 grains.

J'ai retouché la lame du même ſens, *A* levoit une once 5 gros, & *B* une once un gros & demi.

J'ai laiſſé la lame ſur les armures de la Pierre pendant huit heures, en ſorte que *A* fût toujours le pole d'entrée; il levoit une once 6 gros 6 grains, & *B* une once un gros 34 grains; on voit que le bout *A* levoit toujours un poids plus conſiderable que l'autre.

J'ai retouché la lame en ſens contraire, en ſorte que le bout *B* étoit le pole d'entrée; il ne leva que 6 gros 62 grains, & *A* une once 3 gros 54 grains; ainſi le bout *A*, quoique d'une vertu contraire à celle qu'il avoit dans les trois expériences précédentes, levoit encore plus peſant que l'autre. Je refis cette expérience trois fois comme j'avois fait l'autre, & le bout *A* conſerva toujours la même ſupériorité, & à peu près dans la même proportion.

Je rechangeai les poles de la lame en la touchant en ſens contraire, *A* redevint celui

lui d'entrée, il leva une once 5 gros 12 grains, & *B* 7 gros 60 grains: l'expérience fut refaite encore trois fois, & toujours avec le même succès, c'eſt-à-dire, que le bout *A* leva toujours plus peſant que l'autre. Je changeai à cinq repriſes differentes les poles de la lame, & il n'y eut que quelque variété dans la force des poles, mais la proportion fut toujours à peu près la même, & le bout *A* acquit toujours plus de vertu, ſoit qu'il ſe dirigeât au Nord, ou au Sud; d'où il réſulte que ce ne fut, ni la proximité du pole boréal de la Terre, ni l'entrée ou la ſortie de la matiere magnétique, qui furent cauſe de la ſupériorité de vertu d'un des bouts de la lame: cette difference ne peut dont venir que de la diſpoſition des parties internes de la lame, dont un bout s'eſt trouvé plus de diſpoſition que l'autre à acquérir la vertu magnétique.

Comme le but que j'avois dans cette expérience, étoit de comparer la force qu'avoient les poles de la lame pour ſoutenir un poids, à celles qu'ils avoient pour attirer de loin la boule d'acier de l'Aiguille dont j'ai parlé, chaque fois que j'avois changé les poles de la lame, ou que je l'avois retouchée en même ſens, j'allois préſenter ſucceſſivement ſes deux poles à la boule d'acier, & je ne fus pas peu ſurpris lorsque je reconnus, à n'en pouvoir douter, que le bout *A* qui avoit toujours levé le poids le plus conſiderable, n'attiroit pas toujours la boule de plus loin; cela changea au contraire toutes les fois que je changeai les poles de la lame, &

ce fut toujours conſtamment le pole de ſortie, c'eſt-à-dire, celui qui ſe dirige au Nord, qui attira la boule de plus loin.

Si la même choſe fût arrivée en me ſervant d'autres lames d'acier, on auroit pu en tirer quelques conjectures relatives à la direction du courant de la matiere magnétique: mais une ſeconde lame que j'eſſayai, & dont la forme étoit ſemblable à celle de la premiere, ſe trouva ſoutenir, à très peu de choſe près, le même poids par chacun de ſes bouts, quelque direction que je leur euſſe donnée, & quelque changement que j'y euſſe fait à diverſes repriſes; & lorſque je préſentai ſucceſſivement les deux bouts de cette lame à la boule d'acier de l'Aiguille à reſſort ſpiral, il ſe trouva que celui des deux bouts qui ſe dirigeoit au Sud, ou le pole d'entrée, l'attiroit toujours de plus loin que l'autre, ce qui eſt préciſément le contraire de ce qui étoit arrivé avec la premiere lame. Les mêmes expériences faites avec d'autres lames, m'ont fourni de pareilles variétés: en ſorte qu'il demeure pour conſtant, que la faculté de ſoutenir un plus grand poids, n'a aucune liaiſon avec celle d'attirer le fer de plus loin, & que l'une & l'autre ne dépendent nullement de la direction de l'acier aimanté, mais ſeulement du plus ou moins de diſpoſition à acquérir l'une de ces deux vertus magnétiques, qui ſe trouve dans l'arrangement intérieur de ſes parties.

Il eſt facile de concevoir que le pole d'une lame ou d'un Aimant qui ſoutient le moins de fer, peut cependant l'attirer de plus loin: car

car c'eſt la réunion ou la diſperſion du torrent de la matiere à l'entrée ou à la ſortie de l'Aimant, qui détermine la diſtance à laquelle il fait impreſſion ſur le fer; mais c'eſt la plus grande ou la moindre quantité de matiere qui le pénétre, qui cauſe ſa force pour ſoutenir le poids du fer, & l'on voit aiſément que ces deux cauſes peuvent très ſouvent être ſéparées l'une de l'autre.

On ne peut donc point dire que la proximité du pole boréal de la Terre augmente dans les Païs Septentrionaux la force du pole auſtral de l'Aimant, puiſque nous voyons, par tous les faits que je viens de rapporter, que ce pole auſtral que j'appelle *pole de ſortie*, ſe trouve ſouvent plus foible que l'autre.

Je dois cependant avouer ici, que l'expérience que j'avois apportée dans mon ſecond Mémoire, comme une preuve contre l'explication de Deſcartes, n'étoit pas aſſez concluante: car je m'étois contenté de plonger un Aimant dans la limaille, & j'avois vu que l'approche d'un autre Aimant ne lui en avoit point fait porter davantage, & ne lui en avoit point fait lâcher de celle qui y étoit attachée; mais j'ai refait depuis cette expérience avec bien plus d'exactitude à l'aide de ma petite balance, & j'ai reconnu qu'en approchant du pole d'une lame aimantée, chargée de tout ce qu'elle peut porter, le pole de même nom d'une autre lame, elle laiſſe tomber ſon poids, au-lieu que ſa vertu augmente, & qu'on la peut charger davantage, ſi l'on en approche le pole de different nom. Ainſi le raiſonnement de Deſcartes ſeroit juſte, ſi le

fait dont il veut rendre raiſon par-là ſe trouvoit vrai, & qu'il fût poſſible que la vertu du pole boréal de la Terre pût faire un effet aſſez ſenſible; mais nous avons vu par les expériences rapportées dans ce Mémoire, que le pole auſtral des lames aimantées n'a aucun avantage ſur l'autre. Je me ſuis principalement arrêté aux lames aimantées, parce que l'acier paroît formé de parties plus homogenes que l'Aimant, & que la facilité que l'on a de changer ſes poles, fait qu'il eſt aiſé de s'aſſurer ſi la ſupériorité de l'un des deux vient de ſa direction, ou de la diſpoſition particuliere des parties du fer, comme nous l'avons reconnu à n'en pouvoir douter.

Je n'ai pas négligé cependant de comparer enſemble la force des poles de pluſieurs Aimans, & j'ai trouvé que dans le plus grand nombre la difference étoit ſi petite, qu'on avoit peine à s'en aſſurer avec la balance, qui, comme je l'ai déja remarqué, ne peut pas être regardée comme un moyen bien exact pour connoitre la force des poles d'un Aimant. Lorſque les poles ſe ſont trouvés d'une force ſenſiblement inégale, j'ai le plus ſouvent trouvé le pole d'entrée, c'eſt-à dire le pole boréal, ſupérieur à l'autre, ce qui eſt contraire à l'opinion commune; cependant je ne prétends point encore décider ſi l'on doit le regarder comme plus fort que l'autre, lorſque toutes choſes ſont égales d'ailleurs, & qu'il ne ſe trouve point dans l'Aimant des terreſtréités, ou des parties foibles qui cauſent des irrégularités, & je me borne à conclurre

clurre ſeulement que le pole auſtral des Aimans ou des fers aimantés n'a aucun avantage ſur l'autre.

Il n'y a perſonne qui n'ait remarqué de grandes inégalités dans la force d'un même Aimant: ces variétés m'ont donné beaucoup de peine dans la ſuite de mes expériences; il me ſemble qu'on ignore encore la cauſe de cette irrégularité; pluſieurs Phyſiens ont ſoupçonné qu'elle pouvoit avoir quelque liaiſon avec la température ou les qualités de l'air. J'ai pris le parti qui me paroît le plus ſûr pour m'en aſſurer exactement, & lorſqu'une ſuite d'Obſervations m'aura mis en état de pouvoir avancer quelque choſe de poſitif, j'en rendrai compte à l'Académie. Voici le moyen dont je me ſers, & que je donne maintenant, afin que ſi quelqu'un vouloit prendre la peine de faire les mêmes Obſervations, on les pût comparer avec les miennes. Je place le plus à l'abri de l'air & du mouvement qu'il eſt poſſible, l'Aiguille à reſſort ſpiral dont j'ai parlé, & je diſpoſe une bonne pierre d'Aimant, en ſorte que la boule d'acier réponde à peu près au milieu des deux armures, & à telle diſtance que, ſurmontant à un certain point la force du reſſort, elle amène l'Aiguille vers elle de douze ou quinze degrés; je fixe la Pierre en cet état, & j'obſerve de tems en tems à quel degré répond la pointe de l'Aiguille, ce qui me dénote très exactement s'il arrive quelque changement dans la vertu de l'Aimant.

Pour une plus grande préciſion, je fais le bout de l'Aiguille qui porte la boule de moi-

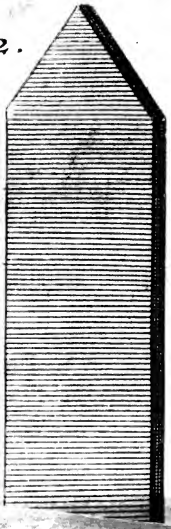
tié plus court que l'autre, & l'extrémité opposée se termine en pointe, de sorte qu'elle marque très exactement les parties de degré, & qu'elle fait un chemin double de celui que fait la boule, ce qui rend le moindre changement fort sensible.

On m'objectera, que la température de l'air peut apporter autant de changement à l'élasticité de mon ressort qu'à la force de l'Aimant, & qu'ainsi il me sera impossible de connoitre la cause du mouvement de mon Aiguille; mais je remédie à cet inconvénient en ajustant au pivot de mon Aiguille deux ressorts l'un au dessus de l'autre, dont les spires vont à contre-sens, en sorte que si l'humidité de l'air tend à relâcher l'un des ressorts, elle relâchera de même son antagoniste, & l'Aiguille fera toujours un effort uniforme pour résister à l'action de l'Aimant: ainsi le changement qui arrivera, ne pourra être attribué qu'à l'inégalité de la force de l'Aimant. Le Sr. du Tertre fit voir à l'Académie, il y a quelques années, une Montre, au balancier de laquelle il avoit ajusté deux ressorts dans la même vue, & l'on jugea que cette invention avoit son utilité. Je crois que l'application que j'en fais ici leve la seule difficulté que l'on me pouvoit faire; & cette machine ayant toutes les commodités & la simplicité qu'on peut esperer, je rendrai compte à la Compagnie des Observations que je ferai par ce moyen, si je trouve qu'elles méritent quelque attention.

SUR

[redacted] que M. de Louville do

f. 2.



SUR

SUR LA FORME LA PLUS AVANTAGEUSE QU'ON PUISSE DONNER AUX TABLES ASTRONOMIQUES.

Par M. GRANDJEAN.

LEs Tables Aſtronomiques ſont des ſuites de nombres qui expriment le rapport du mouvement des Aſtres avec les parties du tems, & qui ſervent à trouver le lieu de ces mêmes Aſtres dans le Ciel, pour un tems donné.

Deux choſes peuvent concourir à la perfection des Tables; les élémens & la forme, c'eſt-à-dire, les nombres mêmes; & la maniere de les arranger.

Je n'entreprendrai point dans ce Mémoire, de détailler la maniere de trouver les élémens des Tables, ce ſeroit un Traité complet d'Aſtronomie; je me contenterai de faire ſur leur forme ou leur arrangement, quelques réflexions que je crois y pouvoir répandre un nouveau jour, & en faciliter conſidérablement la conſtruction & l'uſage.

Il y a trois formes de Tables en uſage dans l'Aſtronomie, ſavoir, la Vulgaire, l'Alphonſine, & celle que M. de Louville donna en

1720 dans les Mémoires de l'Académie.

La Vulgaire a été mise en usage par Ptolomée, & suivie après lui par presque tous les Astronomes. On y compte le mouvement des Planetes & de leurs apsides pour des années, des mois, des jours, des heures, minutes & secondes, en supposant ce mouvement égal & uniforme. On donne ensuite une Table qui, pour chaque degré de distance de la Planete à son aphélie, indique ce qu'il faut ôter ou ajouter à ce mouvement égal ou moyen que l'on a supposé, pour avoir le vrai, & cette Table s'appelle *Table d'équation* ou de *prostaphereſe*. Les Tables de M. de la Hire sont construites suivant cette forme.

La forme Alphonsine a été mise en usage par Alphonse X. Roi de Castille. On y suppose les jours divisés en $\frac{1}{60}$ parties, & le tems partagé, non en années, mais en soixantaines de jours, dont 60 font une soixantaine seconde, &c. Il n'est pas difficile de s'appercevoir que le tems étant partagé dans la même progression que les degrés du cercle, une Table calculée pour des jours servira, en avançant d'un chiffre, pour des $\frac{1}{60}$ de jour, & en reculant pareillement d'un chiffre, pour des soixantaines de jours, & c'est en cela que consiste le principal mérite de ces Tables qui deviennent par-là d'un fort médiocre volume. Je ne parle point des Tables d'équation dans cette forme, elles y sont faites comme les autres, excepté qu'au-lieu de compter par Signes, on y compte par soixantaines de degrés ou deux Signes. Les Tables d'Alphonse même, & celles de Lansberge

berge, peuvent en fournir un exemple.

M. le Chevalier de Louville donna en 1720, dans les Mémoires de l'Académie, des Tables du Soleil, rangées ſuivant une forme nouvelle, & tout-à-fait ingénieuſe. Au lieu de prendre pour terme de la numération de ſes mouvemens, le premier point d'*Aries*, il les compte depuis l'aphélie, & par-là il a, ſans autre calcul, l'anomalie moyenne; de plus ayant remarqué pluſieurs inconvéniens dans la maniere de conſtruire les Tables d'équation, il conſtruit les ſiennes d'une façon ſinguliere qui rend toutes les parties proportionnelles additives. Enfin à l'anomalie vraye, il joint la longitude de l'aphélie, ce qui lui donne la longitude vraye du Soleil.

Toutes ces Tables, comme on voit, conviennent entre elles, en ce qu'elles donnent d'abord un mouvement moyen proportionnel au tems, & enſuite en appliquant l'équation, le mouvement vrai de la Planete. Voyons préſentement ce qui peut avoir obligé les Aſtronomes à ce double calcul.

Puiſque les Tables n'expriment autre choſe que le rapport des parties du tems aux mouvemens de la Planete, il ſemble que la maniere la plus ſimple de les conſtruire, ſeroit de diviſer le tems périodique en parties égales, & de voir quelles parties du mouvement de la Planete y répondroient, ce qui déterminé une ſeule fois, formeroit une Table perpétuelle du mouvement de la Planete, ſans avoir beſoin de mouvement moyen, ni d'autres élémens; & il y a apparence qu'on auroit ſuivi cette méthode, ſi l'aphélie des Pla-

Planetes qui, comme on ſait, eſt le terme de leur inégalité, eût été immobile à l'égard du premier point d'*Aries*, duquel on a coutume de compter les mouvemens dans l'Aſtronomie.

Mais ce terme de leur inégalité étant mobile à cet égard, il faut, pour aſſigner quelle partie du mouvement de la Planete convient à chaque partie de tems, connoitre à quelle diſtance elle eſt de ſon aphélie, & pour connoitre cette diſtance, il faut ôter le lieu de l'aphélie de celui de la Planete. Mais le lieu de la Planete eſt préciſément ce que l'on cherche, & la ſeule choſe connue qui y ait rapport, eſt la partie du tems périodique écoulée depuis le retour au point de l'époque juſqu'au tems propoſé: il faudroit donc ôter le lieu de l'aphélie de ce tems, pour avoir l'anomalie de la Planete, & c'eſt-là juſtement le nœud de la difficulté.

Les Tables n'exprimant autre choſe que le rapport des parties du tems au mouvement de la Planete, tous leurs nombres doivent être regardés comme les numérateurs de véritables fractions, dont le dénominateur eſt pour le tems, le tems périodique même *, comme pour le Soleil $365\frac{27}{400}$, & pour les mouvemens, le nombre des degrés du cercle ou 360.

Tant qu'il ne s'agira que de comparer ces fractions les unes aux autres, on le pourra faire aiſément: mais ſi, comme dans le cas préſent, on veut ôter des mouvemens d'un tems donné, on en ſentira la difficulté, & on verra

* *V. les Mem. de 1703. p. 49 & ſuiv.*

verra qu'il faut réduire les fractions au même dénominateur.

Pour cela, on a imaginé de prendre une quantité exprimée en degrés qui fût au cercle entier, comme le tems propoſé eſt au tems périodique, & cette quantité *graduelle* eſt ce que l'on appelle *mouvement moyen*.

Par cette méthode on eſt parvenu à exprimer la fraction propoſée, de maniere qu'elle eût pour dénominateur le même nombre que celle qui exprime le mouvement de l'aphélie; & par conſéquent rien n'embarraſſant plus, on a conſtruit les Tables aſtronomiques, telles que nous les voyons aujourd'hui, & le calcul conſiſte,

1°. A trouver *le moyen mouvement* de la Planete, c'eſt-à-dire, le numérateur d'une fraction dont le dénominateur ſoit 360 égale à celle qui exprime le rapport de la partie du tems écoulé juſqu'au moment propoſé avec le tems périodique de la Planete.

2°. A ôter de cette fraction celle qui exprime le rapport du mouvement de l'aphélie avec le cercle entier, ce qui donne la diſtance moyenne de la Planete à ce point que l'on nomme *ſon anomalie moyenne*.

3°. A trouver la difference entre le mouvement vrai de la Planete à ce degré d'anomalie, & le mouvement moyen ou égal que l'on a ſuppoſé, & cette difference ſe nomme *Equation*.

4°. Enfin à ajouter ou ſouſtraire cette équation, ſelon que le mouvement vrai eſt plus lent, ou plus prompt que le moyen.

Mais n'y a-t-il point d'autre maniere de con-

conſtruire ces Tables, & la néceſſité de réduire le tems en $\frac{1}{100}$ eſt-elle bien établie? C'eſt ce qu'il eſt queſtion d'examiner, & pour cela reprenons les choſes d'un peu plus haut.

Nous avons vu que ce qui avoit obligé de ſe ſervir du mouvement moyen, étoit qu'il falloit ſouſtraire le lieu de l'aphélie du tems propoſé, & réduire par conſéquent les fractions qui expriment les rapports de ces deux quantités avec leur tout, au même dénominateur. Mais ſi l'on examine la choſe de plus près, on verra qu'il étoit égal ou de prendre une quantité exprimée en degrés, proportionelle au tems, de laquelle on ôtât le mouvement de l'aphélie, ou de prendre une quantité exprimée en parties de tems, proportionelle au mouvement de l'aphélie que l'on ôtât du tems propoſé, & il ne peut y avoir dans la conſtruction des Tables que ces deux ſeuls partis à prendre: examinons lequel eſt le meilleur.

Le premier que l'on a ſuivi juſqu'ici, oblige de convertir en degrés le tems écoulé depuis l'époque. Le ſecond au contraire oblige de convertir en tems le mouvement de l'aphélie; mais cette converſion eſt bien facile, car le mouvement de l'aphélie étant proportionnel au tems, le tems donné eſt lui-même la fraction cherchée, au-lieu que dans la premiere méthode il faut un calcul aſſez long, & une Table exprès pour en venir à bout. Voyons donc préſentement ſi en ſe ſervant de cette méthode, le reſte des Tables en deviendra plus ſimple, & le calcul plus facile; & voici la ſeule forme qui me

me paroiſſe imaginable dans cette méthode, & qui eſt auſſi ſimple & auſſi facile qu'on le puiſſe ſouhaiter.

On commence par dreſſer une *Table des mouvemens diurnes vrais de la Planete*, à compter depuis ſon paſſage par ſon aphélie, & cette Table eſt compoſée de trois colomnes. La premiere contient les jours écoulés depuis l'aphélie. La ſeconde, les mouvemens vrais de la Planete qui y répondent. * La troiſieme enfin, les differences entre ces nombres qui expriment les mouvemens diurnes de la Planete; on ajoutera à la Table du Soleil dans une quatrieme colomne, l'Equation du tems pour y avoir égard dans le calcul des autres Planetes. Je dis dans le calcul des autres Planetes, parce qu'en conſtruiſant les Tables du Soleil, on peut & on doit avoir égard à l'Equation du tems, ce qui exemptera les Calculateurs d'en tenir compte.

On fait enſuite une *Table du paſſage de la Planete par ſon aphélie, & de la longitude de ce même aphélie* †, & cette Table eſt compoſée de deux colomnes. La premiere marque les années, jours, heures, minutes & ſecondes, auxquelles la Planete paſſe par ſon aphélie; & la ſeconde, la longitude de ce même aphélie, lors du paſſage de la Planete.

Il eſt inutile de dire qu'on peut aiſément rendre cette Table perpétuelle ſachant le mouvement de l'aphélie, & combien la Planete eſt à faire ce même mouvement.

Pour éviter le calcul des parties proportion-

* *Tabula* B. † *Tabula* A.

tionnelles, on peut dreſſer des Tables * proportionnelles du mouvement des Planetes à peu près de la même maniere que M. Manfredi a fait dans ſes Ephémérides. On trouvera à la fin de ce Mémoire des exemples de toutes les Tables que je propoſe : examinons-en préſentement le calcul.

On ôte du tems propoſé le paſſage de la Planete par ſon aphélie qui le précéde immédiatement. Le reſte après cette ſouſtraction, eſt le tems écoulé depuis le paſſage de la Planete par ſon aphélie.

Avec le nombre des jours écoulés depuis ce paſſage, on trouve dans la premiere Table le mouvement vrai que la Planete a fait depuis ce tems; & parce qu'avec les jours on a ordinairement des heures, min. & ſec. on prendra la partie proportionelle du mouvement diurne qui leur convient, que l'on ajoutera au mouvement trouvé pour les jours, & l'on aura le mouvement vrai de la Planete depuis ſon paſſage par ſon aphélie, auquel ajoutant le lieu de l'aphélie marqué par la Table, on aura ſon véritable lieu.

EXEMPLE.

On propoſe de trouver le lieu du Soleil le 12 Juillet 1732 à Midi.

11j	10°	29′	21″	1732.	194j	0h	0′	0″
2h		4	46	Paſſ. par l'apogée	182	21	13	54
46′		1	49	Tems depuis l'ap.	11	2	46	6
6″			0					
Long. d'apog.	3s	8	39	57				
	1	19	15	33	Lieu vrai du Soleil.			

Pour

* *Tabula* C.

Pour faire voir préſentement combien ce calcul eſt plus court que celui de la méthode ordinaire, nous allons donner le même exemple par les Tables de M. de la Hire. *

		Solis			*Apog. Solis.*		
Epoch.	1700	9^{S} 10° 52′ 27″			9^{S} 8° 7′ 30″		
	20	9 10			20 30		
	11	11 29 20 41			11 17		
Junius		5 28 24 8			30		
Dies	11	10 50 32			2		
Loc. med. Sol.		3 19 36 58			3^{S} 8° 39′ 42″		
Apog. ſubtr.		3 8 39 49		*Æqu. pro*	10° 19′ 36		
Anom. med.		0 10 57 9		*Æqu. pro*	11 21 32		
Ut	3600″			*Diff.*	1′ 56″		
Ad	3430″	57′ 9″	8.53529				
Ità	116″	1 56	2.06445			19 36	
			5.59974			1 51	
			3.55630			21 27	
Ad	111″	1 51	204344.	*Loc. med.*	3^{S} 19° 36′ 58″		
				Loc. ver.	3 19 15 31		

Il eſt aiſé de voir combien le nouveau calcul que je propoſe a d'avantage ſur celui qui eſt en uſage; mais la facilité avec laquelle on peut s'en ſervir pour trouver un lieu déterminé d'une Planete, n'approche pas encore de celle qu'il procure dans la conſtruction des Ephémérides. Un ſeul lieu de la Planete étant donné comme celui que nous avons propoſé, il n'y a qu'à y ajouter la difference entre le mouvement trouvé pour 11 jours & le ſuivant, pour avoir le mouvement vrai de la Planete pour

3^{S}	19°	15′	32″
		57	14
3	20	12	46

* *Les nombres de ces exemples, auſſi-bien que ceux des Tables, ſont tirés de celles de M. de la Hire.*

pour le jour ſuivant, & ainſi de ſuite; au-lieu que dans la méthode ordinaire il n'y a d'autre parti à prendre que de calculer immédiatement le lieu du Soleil, pour tous les jours auxquels on veut l'avoir.

Cet avantage même peut être compté pour plus encore qu'il ne paroît, en ce qu'il donneroit aux Pilotes le moyen de ſe fournir eux-mêmes d'Ephémérides tous les ans, ſans être obligés de ſe ſervir des anciennes, qui ne peuvent que les jetter en erreur; on pourroit même à la place de la Table *A*, leur donner le lieu du Soleil au 1er de Janvier pour un nombre d'années conſiderable, ce qui faciliteroit encore le calcul.

Outre cet avantage que la Marine pourroit retirer de la forme propoſée, l'Aſtronomie en recevroit auſſi de très conſiderables.

1°. La méthode ordinaire de conſtruire les Tables employe cinq élémens, les deux époques, le mouvement moyen, le mouvement de l'aphélie, & les Equations: au-lieu que la forme propoſée n'en employe que trois; ſavoir, le lieu de l'aphélie, ſon mouvement *ab Ariete*, & le mouvement vrai anomaliſtique.

2°. Le mouvement anomaliſtique ſe trouve immédiatement par obſervation, & ſans employer aucune hypotheſe; de plus, comme il ne s'ajoute point à lui-même, il ne peut jamais errer de plus que l'obſervation qui l'a donné, c'eſt-à-dire d'environ 5″, ſans que cette erreur coure riſque de s'augmenter; bien different en cela du mouvement moyen dans lequel une ſeconde d'erreur, produi-

roit

roit une minute au bout de ſoixante ans.

3°. L'erreur ſera toujours dans ces ſortes de Tables infiniment plus aiſée à découvrir que dans les autres, parce que le mouvement anomaliſtique n'étant point ſujet à erreur, elle ne pourra s'y gliſſer que dans le Lieu, ou le mouvement de l'aphélie, & par conſéquent l'Aſtronome n'ayant que ce ſeul objet à enviſager, ſera en état d'y faire plus d'attention, & d'en venir à bout plus aiſément que dans la forme ordinaire, où il eſt ſouvent très difficile de déterminer duquel des cinq élémens vient l'erreur des Tables.

4°. Le calcul de cette eſpece de Table eſt, comme on a vu, incomparablement plus court & plus facile que celui des Tables ordinaires.

Enfin, pour dire plus encore à l'avantage de la méthode que je propoſe, mes recherches m'ont conduit à peu près à la même idée qu'avoit eu autrefois le fameux Kepler, & qu'il avoit même commencé d'exécuter pour le Soleil dans ſes Tables Rudolphines.

On voit aiſément que cette méthode peut s'appliquer à la premiere inégalité des Planetes ſecondaires; mais comme la plupart ſubiſſent des inégalités differentes de leur premiere, il faudroit pour tirer de cette méthode tout le parti que l'on en peut tirer, ranger les Tables d'une maniere un peu differente de celle que nous venons de propoſer, & dont l'examen nous meneroit trop loin pour oſer l'entreprendre dans ce Mémoire, qui peut-être n'a déja que trop longtems occupé le Lecteur.

TABULA *A*.

Transitus ☉ per apogæum & Longitudinis apogæi.

Anni.	Transit. ☉ per Apog.				Long. Apog.			
	D.	*H.*	*M.*	*S.*	*S.*	*G.*	*M.*	*S.*
1730	182	15	6	22	3	8	38	39
31	182	21	13	54	3	8	39	37
32	183	3	28	26	3	8	40	35
33	182	9	43	4	3	8	41	33
34	182	15	57	36	3	8	42	31

TABULA *B*.

Veri Motus anomalistici Solis in singulis anni diebus.

Dies ab Apog.	Motus.				Differ.		Æquatio Temporis.	
	S.	*G.*	*M.*	*S.*	*M.*	*S.*	*M.*	*S.*
1	0	0	57	12	57	13	3	1
2	0	1	54	25	57	13	3	13
3	0	2	51	38	57	13	3	25
4	0	3	48	51	57	13	3	36
5	0	4	46	4	57	13	3	47
6	0	5	43	16	57	13	3	57
7	0	6	40	28	57	13	4	8
8	0	7	37	41	57	13	4	18
9	0	8	34	54	57	13	4	27
10	0	9	32	7	57	13	4	36
11	0	10	29	21	57	13	4	45
12	0	11	26	35	57	14	4	54
13	0	12	23	50	57	14	5	2
14	0	13	21	4	57	15	5	9
15	0	14	18	21	57	16	5	16

TA-

TABULA C.

Proportionalis Motus diurni Solis.

Motus diurni.		1.	2.	3.	4.	5.
	S.	T. Q.	T. Q.	T. Q.	T. Q.	
	M.	S. T.	S. T.	S. T.	S. T.	&c.
M. S.	H.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	
57 0		2 22	4 45	7 7	9 30	
57 6		2 22	4 45	7 7	9 31	
57 12		2 23	4 46	7 8	9 32	&c.
57 18		2 23	4 46	7 9	9 33	
57 24		2 23	4 47	7 10	9 34	
57 30		2 23	4 47	7 11	9 35	
57 36		2 24	4 48	7 12	9 36	
57 42		2 24	4 48	7 12	9 37	&c.
57 48		2 24	4 49	7 13	9 38	
57 54		2 24	4 49	7 14	9 39	
&c.		&c.	&c.	&c.	&c.	

DESCRIPTION ANATOMIQUE D'UN ANIMAL CONNU SOUS LE NOM DE MUSC.

Par M. DE LA PEYRONNIE. *

L'ANIMAL dont je vais parler a été donné ſous le nom de *Muſc*. Il a un organe particulier qui fournit une liqueur épaiſſe & graſſe très odorante, qui a la conſiſtance d'une pommade ordinaire, & qui répand un parfum très fort, connu ſous le nom de *Muſc*; parfum different de celui de la Civette.

L'Anatomie de cet organe ſera le principal objet de ce Mémoire, n'ayant rien trouvé d'extraordinaire dans les autres parties de l'animal.

Il fut donné au Roi, il y a près de ſix ans, par M. le Comte de Maurepas. Toutes les recherches que j'ai faites pour ſavoir poſitivement d'où il étoit venu, ne m'ont fourni que des ſoupçons qu'il pouvoit venir du Sénégal. Il s'en trouve à la Côte d'Or, au Royaume de Juda, & dans une grande étendue de cette partie de l'Afrique. Un Officier de Marine m'a aſſuré en avoir trouvé un à la côte d'Angole, par le 9e degré Sud de la

* 5 Dec. 1731.

la Ligne ; il vouloit l'apporter en France, mais l'animal jeune & délicat mourut au bout de ſix ſemaines.

Le Muſc dont il s'agit, fut envoyé par ordre du Roi à la Ménagerie, où il a été nourri avec de la viande crue, qu'il mangeoit avec voracité. Il y a environ trente ans qu'on en préſenta un au feu Roi, qui fut porté de même que celui-ci à la Ménagerie, il y a vécu pluſieurs années ; il fut donné ſous le même nom, il avoit la même figure extérieure, répandoit la même odeur, mais on négligea d'en faire l'ouverture. On ignore la conformation de l'organe de ſon parfum, on n'a pas même ſu s'il étoit mâle ou femelle ; c'eſt une perte pour l'Académie. Je ſouhaiterois que mes recherches ſur le ſecond puſſent la réparer. Malgré toute l'attention qu'on a depuis longtems de raſſembler à la Ménagerie differens animaux étrangers, ce ſont les deux ſeuls de cette eſpece qui y ayent paru, & les ſeuls dans le nombre des animaux muſqués qu'on y a vu, qui ayent donné un auſſi grand parfum.

Je ne ferai point ici l'hiſtoire du parfum du Muſc ; je ne parlerai point des mauvais effets qu'il produit, ni de l'utilité dont il eſt, tant dans la compoſition des remedes, que dans les autres uſages qu'on en peut faire. On ſait qu'il n'a pas également réuſſi dans tous les ſiecles, ni chez toutes les Nations ; il y a eu des Peuples qui l'ont mis au rang de ce qu'ils ont eu de plus précieux, il y a eu des tems où il a fourni la matiere du luxe le plus recherché ; dans d'autres tems on l'a mépriſé ;

& il y a des Contrées où l'on appelle encore *puants*, les animaux qui répandent cette odeur. Nous pouvons dire qu'on eſt encore aujourd'hui partagé entre le goût & l'averſion qu'on a pour ce parfum; & ce qui eſt bien ſurprenant, c'eſt que malgré ſa violence, qui ſembleroit devoir décider, c'eſt ſouvent la mode qui en décide.

Je ne chercherai point à concilier la diverſité des opinions ſur l'origine du nom de Muſc qu'on a donné à ce parfum & à l'animal qui le fournit, ni à fixer d'entre les animaux muſqués, celui à qui on doit donner par préférence le nom de Muſc, en Latin *Moſchus* ou *Animal Moſchiferum*. On ſait que les Arabes nous ont donné ſous ce nom, une eſpece de Gazelle ou de Chevre ſauvage, décrite par pluſieurs Auteurs, & particulierement par Lucas Schrockius de l'Académie des Curieux de la Nature en Allemagne, dans un long Traité qu'il a donné ſur cette matiere *.

L'animal que nous décrivons n'a aucun rapport avec ces Chevres & ces Gazelles, ni avec les Rats muſqués de Canada dont nous avons une très exacte deſcription †. Il approche davantage d'une eſpece de Fouïne qu'on appelle *Genette*. On en voit une dans les Obſervations de Belon ‡, dont la figure a quelque reſſemblance avec notre animal. Il y a auſſi dans l'Hiſtoire naturelle de la Nouvelle

* *Hiſteria Moſchi ad normam Academiæ Naturæ curioſorum.*

† *Voyez les Mém. de l'Ac. Royale des Sc. année 1725. page 464.* ‡ *Liv. II. ch. 76.*

le Eſpagne, par François Hernandes *, la figure d'une Civette Amériquaine, qui paroît y avoir encore plus de rapport; cependant elles diffèrent, comme on peut le voir en conferant les deux figures avec celle que l'on trouvera ici. On trouvera auſſi de la difference entre la figure extérieure du Muſc, & celle des deux Civettes de M. Perrault, dans ſes Mémoires pour ſervir à l'Hiſtoire des Animaux. Le corps du Muſc eſt plus délié & plus lévreté ; ſa queue eſt plutôt blanche que griſe, coupée par huit anneaux noirs, poſés en maniere de cercles paralleles, larges chacun d'environ trois lignes, ce que n'a point la queue de la Civette. Il eſt couvert d'un poil doux & à demi ras, partout d'égale longueur. L'on voit tout au contraire dans la Civette de M. Perrault, tout le long du dos juſqu'à la naiſſance de la queue, le poil plus long & plus hériſſé qu'à tous les autres endroits. Le Muſc étoit tigré de gris, la Civette étoit tigrée de couleurs differentes; les taches de celle-ci formoient des bandes circulaires autour du corps, les taches du Muſc en formoient de paralleles ſelon ſa longueur, depuis les épaules juſqu'au bas du corps ; il avoit un pied huit pouces de long depuis le bout du muſeau juſqu'à la naiſſance de la queue, qui étoit longue d'environ quinze pouces.

Le muſeau étoit pointu, garni de mouſtaches, il étoit couvert d'une peau griſe, ſes oreilles étoient plus plattes que celles d'un Chat;

* *Page* 538.

Chat; il avoit au deſſous des oreilles un double collier noir & deux bandes noires de chaque côté qui naiſſoient du ſecond collier, & finiſſoient aux épaules; il avoit les pattes noires, celles de devant n'avoient que quatre doigts, armés chacun d'un ongle court, moins fort & moins pointu que ceux des Chats, le 5e doigt étoit ſans ongle, & ne portoit pas à terre; le dedans des deux pattes étoit plus maigre, & auſſi doux que dans les Chats; les pattes de derriere avoient cinq ongles portant tous à terre, conformés à peu près de même; les papilles de la langue étoient tournées comme celles du Chat, ſans être ni ſi dures, ni ſi âpres.

Je ne m'arrêterai pas davantage à parcourir le dehors du Muſc, ni à faire remarquer toutes les differences extérieures du Muſc & de la Civette; il ſera aiſé de les appercevoir pour peu qu'on conſidere les figures. Ce détail eſt d'autant moins néceſſaire, que la plus grande difference qu'il y a entre le Muſc & la Civette, ſe tire moins de leurs parties extérieures, que de la ſtructure particuliere de l'organe, qui fournit à chacun de ces animaux ſon parfum.

La ſtructure de l'organe du parfum des deux Civettes de M. Perrault, eſt fort differente de celle de l'organe d'une Civette dont M. Morand a donné depuis peu un Mémoire à l'Académie. Nous allons voir dans la ſuite de celui-ci, que cet organe dans le Muſc, eſt très different de celui des trois Civettes.

En ouvrant les cuiſſes de notre Muſc qui étoit

étoit femelle, on découvre l'ouverture de la vulve *A*, (*Planche II. Fig.* 1.) que je n'apperçus qu'après l'avoir dilatée, tant elle m'avoit d'abord paru reſſerrée. Immédiatement au-deſſus on voit un Clitoris *a*, qui reſſemble à une verge par ſa groſſeur, la figure du gland & celle de ſon prépuce; j'eus même quelque ſoupçon que c'étoit un mâle, j'en fus déſabuſé par la ſuite de mes Obſervations.

Au-deſſous de la vulve, on voit une fente *B*, *B*, à chaque côté de laquelle il y a une élevation formée par deux corps glanduleux *C*, *C*, qui avant que les cuiſſes fuſſent ouvertes reſſembloient à deux teſticules par leur groſſeur, leur figure, leur ſituation & leurs envelopes. Au-deſſous de la fente on voit le fondement *D*, à côté duquel il y a deux petits trous noirâtres *E*, *E*, qui ſont les ouvertures de deux ſacs longs d'environ quatre lignes, dans chacun deſquels j'introduiſis aiſément un ſtilet d'une groſſeur ordinaire. En preſſant les deux ſacs, qui me parurent ſitués chacun de ſon côté dans l'épaiſſeur des membranes extérieures du rectum, j'en ai fait ſortir cinq ou ſix gouttes d'une liqueur noirâtre, épaiſſe & extrêmement puante, d'une odeur differente & beaucoup plus deſagréable que celle des matieres fécales de l'animal, qui puoient auſſi beaucoup; l'une & l'autre de ces odeurs n'avoient rien qui reſſemblât au parfum du Muſc.

En écartant les deux levres *b*, *b*, de la fente *B*, *B*, qui étoient fort ſouples, & qui prêtoient aiſément, on découvroit une cavi-

té dans laquelle se trouva une pâte visqueuse d'une couleur ambrée, qui en enduisoit toute la surface; c'est la liqueur, l'huile, ou plutôt la pommade odorante, le parfum ou le vrai Musc, qui, comme nous l'avons dit, avoit la consistance d'une pommade ordinaire. Nous l'appellerons dans la suite de ce Mémoire, *pommade odorante* ou *parfum*. A l'ouverture de la cavité, l'odeur de ce parfum se trouva si forte, que je ne pus l'observer sans en être incommodé. Cette cavité est tapissée d'une membrane tendineuse, qui a du ressort, qui est fort plissée, & par conséquent capable de beaucoup d'extension. Dans sa situation naturelle & ordinaire, on peut se la représenter comme un Porte-feuille fermé, & dont les deux côtés seroient un peu plissés.

En tirant les deux levres *b*, *b*, également chacune de son côté, ainsi qu'on ouvriroit entierement un carton plié en forme de Porte-feuille sur une table, on découvre l'intérieur de la cavité, formant un plan horizontal & circulaire *F*, (*Fig.* 2.) La ligne *G*, *G*, *G*, qui va de la commissure inférieure des levres du vagin au fondement, & qui coupe le plan en deux parties égales, représente la charniere du Porte-feuille: cette ligne marque l'endroit de la séparation des deux glandes qui s'ouvrent chacune de son côté dans le sac par un grand nombre d'ouvertures dont nous parlerons plus bas. Cette ligne trace un diametre qui partage en deux demi-cercles la membrane qui forme le sac; si l'on tire la levre du côté droit horizontalement,

&

& qu'on renverſe la levre gauche au-deſſous du plan horizontal, le demi-cercle droit *F*, (*Fig.* 4) de la poche paroît en entier & avec un peu de ſaillie, ſéparé du gauche par le diametre *G*, *G*, *G*, tandis que le demi-cercle gauche ne paroît qu'en partie, le reſte étant caché par la glande ſous laquelle la levre gauche a été renverſée.

Si on renverſe les levres ſupérieures de la poche, (*Fig.* 5) & qu'on les enfonce beaucoup ſous les glandes, on voit toute la ſurface inférieure de la poche avec une bordure liſſe 2, 2, 2, qui eſt entre la peau intérieure du ſac & le poil extérieur; cet eſpace liſſe ne paroît qu'au bas de cette Figure 5. Il exiſte pourtant dans toute la circonference de la poche. Il ne paroît pas dans la Figure 2, ni dans la Figure 3, qui eſt la répétition de la même Figure 2, détachée du ſujet, parce que les levres ne ſont pas renverſées au-deſſous de la ſurface horizontale, ni dans la Figure 4, parce que le demi-cercle droit n'eſt pas aſſez renverſé, & le demi-cercle gauche l'étant trop, la bordure liſſe & celle du poil, ſont cachées ſous les deux glandes. J'ai cru donner une idée plus claire du ſac, en faiſant voir ſa ſurface & ſa circonferenee dans toutes ces differentes poſitions.

La ſurface du ſac eſt percée comme un crible, ainſi qu'on le voit dans les quatre dernieres Figures qu'on vient d'examiner; c'eſt par ce crible que le parfum paſſe des deux glandes *C*, *C*, (*Fig.* 1) dans la poche commune qui eſt unique, & que nous avons presque toujours appellée *Sac*. J'ai compté juſ-

qu'à ſoixante trous ou environ ſur chaque moitié du crible : une partie de ces trous qui ſont preſque au centre de chaque moitié de ce crible, ſont plus grands que ceux de la circonference qui tiennent à la bordure liſſe 2, 2, 2, & à la ligne *G*, *G*, *G*, qui forme le diametre du crible. C'eſt par ces grands trous que les follicules qui compoſent le centre de la glande, vuident leur pommade dans le ſac. Il y a dans cette partie du ſac un enfoncement d'environ cinq lignes de long, ſur deux de large, & une demi-ligne de profondeur. C'eſt par le reſte des trous qui ſont plus petits que les précédens, que les petits follicules qui compoſent la circonference de chaque glande, vuident leur parfum dans le ſac. Il y a un enfoncement à la ſurface de chaque glande : ſi on obſervoit de près ces enfoncemens, on les prendroit pour de vrais trous.

Chacun de ces trous avoit une bordure noire, auſſi déliée qu'un trait de plume fort fin ; le milieu des trous paroiſſoit noir, lorsqu'il n'y avoit point de pommade dans ſon ouverture ; lorſqu'il y en avoit, on voyoit la couleur ambrée du parfum, comme un point jaune au milieu de la bordure noire du trou. La partie de la membrane de la poche qui étoit entre les bordures noires de chaque trou, étoit blanche & extenſible comme un réſeau ; elle avoit auſſi un reſſort qui rapprochoit ſi fort les trous l'un de l'autre, que ſi l'on preſſoit les glandes ſans étendre la membrane qui ſoutenoit les trous, le parfum ſortoit par un gros jet, formé par la réunion d'un

d'un grand nombre de jets, qui étoient tellement confondus, qu'on auroit cru que ce n'étoit qu'un seul jet sortant d'un seul trou; tels sont les jets d'eau qui sortent par un tuyau qui a dans son extrémité plusieurs trous séparés par de très petits intervalles.

La premiere fois que j'apperçus ce gros jet en pressant les deux glandes, je crus que chacune n'avoit qu'un trou dans son milieu à l'endroit des enfoncemens que j'ai observés, & je crus ces deux trous tels qu'ils sont représentés dans le sac de la Civette de M. Perrault, 1, 1. Je jugeai ces trous si grands par le diametre du jet, que je crus pouvoir facilement y introduire un gros stilet d'argent; mais l'ayant essayé inutilement, j'étendis la peau, je la ratissai pour enlever la pommade exprimée qui la couvroit, & je vis les trous tels qu'ils sont représentés dans les Figures 2, 3, 4 & 5. Je ne pus y introduire que des soyes de cochon; j'eus beau vouloir pousser de l'air dans ces trous, au moyen d'un tuyau délié, l'air ne les pénétra point. Je l'attribuai à la plénitude des vesicules, & à la qualité du parfum qui les bouchoit & en colloit les parois. Il y avoit sur la surface de cette membrane à peu près autant de poils noirs qu'il y avoit de trous, & de la même nuance de leurs bordures; ils étoient longs d'environ une ligne & demie, gros & forts dans leur base, plus pointus dans leurs extrémités que des poils ordinaires, plus aisés à arracher, & étant arrachés, on voyoit un trait grisâtre dans leur racine, qui paroissoit sortir d'un Oignon, tels qu'ils sont représen-

tés dans la Figure 7. Il n'en étoit pas de même d'une autre eſpece de poil qu'on voyoit dans la cavité; ils étoient blonds, de la couleur du parfum, plus longs que les noirs, quoiqu'il y en eût de differente grandeur, plus cylindriques, faits à peu près comme ils ſont repréſentés dans la Figure 9e. Je crus auſſi en voir, qui déliés comme les précédens, étoient faits en maniere de fuſeau, plus gros dans leurs extrémités, tels qu'on les voit dans la Figure 8. On tiroit tous les poils blonds avec des pincettes, ſans la moindre réſiſtance; on en trouvoit qui paroiſſoient être ſans racines, & couchés dans les intervalles blancs de la membrane; il y en avoit d'autres qui paroiſſoient en ſortir. M. Morand a vu dans la Civette ſortir des mêmes trous & en même tems le parfum & les poils, mais je n'ai pu voir la même choſe dans le Muſc; le parfum eſt toujours ſorti ſeul en maniere de pommade moulée, ſous la forme des Vermicelli, ainſi qu'il eſt repréſenté dans la Figure 6e.

Je n'ai pas vu reparoitre des poils noirs dans les endroits du ſac d'où je les avois arrachés: il n'en a pas été de même des poils blonds; après avoir ôté tout ce que j'en ai vu dans un coin du ſac, j'en ai trouvé deux jours après un aſſez grand nombre ſur le même coin du ſac, d'où j'avois cru les avoir ôtés. Ces nouveaux poils me parurent enfoncés & ſortir d'entre les eſpaces des bordures noires, & non des trous du parfum, comme il a été dit.

Je n'ai pas cru que tous ces nouveaux poils

poils euſſent été arrachés de la peau de l'animal, & qu'ils euſſent gliſſé dans le ſac, parce que j'en ai trouvé pluſieurs enfoncés aſſez avant dans le corps réticulaire qui eſt entre les trous du parfum, & qu'ils n'avoient pas l'organiſation des poils: ce qui me fait ſoupçonner qu'une partie de la matiere du parfum contenue dans les véſicules, ſe gliſſe dans des routes qui ſont vraiſemblablement pratiquées dans l'eſpace réticulaire fort poreux, qui ſe trouve entre les trous du parfum, & que nous avons dit être très extenſible; que cette matiere plus propre à ſe durcir que le reſte du parfum, & à prendre la conſiſtance de poil, y acquiert cette conſiſtance, & s'y moule ſuivant la forme du tuyau. Or, ce tuyau ſuſceptible de differentes contractions, peut mouler & fournir des filets ſemblables à des poils diverſement moulés, & en fournir autant que les tuyaux pourront en contenir. Ces poils, ou plutôt ces filets, n'ont pas, comme a il été dit, la vraye organiſation des poils ordinaires; c'eſt une liqueur détachée & moulée en filets. Les nouveaux qui ont paru deux jours après que j'eus ôté tous ceux qui étoient dans un coin du ſac, ont apparemment été exprimés de leurs conduits à force de manier l'organe, qu'on ne ſauroit trop retourner de tous les côtés & en tous ſens, pour le bien obſerver. Tout ce qui vient d'être décrit a été obſervé ſans aucune diſſection.

Si l'on ouvre la peau du ventre, du côté gauche, depuis le haut de la région ombilicale juſqu'à l'anus, & qu'on la renverſe ſur le côté droit, on découvre une de ces glan-

de

des *C*, que nous avons dit reſſembler à des teſticules: c'eſt la glande du côté gauche qui eſt renverſée ſur le côté droit, ſous laquelle la glande droite eſt cachée. Outre la peau qui lui ſert d'envelope ou de bourſe, elle eſt couverte de ſon muſcle qui eſt bien different de celui des Civettes de M. Perrault. Ici il eſt unique dans ſon origine & dans ſon corps, il eſt double dans ſes extrémités, dont l'une envelope la glande droite; & l'autre la gauche, comme on va le faire voir.

Il eſt formé par un grand nombre de filets tendineux *AAAAA*, (*Planche III. Fig.* 1.) qui ſortent comme autant de rayons de l'eſpace de la partie inférieure & antérieure des muscles de l'abdomen qui eſt compriſe depuis la crête de l'os des iles du côté droit, juſqu'à la crête de l'os des iles du côté gauche. Ces filets tendineux qui paroiſſent naitre & s'échapper en partie de la propre ſubſtance des grands obliques, & en partie de la membrane qui leur eſt intimement collée, prennent du corps, rougiſſent à meſure qu'ils s'éloignent de leur naiſſance, & s'étant réunis vers la partie ſupérieure de l'union des os pubis, ſur leſquels ils ſont ſimplement couchés, ſans y être en nulle façon attachés, forment un muſcle *B*, aſſez conſiderable. On voit à la partie inférieure des os pubis, le point *D* de la diviſion en deux portions égales. L'une de ces portions *E* deſcend ſur la glande du côté gauche, & l'envelope exactement dans toute ſa circonference, & l'autre va envelopper de même la glande droite.

L'extrémité des filets charnus qui excedent toute

toute la circonference des glandes, après les avoir exactement embraſſées, va ſe terminer à la peau qui forme les deux levres du ſac du parfum. Ce muſcle ſoutient les glandes, les exprime, & reſſerre le vagin. On ne voit dans cette poſition qu'une portion du muſcle: j'ai cru que pour en donner une idée claire, il falloit le repréſenter dans ſa partie antérieure & poſtérieure.

On voit la face antérieure du muſcle dans la même Planche III. Fig. 2, on y voit l'entrée de la vulve *F*, les deux levres *HH* de la fente du ſac du parfum, couvertes d'un peu de peau, l'anus *I*, la naiſſance du muscle *AAAAA*, ſon corps arrondi *B*, les deux portions *EE* de ſon corps, l'une à droite, & l'autre à gauche, envelopant chacune de ſon côté ſa glande: la peau qui eſt entre la vulve & la fente du parfum étant ôtée, on voit deux détachemens de fibres charnues *GG*; celui qui part du muſcle qui couvre la glande droite, va confondre ſes fibres avec celles du muſcle gauche, & les détachemens des fibres ſe croiſant ſous la vulve *F*, doivent la ſerrer, ſur-tout dans la contraction du muſcle.

On voit la face poſtérieure du muſcle dans la même Planche, Fig. 3. Elle repréſente la naiſſance du muſcle *AAAAA*, ſon corps *B*, ſa diviſion *D* en deux portions *E*, qui embraſſent chacune de ſon côté ſa glande, & les détachemens *G*, *G* des fibres de chaque muſcle, qui embraſſent le vagin *F*, collé au clitoris *X*, coupé tranſverſalement.

Nous n'avons parlé que du muſcle & des glan-

glandes du parfum : on aura une idée plus claire de la vraye poſition de cet organe, en examinant les parties extérieures du ſexe de l'animal, repréſentées dans la Planche III. Fig. 1ere.

On y voit la route *EF* du vagin, paſſant entre les deux glandes, & ponctuée juſqu'à ſon orifice extérieur, dans lequel on a mis un ſtilet *G*; le corps du clitoris *H* paroît au deſſus du vagin; on voit auſſi ſon corps caverneux gauche *I*, qui prend ici ſon origine comme à l'ordinaire, & s'unit avec le droit, qui dans cette poſition eſt caché ſous le gauche, & étant réunis, ils vont former le corps du clitoris *H* qui eſt beaucoup plus gros qu'on n'auroit dû l'attendre dans un auſſi petit animal. Le clitoris eſt ſoutenu & rapproché de la partie inférieure de la commiſſure des os pubis, par un fort ligament *N*; le muſcle érecteur *L*, naît à l'ordinaire de l'éminence de l'iſchium. On voit auſſi au-deſſous du clitoris ſon muſcle accélérateur gauche *M*, qui prenant ſon origine de la partie latérale gauche du ſphincter de l'anus *O*, va ſe terminer vers le milieu du clitoris *H*; l'anus *O* a ſon ſphincter *QQ*, compoſé de fibres circulaires, dont le trouſſeau eſt très fort: on voit auſſi la direction des fibres longitudinales *K*.

Pour reconnoitre la ſtructure de la glande, il a fallu détacher le muſcle qui l'envelope : je l'ai trouvé lié avec elle par des filets tendineux qui formoient une membrane ferme, quoique très mince, dont tout le corps de la glande m'a paru être couvert. Pour l'en ſé-

ſéparer, il a fallu rompre pluſieurs filets tendineux qui plongeoient dans les intervalles des follicules, dont j'ai vu que la glande étoit compoſée. Les follicules étoient étroitement liés par ces filets, & par des branches d'arteres & des veines très fines, dont le tronc qui étoit auſſi plus délié que je ne l'aurois cru, paroiſſoit venir des branches honteuſes internes qui naiſſent des hypogaſtriques. Le reſte des fibres charnues qui excédoient la circonference de la glande, alloit ſe perdre par des filets tendineux dans le tiſſu de la peau, & particulierement à la circonference des levres du ſac du parfum, comme il a été dit : cette portion de muſcle peut ſervir à écarter les levres du ſac, à l'ouvrir & à faciliter par conſéquent, dans le beſoin, la ſortie du parfum. Quelques filets doivent auſſi, par leur direction oblique & diverſement entrecroiſée, ſuivant la longueur des deux levres de la fente, les rapprocher, & leur ſervir de ſphincter.

La portion du muſcle qui couvroit la glande gauche *E*, (*Planche III. Fig.* 1.) ayant été entierement détachée du corps de la glande, & renverſée ſur le côté droit, le corps de la glande gauche s'eſt montré, par ſa partie poſtérieure, de la couleur de la pommade qui s'y filtre (*Planche IV. Fig.* 1.)

Si on examine la ſurface de la glande *M*, on ne voit que le fond des differentes poches, ſacs ou follicules *aaaa*, dont elle eſt compoſée. A côté du globe de la glande, & ſur les bordures, on voit pluſieurs véſicules *NNNN*, de la même couleur, & de la même nature que celles dont le corps de la glan-

glande eſt compoſé, mais plus petites & plus plattes. Leur iſſue, dans la circonference des membranes qui forment la poche du parfum, eſt plus petite que l'iſſue des vrais follicules dans le ſac. Elles vuident, comme nous l'avons dit, leur pommade par les petits trous que nous avons obſervés, tant ſur le diametre de la ſurface du ſac, qu'aux environs de la bordure liſſe, & ſur toute la circonference de chaque glande. Les follicules ſe ſéparent aiſément les uns des autres, pourvu qu'on ait rompu les filets qui les lient. Cette ſtructure ſinguliere eſt clairement repréſentée dans la Planche IV. Fig. 2, où la glande détachée du corps de l'animal eſt vue de côté; on y voit auſſi la membrane propre *B* renverſée, qui couvroit divers follicules *eeeeee* que l'on voit en entier, attachés par leur côté à la membrane qui forme le ſac du parfum. C'eſt par l'ouverture de ce côté qu'elles vuident leur pommade dans le ſac.

Pour donner une idée plus claire du follicule, j'en ai détaché un du corps de la glande, (*Planche IV. Fig.* 3.) Le fond du follicule *D*, eſt beaucoup plus large que ſon cou *E*, par où le parfum ſe vuide; on voit l'aboutiſſement de ce trou du follicule (*Planche IV. Fig.* 4.) auſſi bien que ſa membrane propre *B*, (*Fig.* 2.) ouverte, & qui laiſſe voir les ouvertures *GGGGGG*, des follicules *ffffff*, qui aboutiſſent dans le ſac du parfum. Ce ſont les mêmes trous que nous avons dit être au nombre d'environ 60, ſur chaque demi-diametre du ſac (*Fig.* 2, 3, 4 & 5, *Planche II.*).

Lors-

Lorſque les follicules ſont pleins de pommade, les glandes ſont groſſes & dures; elles ont diminué auſſi bien que les follicules, à meſure que j'en ai exprimé la pommade.

Si on ouvre le fond d'un follicule, avant que d'en avoir détaché aucun autre de la glande, & qu'on y pouſſe de l'air au moyen d'un tuyau, il ſe gonfle; l'air ſort par la même ouverture que le parfum; pluſieurs autres follicules de ſon voiſinage ſe gonflent en même tems, & de proche en proche, preſque tous les follicules ſont remplis d'air, mais principalement les grands follicules du milieu, ce qui prouve que les follicules s'ouvrent les uns dans les autres; la glande devient par cette opération preſque auſſi groſſe & auſſi ferme qu'elle l'étoit avant qu'on en eût vuidé la pommade.

Si après avoir ſéparé un follicule de ceux de ſon voiſinage, on y pouſſe de l'air avec un tuyau, l'air le gonfle & ſort par pluſieurs ouvertures laterales, par leſquelles il communiquoit ſans doute avec les follicules voiſins.

Si on ouvre un follicule ſelon ſa longueur, on découvre avec la loupe de très petites ouvertures, qui pourroient bien être la communication d'un follicule à l'autre. La vîteſſe avec laquelle l'air pouſſé par le fond d'un follicule, paſſe dans les follicules voiſins, fait juger qu'ils doivent communiquer par pluſieurs ouvertures; précaution utile pour favoriſer le cours & l'évacuation d'une liqueur, qui par ſa conſiſtence, auroit pu être retenue trop longtems dans ſon réſervoir, ſi elle n'avoit eu que la reſſource d'une ſeule ſortie.

Ce même follicule ouvert ſelon ſa longueur,

gueur, (*Planche IV. Fig. 5 & 6,*) * montre dans sa cavité sept ou huit cellules irrégulieres de differentes grandeurs, séparées par des membranes fortes & tendineuses; chacune de ces cellules en contient plusieurs autres petites, au fond desquelles on découvre des grains glanduleux rougeâtres, qui ressemblent en petit aux papilles des reins, & qui s'ouvrent dans leurs petites cellules, ainsi que les papilles des reins dans leurs entonnoirs. Ces grains glanduleux sont de differente grandeur. C'est apparemment à travers leur substance que la pommade ou le parfum est filtré. La premiere cellule à laquelle le mamelon est adapté, lui sert d'entonnoir; de-là il passe de cellule en cellule, des petites dans les grandes, jusqu'à ce que le follicule soit rempli; alors la contraction du muscle qui envelope la glande, & d'autres causes que je ne parcours point, expriment dans le sac le parfum qui étoit renfermé dans les follicules, & dans le besoin font sortir le parfum du sac.

Cette organisation singuliere qui découvre de nouveaux moyens pour retenir & conduire les recrémens selon leur nature & leur destination, ne nous apprend rien de ce qui se passe dans le principe des sécretions qui se font dans l'homme & dans les animaux. Il y a lieu de croire que les arteres portent dans les papilles du sac, qui sont ses vrayes glandes, ou ses vrais couloirs, un sang qui y dépose la matiere du parfum qui fait partie

* *La Figure 5 représente les follicules au naturel, & la Figure 6 les représente grossis par la Loupe.*

tie de ſa maſſe ; le réſidu rentre par le moyen des veines & apparemment des vaiſſeaux de lymphe, que je n'ai point vu ici, dans le commerce de la circulation. Mais comment le parfum s'eſt-il ſéparé de la maſſe du ſang ? Quelle a été cette manipulation ? C'eſt-là ce principe des ſécrétions, ce point d'Anatomie que les plus grands Anatomiſtes n'ont encore pu mettre en évidence. Ils ne retireront de cette nouvelle organiſation aucune nouvelle lumiere pour développer cet ancien myſtere. Tout ſe réduit ici à la ſeule difference de la conformation extérieure de la glande, de la forme de ſon récipient, & du reſte de la conduite du recrément d'avec les glandes ordinaires. Differences dignes d'être obſervées, d'être comparées avec ce qu'on trouve dans l'homme & dans les animaux, pour connoître les divers moyens employés pour les mêmes opérations. Nous devons nous en tenir là, juſqu'à ce que ces variétés mieux connues, nous faſſent voir les autres avantages qu'on en peut retirer.

Le rein du Dauphin dépouillé de ſa membrane extérieure ſe diviſe aiſément en un très grand nombre de lobules ou follicules, qui imitent une grappe de raiſin dont les grains ſont allongés. C'eſt de tous les organes glanduleux que je connois dans les animaux, celui que j'ai trouvé qui approchoit le plus de l'organe du Muſc. Les grains glanduleux qui ſont dans l'intérieur des follicules ſont petits, mais leur ſtructure reſſemble aſſez à celle des mamelons ou des papilles des reins, & ſont embraſſés par leurs véſicules, ainſi qu'ils

qu'ils le ſont dans les reins par leurs entonnoirs ; les grains glanduleux & les premieres véſicules du Muſc ſont de vrais mamelons & de vrais entonnoirs ; la pommade & l'urine dans ces deux organes ſont ramaſſés à peu près de même, mais le reſte de leur conduite ne ſe reſſemble plus.

La pommade dans les follicules & dans le ſac s'eſt trouvée d'une force extraordinaire deux jours après la mort de notre Muſc. Obſervation contraire à ce qu'en ont publié pluſieurs Auteurs, ſur la foi des Marchands & des Voyageurs qui aſſurent que la pommade eſt fort puante lorſqu'on la retire de l'animal, & qu'en vieilliſſant dans ſes bourſes, elle prend peu à peu le parfum & la qualité de Muſc, toujours plus fort à meſure qu'il eſt gardé plus longtems.

Cette erreur doit être imputée à la façon dont on détache les bourſes. Les Chaſſeurs & les Marchands qui ne ſont pas Anatomistes, ouvrent en faiſant cette opération, le gros boyau & les deux poches qu'il a à ſes côtés, qui donnent une liqueur d'une odeur extrêmement puante ; ils ouvrent & enlevent le boyau & ces deux poches, ils les renverſent pour enfermer le parfum, ils les lient & les ſerrent, comme une bourſe de païſan, pour l'empêcher de s'échapper ; ſon odeur, quoique forte, ne perce point à travers la poche qui eſt fort épaiſſe, & enduite extérieurement des matieres fécales & de la liqueur puante que j'ai obſervée ; la mauvaiſe odeur qui eſt au dehors ſe diſſipe avec le tems, au-lieu que le Muſc bien enfermé ne

perd

perd rien, & ſe fait ſentir fortement à la premiere ouverture du ſac.

Il eſt conſtant que le parfum durant la vie du Muſc, & d'abord après ſa mort, eſt d'une violence extrême.

Pluſieurs perſonnes ont cru que toutes les parties de l'animal fourniſſoient une odeur de la même nature. J'ai lieu de croire qu'il réſide uniquement dans la pommade & dans l'organe qui la filtre & la contient; ſi les autres parties en ont quelque impreſſion, elle leur eſt étrangere, c'eſt la pommade qui la leur a donnée. Voici les expériences qui m'autoriſent à le croire.

J'ai coupé une portion du poumon, du foye, de la ratte, des muſcles pectoraux, de ceux des épaules & du dos. J'ai imbibé une petite éponge fine de tout le ſang & de toute l'humidité que j'ai trouvé dans la poitrine & dans le bas-ventre; j'ai renfermé toutes ces parties dans differentes armoires d'une autre chambre que celle où je travaillois, je les ai viſitées tous les jours juſqu'à ce qu'elles ayent été pourries ou deſſéchées; elles n'ont jamais donné d'autre odeur que celle du ſang, ou d'une chair ordinaire pourrie ou deſſechée, ſans aucune odeur de Muſc; je les ai fait ſentir à diverſes perſonnes qui ne ſavoient ce que c'étoit, & qui n'y ont pas trouvé la moindre odeur de Muſc.

La qualité des alimens peut augmenter la production de la pommade, elle peut même fortifier ou affoiblir l'odeur du parfum. Il y a pourtant apparence que les diverſes préparations qu'ils reçoivent dans le corps

de l'animal, ou plutôt la ſtructure ſinguliere du couloir à travers lequel la ſécrétion ſe fait, y contribue davantage; celui-ci ne vivoit que de viande crue, & le parfum qu'il fourniſſoit avec abondance, étoit exceſſivement fort.

Je connois un homme de condition qui ne voudroit pas être nommé, dont le deſſous de l'aiſſelle gauche fournit, ſur-tout durant les chaleurs de l'Eté, une odeur de Muſc ſurprenante, qui ſeroit même très incommode dans la ſociété, s'il ne prenoit des précautions pour l'affoiblir. L'aiſſelle droite eſt preſque ſans odeur.

Il s'eſt trouvé dans chacune des grandes véſicules dont les glandes étoient compoſées, le poids d'environ trois grains de pommade; & dans les petites, environ la moitié ou le tiers de moins que dans les grandes, ce qui fait en tout environ une demi-once de vraye pommade, ſans mêlange d'aucune autre ſubſtance: c'eſt à peu près la quantité de vrai Muſc que l'organe de notre animal pouvoit contenir.

EXPLICATION DES FIGURES.

PLANCHE I.

Où l'on voit la Figure extérieure du Muſc.

PLANCHE II.

Les Figures de cette Planche font voir les parties extérieures de l'organe qui fournit le par-

parfum, & celles des environs.

La *Figure* 1, montre l'animal dont on a écarté les cuisses.

A. L'ouverture de la vulve.

a. Le clitoris.

B B. Fente ou ouverture du sac qui contient le parfum.

b b. Les deux levres de ladite fente.

c c. Les deux glandes qui fourniſſent le muſc ou le parfum, couvertes de leurs enveloppes extérieures.

D. L'ouverture du fondement.

E E. Ouvertures de deux poches ſituées à droit & à gauche de l'anus.

La *Figure* 2, fait voir l'animal dans la même ſituation que dans la Figure précédente, mais les deux levres *b b*, de la fente *B B*, ſont tirées horizontalement dans cette figure; par cette opération la ſurface du ſac qui contient le parfum eſt découverte, tandis que le fondement, auſſi-bien que les parties extérieures de la génération, ſont cachées. On a cru, pour donner une idée plus claire de cet organe, ne pouvoir éviter les répétitions qu'on verra.

F F. Surface du ſac telle qu'on la voit lorſque les deux levres *b b*, de la fente ſont tirées également chacune de ſon côté, formant un plan horizontal & circulaire diviſé en deux demi-cercles.

G G G. Diametre du plan circulaire qui fait voir le fond du ſac, & qui eſt tracé par la jonction des membranes qui formoient le ſac; c'eſt à travers ces deux membranes, percées de pluſieurs trous, & collées chacune

ſur une portion de la ſurface de chaque glande, que le parfum diſtille des glandes dans le ſac; chaque membrane forme un demi-cercle.

La *Figure* 3, eſt la même que la précédente, & dans la même ſituation, mais détachée du ſujet.

La *Figure* 4, repréſente la même partie que la Figure précédente, & détachée de même du ſujet, mais dans une ſituation differente.

F. Demi-cercle droit.

G G G. Diametre qui ſépare le droit qui eſt entier, d'avec le gauche qui eſt renverſé en partie ſous la glande.

La *Figure* 5, repréſente la même partie, mais dans une poſition differente des deux précédentes.

F F. Surface du ſac repréſenté dans les Figures précédentes.

G G G. Diametre de la ſurface du ſac.

2 2 2. Bordure liſſe qui ne paroît que dans la partie inférieure de la ſurface du ſac, quoiqu'elle regne dans toute ſa circonference, & qui eſt ſituée entre la peau intérieure du ſac & le poil extérieur; c'eſt à raiſon de la poſition du ſac, qu'on ne la voit que dans la partie inférieure.

La *Figure* 6, fait voir la maniere dont la pommade, lorſqu'on preſſe le ſac, ſort des trous de ce même ſac repréſentés dans les Figures précédentes.

La *Figure* 7, montre les poils noirs ſitués à côté de chaque trou du ſac.

La

La *Figure* 8, montre les poils blonds en maniere de fuſeaux.

La *Figure* 9, fait voir des poils blonds comme les précédens, mais cylindriques.

PLANCHE III.

La *Figure* 1. *C.* La glande gauche du parfum renverſée ſur le côté droit, couverte de ſon muſcle, & cachant la glande droite du parfum.

AAAAA. Naiſſance du muſcle qui eſt tendineux, & qui part des muſcles du bas-ventre au-deſſous de l'ombilic, de l'eſpace qui eſt entre la crête de l'os des iles du côté gauche, & la crête de l'os des iles du côté droit.

B. Réunion des filets tendineux de ce muſcle à la hauteur de la partie ſupérieure des os pubis, où il forme un corps conſiderable.

D. Diviſion de ces muſcles en deux portions.

E. Portion gauche qui envelope la glande gauche.

C. Détachement des fibres du muſcle gauche qui vont ſous le vagin.

FF. Route du vagin ponctuée juſqu'à ſon ouverture extérieure, indiquée par le ſtilet *G* qu'on y a introduit, & qui eſt caché ſous la peau renverſée.

H. Corps du clitoris.

I. Corps caverneux gauche du clitoris.

L. Muſcle érecteur du clitoris.

M. Muſcle accélérateur du clitoris.

N. Ligament du clitoris.

O. L'anus.

P P. Les ouvertures des deux poches qui ſont couchées extérieurement ſur les deux côtés du rectum.

Q Q. Trouſſeau des fibres charnues circulaires, formant le ſphincter de l'anus.

K. Direction des fibres longitudinales qui coupent les circulaires à angles droits.

La *figure* 2, repréſente le muſcle dans ſa face antérieure.

A A A A A. Naiſſance du muſcle.

B. Corps du muſcle.

D. Diviſion du muſcle.

E E. Les deux portions du muſcle diviſé, dont l'une embraſſe la glande droite, & l'autre embraſſe la glande gauche.

F. Ouverture extérieure & antérieure du vagin.

G G. Détachement des fibres charnues qui ſe croiſent ſous le vagin dans ſa face antérieure, celles du côté droit vont ſe perdre dans le côté gauche, & celles du côté gauche vont ſe perdre dans le côté droit.

H H. Les deux levres de la fente du ſac du parfum, couvertes d'un peu de peau & de poil.

I. L'ouverture du fondement.

La *figure* 3, repréſente le muſcle de la Figure précédente, vu dans ſa face poſtérieure.

A A A A A. Naiſſance du muſcle.

B. Corps du muſcle.

D. Diviſion du muſcle.

E E. Les deux portions du muſcle qui couvrent la face poſtérieure des glandes.

F.

F. Ouverture du vagin qui a été coupé tranſverſalement à la partie poſtérieure des glandes.

G G. Détachement des fibres de la partie poſtérieure du muſcle embraſſant poſtérieurement le vagin, ainſi qu'il eſt embraſſé en devant par le détachement des fibres antérieures.

X. Le corps du clitoris coupé en travers, & vu par derriere.

PLANCHE IV.

Figure 1. Les parties de l'animal dans cette Figure ſont renverſées ſur le côté droit, ainſi que dans la Planche III. Figure premiere.

A A A A A. Naiſſance ou tête du muſcle.

B. Corps du muſcle.

D. Diviſion du muſcle.

E. Muſcle qui couvroit la glande gauche, qui en a été détaché & jetté ſur le côté droit.

F F. Le vagin.

G. Le corps du clitoris.

H. Ligament du clitoris.

I. Corps caverneux gauche, couvert du muſcle érecteur gauche du clitoris.

L. Fibres circulaires de l'anus formant le ſphincter.

M. Glande gauche dépouillée de ſon muscle, vue par ſa partie poſtérieure & couverte de ſa membrane propre.

a a a a. Fond d'une partie des ſacs dont la glande eſt compoſée.

NNNN. Plusieurs petites vésicules de la couleur & de la nature de celles dont le corps de la glande est composé, mais plus plattes & plus petites, & situées dans la circonference de la glande.

Figure 2. *A*. Corps de la glande gauche détachée du sujet.

B. Membrane propre de la glande renversée.

eeeeee. Divers follicules dont le corps de la glande est composé.

La *Figure* 3, représente l'un des follicules dont la glande est composée, détaché de la glande.

D. Fond du follicule.

E. Ouverture du follicule.

Figure 4. *ffffff*. Divers follicules.

GGGGGG. Les ouvertures des follicules dans le sac du parfum.

La *Figure* 5, représente un follicule ouvert, dans lequel on découvre plusieurs cellules irrégulieres de differente grandeur.

Figure 6. Le même follicule ouvert, & vu grossi par une loupe.

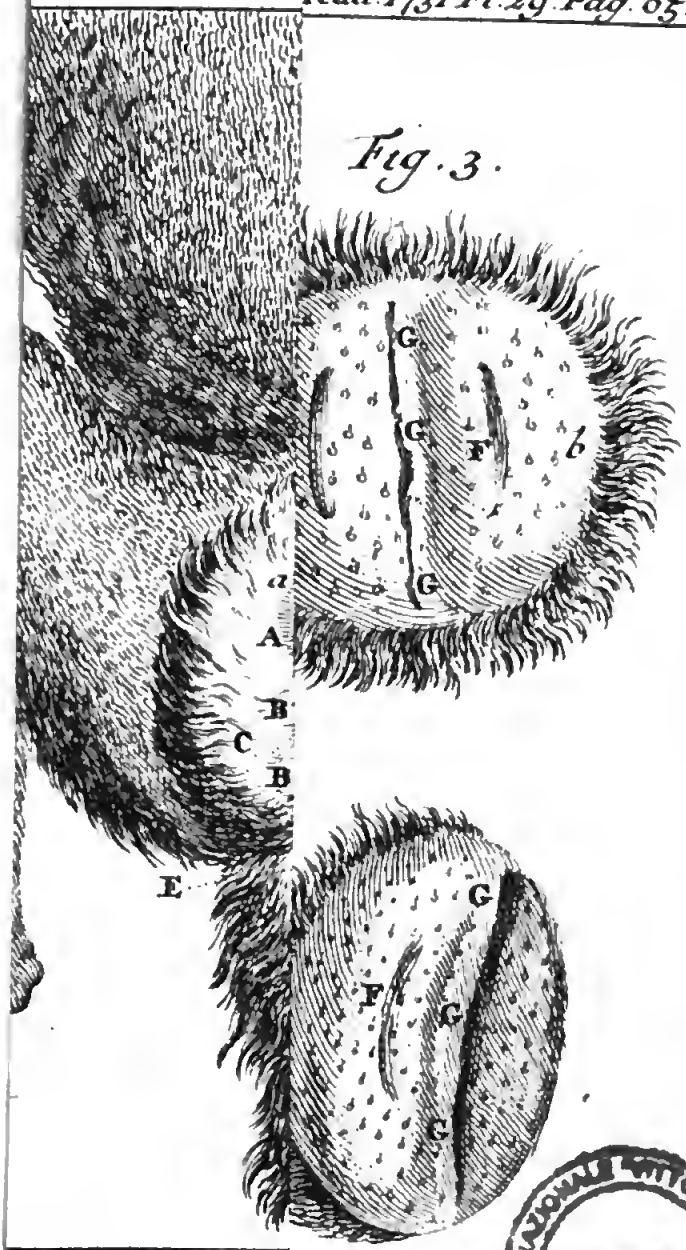
PROBLEME ASTRONOMIQUE.

Par M. DE MAUPERTUIS.

M. MAYER, placé dans un des Païs du Monde les plus propres à observer l'Aurore Boréale, a donné sur cette matiere une belle Dissertation qu'on trouve dans les Mé-

NAPOLI

Fig. 3.



NAPOLI

NAPOLI

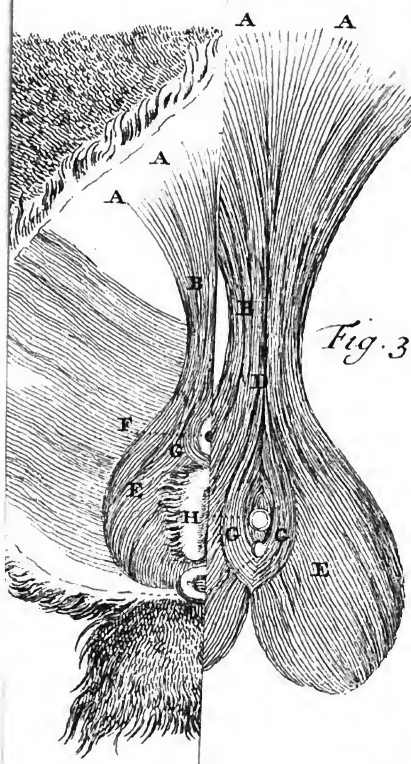


Fig. 3.

NAPOLI

Mémoires de l'Académie Impériale de Ruſſie pour l'année 1726. Il établit ſur des raiſons tirées de l'Optique, que les Aurores Boréales ſont formées d'une matiere lumineuſe, diſpoſée autour de la Terre, ſelon quelque cercle parallele à l'Equateur. Cela poſé, M. Mayer donne une règle, ſans figure ni démonſtration, pour connoître par une ſeule obſervation la diſtance de l'Aurore Boréale; & ſe réſerve à donner la démonſtration dans un autre tems.

Comme dans les Mémoires de 1727, qui ſont les derniers qui ſoient parvenus en France, l'on ne trouve point encore la démonſtration de la règle, l'utilité dont elle peut être m'a fait la chercher, & me fait la donner ici.

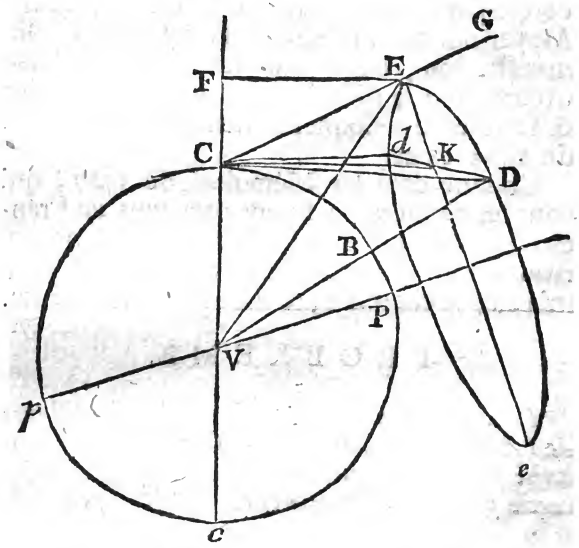
PROBLEME.

Trouver par une ſeule obſervation, la diſtance de l'Aurore Boréale, en ſuppoſant qu'elle eſt produite par une matiere lumineuſe qui forme un cercle parallele à l'Equateur.

Solut. Soit $CPcp$ le globe de la Terre, P le Pole, $EDed$ le cercle de matiere lumineuſe, C le lieu de l'Obſervateur, $CDKd$ le plan de l'horizon, VD la droite tirée du centre de la Terre au point de l'horizon où ſe perd l'arc ED.

Soit $VC=a$; $BD=c$; le ſinus de CKE, élevation de l'Equateur ſur l'horizon, $=q$; le ſinus de KCE, élevation du ſommet de l'arc lumineux, $=m$; le ſinus de l'angle CDK, complément de la moitié de l'angle compris

entre les deux arcs de l'Aurore dans l'horizon, $=g$; le sinus de KEG, somme des angles de l'élevation de l'Equateur, & de l'élevation du sommet de l'arc, $=b$. Tout cela pour le rayon r.



Soit $CE=z$, l'on a $CD=V(2ac+cc)$, $CK=\frac{g}{r}V(2ac+cc)CF=\frac{mz}{r}.CK.CE$, ou $\frac{g}{r}V(2ac+cc).z::b.q$, ou $2ac+cc=\frac{rrbbzz}{ggqq}$. Et $VE^2=VC^2+CE^2+2CV.CF$; ou $aa+2ac+cc=aa+zz+\frac{2maz}{r}$, ou $2ac+cc=\frac{rzz+2maz}{r}$.

Donc

Donc $\frac{rzz + 2maz}{r} = \frac{rrbbzz}{ggqq}$; d'où l'on tire z, ou $CE = \frac{2maggqq}{r(rrbb - ggqq)}$.

C'eſt la règle de M. Mayer, à une faute d'impreſſion près qui ſe trouve dans ſes dénominations, il dit $q = \textit{ſin. elevat. Poli}$, au-lieu de dire $q = \textit{coſin. elevat. Poli.}$

Il faut faire attention auſſi, que s'il entend par *dimidia amplitudo crurum*, la moitié de la largeur de l'Aurore, ou l'angle compris entre le rayon CK, interſection du plan du Méridien du lieu & de l'horizon, & le rayon CD, (ce qui paroît plus naturel que de prendre *dimidia amplitudo crurum* pour la diſtance du point D à l'Eſt) il faut lire *coſinus* pour *ſinus* dans ſes dénominations.

SUR UNE NOUVELLE ESPECE DE VEGETATION METALLIQUE.

Par M. DE LA CONDAMINE.

FEu M. Homberg donna en 1710 une Théorie générale des Végétations Chimiques, qu'il diſtribua en trois claſſes: * *J'ai mis dans la premiere*, dit le ſavant Chimiſte, *toutes celles qui conſiſtent dans un métal pur & mas-*

* *Mem. de l'Acad. 1710. p. 556.*

maſſif, ſans le mêlange d'aucune autre choſe. J'ai mis dans la ſeconde claſſe, toutes celles dont la compoſition conſiſte en un métal diſſous. Le diſſolvant reſtant mêlé avec le métal, & faiſant partie de l'arbriſſeau qui en eſt produit; la troiſieme claſſe eſt de celles qui ne contiennent rien de métallique, mais ſimplement des matieres ſalines, terreſtres & huileuſes.

* M. Petit de Namur, en 1722, fit de nouvelles recherches ſur cette matiere, & examina en particulier, dans deux differens Mémoires, un grand nombre de Végétations ſalines, où il n'entre rien de métallique, & qui appartiennent à la troiſieme claſſe de M. Homberg.

La nouvelle eſpece de Végétation qu'on ſe propoſe d'examiner dans ce Mémoire, paroît tenir à la ſeconde claſſe, étant produite par des métaux diſſous; mais comme cette ſorte de Végétation a un caractere particulier qui la diſtingue, non-ſeulement des autres de la ſeconde claſſe, mais auſſi de toutes les Végétations connues, dont elle differe par ce qui leur eſt commun à toutes, peut-être ſeroit-il plus à propos d'en faire une claſſe à part. En effet, quelque differens que ſoient les trois ordres diſtingués par M. Homberg, les Végétations qui les compoſent conviennent toutes en un point, qui eſt, qu'elles ont toutes quelque épaiſſeur & quelque ſolidité; les arbriſſeaux qui les compoſent ſont iſolés pour l'ordinaire, ou du moins ont beaucoup de relief, & leurs bran-

* *Mem. de l'Acad. 1722. pp. 129. & 456.*

branches ſont étendues en tous ſens, ſuivant les trois dimenſions; tels ſont l'arbre de Diane de M. Homberg, & l'arbre de Mars de M. Lemery: au-lieu que la nouvelle eſpece dont il eſt ici queſtion, eſt, pour ainſi dire, la projection des premieres; cette ſorte de Végétation s'étendant à plat ſur une ſurface, ſans aucun relief ni aucune épaiſſeur ſenſible. Si on en fait une quatrieme claſſe, on pourroit la diſtinguer ſous le nom de *Végétations planes*.

J'employe le terme de Végétation dans le même ſens que tous les Chimiſtes, qui ſe ſont accordés à donner ce nom à differentes productions de l'Art, ſeulement à cauſe de leur reſſemblance extérieure avec les Arbres & les Plantes; quoiqu'il n'y ait aucun rapport entre la façon dont les premieres ſe forment, & celle dont les Plantes végétent.

On pourroit m'objecter que les anciennes Végétations Chimiques méritent mieux ce nom, en ce qu'elles s'élevent perpendiculairement à l'horizon, comme les Végétaux ordinaires; mais comme les Plantes rampantes ſont également compriſes ſous le nom de Végétaux, & que nos Végétations planes prennent leur accroiſſement en s'étendant horizontalement comme elles; dans la néceſſité de leur donner un nom, j'ai cru qu'il étoit plus à propos de me ſervir d'un terme déja reçu en ce ſens, que d'en chercher un nouveau. D'ailleurs on verra dans la ſuite de ce Mémoire, que cette eſpece de Végétation n'eſt pas toujours horizontale, & qu'el-

le peut même devenir tout-à-fait perpendiculaire à l'horizon.

Si l'on verſe ſur une Agate polie ou ſur un morceau de glace ou de verre plat, quelques gouttes de diſſolution d'Argent, qu'on les étende ſur la ſurface du verre, & qu'après l'avoir poſé horizontalement, on place au milieu de la liqueur épanchée un petit morceau de Fer, par exemple, un clou poſé ſur ſa tête; à l'inſtant il ſe fera une petite fermentation très ſenſible autour du clou, d'où partiront en tous ſens, comme les rayons d'un cercle, de petits filets argentés très déliés qui croîtront à vue d'œil, & quelque tems après on verra pluſieurs figures d'arbriſſeaux avec des branchages très diſtincts, dont les tiges partant toutes de la tête du clou, comme d'un centre commun, s'étendront de tous côtés ſur la ſurface du verre, à pluſieurs pouces de diſtance, en ſe ſubdiviſant en plus petits rameaux dans tout l'eſpace occupé par la diſſolution. Ces rameaux auront la couleur & le brillant de l'Argent dans toute leur étendue, ſi ce n'eſt aux environs du centre, où la couleur ſera rougeâtre & ternie par un amas de rouille qui ſe fera autour de la tête du clou. Cette rouille occupera plus ou moins d'eſpace, ſelon que l'on aura mis plus ou moins de diſſolution, & qu'on laiſſera ſéjourner le clou plus ou moins longtems. La couleur de rouille ſe communiqueroit même de proche en proche à toutes les branches, ſi on laiſſoit le clou pluſieurs jours, & qu'il y eût aſſez de diſſolution pour ne pas ſe ſecher en peu de tems.

Les

Les figures de branchages ſont d'ordinaire auſſi parfaites que ſi elles avoient été deſſinées avec ſoin; avec cette difference, que les ramifications les plus déliées échappent à la meilleure vue, & que ſi on les examine avec une loupe, on en découvrira un grand nombre de plus petites au-delà de celles que l'on pouvoit à peine diſtinguer à la vue ſimple.

J'ai réiteré l'expérience pluſieurs fois, non-ſeulement avec le clou de Fer, mais avec d'autres matieres. Par differens eſſais, je me ſuis aſſuré qu'elle réuſſiſſoit toujours quand la matiere poſée ſur la goutte étendue étoit telle, que le diſſolvant de l'Argent y pût mordre avec plus de facilité que ſur l'Argent même; & comme le même procedé ſe peut obſerver à l'égard des differens métaux & minéraux, j'ai penſé que je pouvois en attendre à peu près le même ſuccès dans de pareilles circonſtances. Cette réflexion m'a déterminé à tenter la même expérience ſur les diſſolutions d'Or, de Cuivre, d'Etain, de Plomb, de Fer, &c. avec les matieres les plus convenables. J'ai commencé par rendre compte de l'effet de la diſſolution d'Argent employée avec le Fer, non ſeulement parce que ç'a été ma premiere expérience, & celle qui a donné lieu aux autres, mais auſſi parce que la Végétation produite par la diſſolution d'Argent & le Fer, m'a paru l'une des plus étendues & des plus diſtinctes que j'aye rencontré dans mes differentes tentatives; comme auſſi l'une de celles qui réuſſiſſent le plus ſurement, le plus vîte, & qui

qui demandent le moins d'appareil.

Voici par ordre, en commençant par l'Or, le réſultat de mes divers eſſais.

Les Figures gravées d'après les Végétations même, ne donneront qu'une idée imparfaite de la netteté & de la délicateſſe des ramifications qui ſe forment naturellement, & que l'Art ne peut imiter. Dans les Figures, les titres de *Végétation d'Or* & *Végétations d'Argent*, annoncent le métal dont la diſſolution a formé les rameaux des Végétations rangées ſous chacun de ces titres. Le caractere marqué dans le centre de chaque Végétation en particulier, déſigne le métal ou le minéral qui y a été employé en maſſe, & qu'on a poſé ſur la goutte de diſſolution. Par exemple, le caractére ♂, dans le centre de la 5me Figure, ſous le titre de *Végétation d'Argent*, ſignifie que c'eſt le Fer qui a été employé dans l'expérience avec la diſſolution d'Argent. Cette 5me Figure eſt celle de la Végétation produite par l'expérience qu'on vient de rapporter, de la diſſolution d'Argent & du clou de Fer.

On s'eſt ſervi dans les Figures, des caracteres ordinaires que les Chimiſtes employent pour exprimer les métaux, Or ☉, Argent ☾, Cuivre ♀, Etain ♃, Plomb ♄, Fer ♂; on y a déſigné le Léton ou Cuivre jaune par ceux-ci ♀ 𝒥, le Régule d'Antimoine ordinaire par *R A*, le Régule d'Antimoine martial par *R* ♂; le Biſmuth par *B*, & le Zinck par *Z*.

Vé-

Végétations d'Or.

La dissolution d'Or étendue sur une glace végétera comme celle d'Argent, si l'on met au milieu de cette dissolution un petit morceau de Cuivre, de Léton, d'Etain, de Plomb, de Zinck ou de Bismuth; avec cette difference, que les Végétations d'Or en général, seront beaucoup moins étendues que celles d'Argent, quoiqu'on ait mis une égale quantité de dissolution; les Végétations d'Or ne s'étendent d'ordinaire gueres plus loin que trois à quatre lignes à la ronde.

Il se forme aussi quelquefois une Végétation autour du Régule d'Antimoine martial, & autour du Régule ordinaire, posés sur une goutte de dissolution d'Or; mais ces Végétations sont, de toutes, les moins étendues & les moins distinctes.

Celles qui se forment autour du Cuivre, & autour du Léton, commencent plus vîte, & s'étendent d'ordinaire plus loin que toutes les autres: mais il reste à l'entour une humidité abondante, qui ternit quelquefois la Végétation, & rend les rameaux, déja formés, adhérens aux bords du petit morceau de Cuivre; en sorte que, quand on veut l'ôter, pour empêcher le Verd-de-gris qui se forme de s'étendre, on ne peut quelquefois enlever le Cuivre sans emporter une partie de la Végétation d'Or. On remédie à cet inconvénient en laissant une ouverture au milieu du petit morceau de Cuivre ou de Léton, & en y plaçant un peu de coton humecté,

qui

qui s'imbibe de la liqueur qui s'y amaſſe; par ce moyen la Végétation reſte ſeche, & n'eſt nullement ternie.

L'Etain, le Plomb, le Zinck & le Biſmuth ſe collent à la ſurface du verre, & dépoſent, ſur-tout les deux derniers, une eſpece de cendre ſans aucune humidité.

Le Fer avec la diſſolution d'Or, commence auſſi une eſpece de Végétation, du moins on voit quelques particules d'Or ſe raſſembler autour du clou: mais cet aſſemblage eſt confus, & ne forme qu'un amas irrégulier qui n'a preſque aucune apparence de ramification.

La diſſolution d'Or ne fait autour de l'Argent de coupelle, qu'un amas de pouſſiere noire en forme de réſeau. Elle ne m'a pas réuſſi non plus avec le Mercure.

Végétations d'Argent.

La diſſolution d'Argent végéte non ſeulement avec le Fer, comme nous l'avons déja remarqué, mais avec le Cuivre, le Léton, l'Etain, le Plomb, les Régules d'Antimoine, le Zinck & le Biſmuth.

De toutes ces Végétations, celles qui ſe font par le moyen de l'Etain & des Régules d'Antimoine, ſur-tout du Régule martial, ſont les moins étendues, & les moins fournies. Les autres ſont toutes fort belles, ſur-tout celles qui ſe forment autour du Biſmuth. Elles ne cèdent en rien à celle que le Fer produit, dont nous avons parlé d'abord.

La diſſolution d'Argent ne végéte point avec

avec l'Or. Avec le Mercure, j'ai remarqué une fois un ou deux petits rameaux, ſans avoir pu depuis y parvenir. La mobilité du Mercure & la rondeur de ſes gouttes rendent cette expérience délicate, & mettent peut-être obſtacle à une parfaite Végétation.

La diſſolution d'Argent n'a eu aucun effet non plus avec l'Antimoine. Je ne prétends pas que les expériences qui ne m'ont pas réuſſi ne puiſſent ſe faire, quoique je les aye tentées plus d'une fois. On ſait qu'en fait d'expériences, la plus légere circonſtance, & même du nombre de celles qui paroiſſent indifférentes, peut quelquefois décider de leur ſuccès en bien ou en mal.

En général, les Végétations d'Argent ſont preſque toutes belles, & diſtinctes. Elles ſont beaucoup plus étendues que les Végétations d'Or, & la plupart ſe forment plus promptement.

Végétations de Cuivre, de Léton, de Plomb, &c.

La diſſolution de Cuivre employée comme celles d'Or & d'Argent, m'a donné auſſi quelques Végétations, mais en plus petit nombre.

J'ai continué les mêmes eſſais ſur les autres diſſolutions de métaux & de matieres métalliques, pluſieurs m'ont réuſſi. Chaque eſpece de Végétation ſemble avoir un caractere particulier, & des differences remarquables, ſoit dans la configuration de ſes rameaux, ſoit dans le tems qu'elle met à ſe former, ou dans d'autres circonſtances qui accompagnent ſa

ſa formation. Peut-être ne ſeroit-il pas impoſſible d'en tirer quelques conjectures ſur la diverſité des parties primordiales des métaux; mais ce détail nous meneroit trop loin, & pourra faire le ſujet d'un ſecond Mémoire.

On n'a connu juſqu'à préſent, du moins je n'ai vu nulle-part qu'il ſoit fait mention d'autres Végétations métalliques que de celles d'Argent, de Mercure amalgamé & de Fer; en effet, ce ſont les ſeules auxquelles on puiſſe réuſſir par les procedés ordinaires.

* M. Lémery dit poſitivement, qu'*après un grand nombre d'expériences réiterées ſur le Cuivre, il n'a pu réuſſir à en faire de Végétations*. Dans un des Mémoires de M. Petit †, on lit ces paroles: *Les diſſolutions d'Argent, de Cuivre, d'Etain, de Biſmuth, de Zinck, de Mercure, &c. n'ont formé qu'une croute ſur le bord de la taſſe*; & cette croute, ainſi qu'il l'obſerve dans le même Mémoire, n'avoit aucune apparence de ramification. Cependant, en s'y prenant de la maniere que nous avons expoſée, on parviendra à faire avec la plupart des métaux differentes Végétations très belles & très diſtinctes.

Quant à l'arrangement en forme de branches & de rameaux qu'affectent, dans tous les cas précédens, les parties des métaux diſſous, cette figure eſt devenue familiere aux Chimiſtes à qui elle ſe préſente ſouvent & en differentes rencontres. Mais quoique la plupart des Végétations Chimiques paroiſſent ſous

* *Mem. de l'Ac.* 1710. *p.* 328.
† *Mem. de l'Ac.* 1722. *p.* 138.

ſous la forme de ramification, il s'en faut bien que la cauſe qui les produit ſoit toujours la même; ſouvent celles de la même claſſe ont des cauſes tout-à-fait differentes. On peut voir ce qu'en ont dit Mrs. Homberg, Lémery & Petit, dans les Mémoires de l'Académie déja cités.

Dans la premiere claſſe où il n'entre que de purs métaux, tantôt c'eſt la compreſſion de l'air qui agit ſur la ſurface d'un métal en fuſion, & qui fait ſortir, par differens endroits de la croute qui s'y forme, des eſpeces de jets du métal encore liquide ſous cette croute, leſquels ſe durciſſent à l'air, & ont la figure de branches de Corail: tantôt dans un mêlange de métaux tenu en digeſtion, c'eſt le Mercure ou quelquefois l'air même, qui en ſe dégageant des pores du métal fondu, ſouleve & entraine à ſa ſuite quelques parties du métal dans leſquelles il étoit embarraſſé, ce qui fait que les filets ou branches de métal qui s'élevent de la maſſe, ſont quelquefois ſurmontées de bulles d'air. Une cauſe à peu près ſemblable donnoit auſſi naiſſance à la Végétation ſinguliere de M. Homberg, où il n'entroit rien de métallique, qui pendant tout un Eté renaiſſoit toutes les après-midi dans la chaleur du jour, & diſparoiſſoit tous les ſoirs.

Les Végétations de métaux diſſous qui compoſent la ſeconde claſſe, ont pour cauſe principale le dépôt des parties métalliques, qui ceſſant de flotter dans le diſſolvant, ſe raſſemblent au fond de la liqueur; & quelquefois, comme dans l'arbre de Mars de M. Lé-

Lémery, qui s'éleve au deſſus de la liqueur, de nouvelles cauſes plus circonſtanciées ſe joignent à la précédente.

Enfin dans les Végétations de la troiſieme claſſe où il n'entre rien de métallique, c'eſt ſur-tout dans les figures élémentaires & primordiales des Sels, ainſi que le remarque M. Petit, qu'il faut chercher la cauſe des differentes figures qu'affectent les diverſes eſpeces de Végétations ſalinès; quelquefois auſſi dans la nature des diſſolvans, dans la forme des vaſes que l'on employe, & dans l'aſſemblage de diverſes circonſtances qui toutes opérent des variétés dans les mêmes expériences.

De toutes ces explications on peut conclurre que les cauſes des diverſes Végétations ſont ſouvent encore plus differentes que leurs effets.

Je viens à notre nouvelle eſpece, & je vais eſſayer de rendre raiſon de toutes les circonſtances qui l'accompagnent.

Il eſt bon de ſe rappeller ici l'explication ordinaire de la précipitation des métaux, communément reçue par les Chimiſtes. Un métal tenu en diſſolution ne manque pas de ſe précipiter, dès que l'on plonge dans ſon diſſolvant un autre corps, ſur lequel ce même diſſolvant a plus de priſe que ſur le métal diſſous. Dans ce cas, il paroît qu'on peut ſuppoſer avec vraiſemblance, que les corpuſcules acides de la liqueur qui rencontrent le nouveau corps expoſé à leur action, trouvant une grande facilité à s'inſinuer dans ſes pores & à diviſer ſes parties, le pénétrent de

de toutes parts, & qu'en s'engageant de plus en plus dans ſes pores, ils ne peuvent manquer d'abandonner les parties du métal auxquelles ils étoient d'abord unis; on conçoit auſſi qu'alors les parties métalliques n'étant plus ſoutenues par les acides de la liqueur, s'affaiſſeront par leur propre poids, & ſe dépoſeront au fond du vaſe.

C'eſt ainſi que l'Argent diſſous dans l'Eſprit de Nitre tombe ſenſiblement en Poudre ou en Chaux au fond du vaiſſeau, à meſure que l'Eſprit de Nitre agit ſur le Cuivre qu'on y a plongé; c'eſt ainſi que le Cuivre qui vient de prendre la place de l'Argent, ſe précipite à ſon tour, par le moyen du Fer, qui lui-même pourra être précipité par la Pierre calaminaire encore plus aiſée à diſſoudre que le Fer.

Dans tous ces cas, le métal précipité tombe par ſon propre poids en petites parties au fond de la liqueur, & s'y amoncèle: la profondeur du vaiſſeau, & l'amas de liqueur qui ſurnage, ne permettent pas ordinairement aux parties métalliques de prendre un autre arrangement en ſe précipitant.

Il n'en eſt pas de même, lorſqu'il n'y a qu'une goutte de diſſolution, & qu'au-lieu d'un vaiſſeau creux, cette goutte eſt étendue horizontalement ſur une ſurface platte & unie.

Il eſt clair qu'alors, ſi quelque cauſe que ce ſoit oblige le métal à ſe précipiter, les parties métalliques répandues à peu près également dans la petite couche de liqueur, ne s'amaſſeront point en un monceau; il faudroit

droit pour cela qu'elles s'élevaſſent les unes ſur les autres, & il n'y a aucune raiſon qui les y contraigne. Si donc, étant diſperſées dans tout l'eſpace occupé par la diſſolution qui n'a preſque aucune épaiſſeur ſenſible, elles viennent à être abandonnées par leur diſſolvant, il eſt évident qu'elles doivent ſe précipiter chacune à part, chacune à plomb au deſſous de l'endroit où elle flottoit quand le diſſolvant l'a quittée.

Tout ce qui peut arriver de plus aux particules de métal, c'eſt d'être emportées par le courant de la liqueur, ſuppoſé qu'elle-même ſoit entrainée vers quelque endroit du plan, ou par ſa pente, ou par quelque autre cauſe que ce puiſſe être.

En ce cas, il eſt tout naturel que les parties métalliques que le courant entraine, & que le diſſolvant ceſſe de ſoutenir, s'amaſſent en plus grand nombre vers le terme où le torrent les conduit; & que celles qui n'y ſont point encore arrivées, quand l'évaporation de la liqueur les empêche de couler plus loin, demeurent ſemées ſur la route qu'elles ont ſuivie. Nous n'avons rien ſuppoſé qui ne doive arriver néceſſairement. Faiſons l'application de cette méchanique à notre expérience.

Quand on a mis un petit morceau de Fer, une tête de clou, par exemple, au milieu d'une goutte de diſſolution d'Argent étendue ſur une glace, ſe forme-t-il des courans dans la liqueur, qui tendent au clou comme à leur centre? Suppoſé que ces courans ſe forment, pourquoi les parties du métal précipité qui doi-

doivent marquer la trace de ces courans, ſont-elles diſpoſées en forme de rameaux? il faut éclaircir l'un & l'autre de ces deux points.

Les parties de la liqueur, par quelque cauſe que ce puiſſe être, qui ne fait point ici mon objet, ont une adhéſion mutuelle les unes aux autres. Le fait eſt certain, vérifié par quantité d'expériences, & n'eſt conteſté de perſonne. Il ſuit de cette adhéſion mutuelle, que ſi quelques parties de la liqueur ſont puiſſamment pouſſées ou attirées vers quelque endroit, elles entraineront néceſſairement à leur ſuite les parties voiſines qui les touchent, & celles-ci les ſuivantes, avec plus ou moins de vicacité, ſelon que l'action ſera plus ou moins forte; comme on ne peut tirer le bout d'une chaine, que l'impreſſion ne paſſe ſucceſſivement du premier chainon à tous ceux qui la compoſent, qui ſuivront tous avec la même vîteſſe qui aura été imprimée au premier.

Ceci poſé: auſſi-tôt qu'on a placé le clou de maniere qu'il touche la diſſolution d'argent étendue ſur la glace, les parties acides de la liqueur qui touchent le Fer, & qui pénétrent dans ſes pores avec une grande facilité, en y entrant, quitteront les particules d'Argent qu'elles tenoient diviſées & ſuſpendues; celles-ci ſe trouveront raſſemblées en grande quantité autour du clou, où les acides abſorbés les ont abandonnées. Les parties du diſſolvant les plus voiſines de celles qui ont touché le Fer les premieres, leur ſuccéderont, & les remplaceront à meſure

que les premieres s'engageront plus avant dans les pores du Fer ; celles qui ſuivent prendront la place des ſecondes, & attireront les ſuivantes ; & ainſi de l'une à l'autre juſqu'aux bords de la liqueur. Il ſe formera donc de tous les côtés autour du clou de petits courans de liqueur qui auront le clou pour centre ; & comme les liquides agiſſent en tous ſens, les parties de la liqueur ſituées dans les intervalles des courans les premiers formés, ne manqueront pas de s'y joindre, & tomberont obliquement ſur eux. Rien n'empêche que, par la même méchanique, d'autres courans plus petits encore ne prennent naiſſance entre les divers bras de ces derniers, & ne s'y réuniſſent de même, & ainſi de ſuite.

Une objection ſe préſente naturellement ici. On conçoit que la précipitation de l'Argent doit ſe faire immédiatement autour du clou, puiſqu'il abſorbe les acides de la portion de liqueur dont il eſt environné ; mais à quelque diſtance du clou, on ne voit plus de cauſe de précipitation : cependant elle doit avoir eu lieu dans tout l'eſpace où l'on voit des particules d'Argent. La réponſe à cette difficulté n'eſt pas moins naturelle. Il ſe fait, autour du clou, une petite fermentation des acides qui s'y abſorbent ; elle eſt même, le plus ſouvent, ſenſible à la vue : cette fermentation ſe communique de proche en proche & à la ronde, dans toute l'étendue de la goutte, & la précipitation s'enſuit par-tout.

Voilà l'exiſtence de nos courans établie : il reſte à ſavoir pourquoi ils donnent la forme

me de rameaux à l'Argent précipité.

Comme les parties de la liqueur ſont transparentes, la trace de tous ces courans ne ſeroit point apperçue, ſans les parties du métal diſſous. Mais la précipitation des parties métalliques s'étant faite dans le tems que les petits courans ſe ſont formés, elles en marqueront la trace; & elles reſteront collées ſur la ſurface de la glace, lorſque toute l'humidité ſera diſſipée dans l'arrangement qu'elles auront reçu par la direction des divers courans où elles ſe ſont rencontrées au moment de leur précipitation.

Il eſt certain d'ailleurs que la réunion ſucceſſive de pluſieurs courans en un ſeul, forme ſur un plan l'image d'une branche avec ſes rameaux. On n'a qu'à jetter les yeux ſur une Carte Géographique, ſur-tout ſur celles qui ſont aſſez détaillées pour y remarquer les petits ruiſſeaux, fontaines & torrens, dont le concours forme les grandes Rivieres; celles-ci paroîtront comme le tronc d'un arbre, dont les premiers figureront les branches & les rameaux. Les parties du métal demeurées après l'évaporation de la liqueur, doivent donc former autour du clou des figures d'arbriſſeaux: ces figures n'étant autre choſe, que la trace des divers courans qui y ont afflué de toutes parts; laquelle trace eſt parſemée des particules du métal précipité.

Le cours de ces divers ruiſſeaux, tant des premiers formés que de ceux qui les groſſiſſent en s'y joignant, ne ſuivra pas toujours la ligne droite: les divers petits obſtacles cauſés par l'inégalité du plan, ou par les par-

ties métalliques chariées par le diſſolvant, ſuffiſent pour les en détourner.

Les rameaux ſubalternes les plus éloignés du centre doivent ordinairement être les plus déliés ; parce que les courans y ſont plus nombreux, & moins forts que vers le centre, où ils ont été groſſis par leur réunion mutuelle. Tout près du centre, il n'y a point de rameaux ; parce que la fermentation étant auprès du clou dans ſa plus grande force, les courans n'y tombent point les uns dans les autres, mais tendent directement au centre où ils viennent s'abſorber. De-là vient encore que les tiges des arbriſſeaux proche du centre, ſont ſi ſerrées les unes contre les autres.

Les parties de la liqueur les plus voiſines des bords & les plus éloignées du centre, ainſi que toutes celles qui auront échappé à la rapidité des courans, ſe cryſtalliſeront à l'ordinaire, n'ayant point eu de part à la précipitation qui s'eſt faite dans le reſte de la liqueur ; &, par-tout où il y aura des cryſtaux, on ne verra aucune trace de rameaux ni de particules de métal.

J'ai remarqué quelquefois, dans la Végétation d'Argent par le Fer, que les rameaux les plus éloignés du centre étoient interrompus par des filets argentés, diſpoſés en lignes droites, ſelon differentes directions. Ces filets avoient la forme d'aiguilles longues, croiſées ou traverſées par d'autres petites aiguilles ; mais j'ai toujours obſervé que cela n'arrivoit que quand il y avoit fort peu de diſſolution, qu'elle étoit fort étendue, & par conſéquent qu'elle s'étoit ſechée très vîte,

ou

où lorſque quelque cauſe étrangere, comme la chaleur, avoit hâté l'évaporation de la liqueur. Il y a beaucoup d'apparence que dans ces cas, tandis que les parties métalliques les plus proches du centre, entrainées par les courans qui ſe ſont formés, ont pris la forme de ramification, les bords de la liqueur ont commencé à ſe ſecher, & par conſéquent à ſe cryſtalliſer. La forme ordinaire de longues aiguilles que l'on ſait que prennent ces cryſtaux en ſe formant, aura gêné les courans, & interrompu leurs ſinuoſités; & les particules d'argent qui ſeront venues s'appuyer le long des côtés de ces aiguilles, auront pris le même arrangement. Suivant cette explication, on conçoit que la forme ordinaire de rameaux a dû ceſſer où les petits courans ont commencé à ne plus couler librement, ce qui a dû arriver préciſément à la diſtance du centre où les cryſtaux ont commencé à ſe former.

Si on étend la goutte de diſſolution ſur le côté inférieur de la glace, & qu'en cet état on faſſe porter la glace ſur une ou pluſieurs pointes de fer qui touchent la goutte, l'effet ſera le même que ſi la diſſolution étoit étendue ſur la ſurface ſupérieure, & l'on verra, à travers la glace, les arbriſſeaux ſe former autour de tous les endroits où les pointes de fer toucheront la diſſolution. L'explication précédente convient également à ce cas. Mais, dira-t-on peut-être, dans cette nouvelle ſituation de la glace, la précipitation ſe fait-elle de bas en haut? Et les particules métalliques abandonnées par le diſſolvant,

au-lieu de monter pour s'attacher à la glace, ne doivent-elles pas tomber par leur propre poids, n'étant plus retenues par la ſurface de la glace, comme dans la premiere maniere de faire l'expérience? Voici la réponſe à cette objection. Premierement, la précipitation ſe fait à l'ordinaire, c'eſt-à-dire, dans la portion inférieure de la goutte; mais les parties du métal diſſous ont été ſi diviſées, & ſi atténuées par le diſſolvant, & ont par conſéquent tant de ſurface à raiſon de leur maſſe, qu'il ne leur reſte pas aſſez de poids pour ſurmonter l'adhéſion qui les unit aux parties du liquide. Elles ne quitteront donc point la goutte, comme la goutte de ſon côté, retenue par une adhéſion ſemblable, ne ſe détachera point de la glace. J'ai déja dit que je n'entrois point ici dans l'examen de la cauſe phyſique des adhéſions. En ſecond lieu, à meſure que les courans, dont on a parlé, en s'abſorbant dans les pores du Fer, ſe déroberont aux particules métalliques précipitées qu'ils entrainoient, ces particules doivent s'approcher de plus en plus de la ſurface inférieure de la glace, juſqu'à ce que la liqueur, en ſe ſechant entierement, les y rende légerement adhérentes, dans un arrangement à peu près ſemblable à celui qu'elles auroient pris ſur la ſurface ſupérieure.

Le Microſcope ne fait rien découvrir qui ne favoriſe & ne confirme les conjectures précédentes, on apperçoit ſeulement par ſon moyen que les rameaux ſe forment avec une prodigieuſe vîteſſe, & ſe diviſent en un bien plus grand nombre de branches que cel-

celles que les yeux peuvent diſtiuguer, ce qui eſt l'effet de l'augmentation de volume que le Microſcope donne aux objets. Pour bien faire cette obſervation, il faut avec le bout d'une plume prendre une très petite partie de diſſolution d'Argent, l'étendre à plat ſur une glace ſans laiſſer à la goutte la convexité qu'elle prendroit ſi elle étoit plus ramaſſée, & poſer la glace horizontalement; enſuite ayant dirigé ſur cet objet un Microſcope qui ouvre un aſſez grand champ pour appercevoir une étendue ſuffiſante de la goutte, on laiſſera tomber ſur l'endroit de la goutte, apperçu avec le Microſcope, un petit grain de limaille de Fer, le plus petit & le plus rond ſera le plus convenable; & l'on verra à l'inſtant de ſa chûte ſur la liqueur une petite ébullition autour de ce grain, d'où naitront, dans le moment même, une infinité de petites tiges fort ſerrées les unes contre les autres qui s'étendront de proche en proche en tous ſens, en ſe diviſant & ſe ramifiant de plus en plus, à meſure qu'elles s'éloigneront du centre.

Il ne m'a pas été poſſible de diſtinguer rien de plus précis à la naiſſance de la tige de ces arbriſſeaux; on les voit ſeulement, comme nous venons de l'obſerver, naitre de la petite fermentation qui ſe fait d'abord dans le voiſinage du clou & qui s'étend à la ronde, ce qui s'accorde avec l'explication que nous avons donnée.

J'ai employé dans cette explication le terme de courant, comme celui qui m'a paru le plus propre à exprimer le mouvement d'un li-

liquide qui tend à un terme, quelle que puiſſe être la cauſe de ſa direction. Il y a cette difference entre les courans pris dans le ſens ordinaire, & ce que nous avons appellé ici de ce nom, que les premiers ſuivent uniquement les loix de la peſanteur, & n'ont d'autre cauſe que le poids du liquide & la pente du terrein; au-lieu que ceux-ci ſont abſolument indépendans de ces loix, puiſque ſur une ſurface plane, leur cours eſt dirigé de toutes parts vers le même point. Bien plus, quoique la ſurface de la glace ſoit inclinée, le poids de la liqueur n'empêchera pas qu'il ne ſe forme des rameaux en tous ſens, & par conſéquent des courans, même contre la pente; l'adhéſion mutuelle des parties de la liqueur qui ſe tiennent & ſe tirent les unes les autres comme des chainons, étant plus efficace, dans ce cas, que la peſanteur même, qui ne peut donner qu'une ſeule tendance aux parties de la liqueur.

Il eſt vrai que lorſque la glace eſt inclinée, la peſanteur produit quelque changement dans la ramification, en ce que le plus grand nombre des rameaux ſe forme au-deſſus du clou, & qu'il y en a beaucoup moins au-deſſous. Cette difference vient de ce que la pente favoriſe les courans qui deſcendent, au-lieu que ceux qui remontent vers le clou ont à vaincre la peſanteur, & cette difficulté eſt d'autant plus grande, que la pente eſt plus rapide; d'où il arrive que les ramifications inférieures au clou ſont d'autant moins nombreuſes que la glace eſt plus inclinée, ce qui n'empêche pas néanmoins qu'il n'y en ait encore quel-

quelques-unes de bas en-haut, même dans le cas où glace ſeroit perpendiculaire à l'horizon. Mais cela n'arrive bien ſurement & bien diſtinctement dans cette ſituation de la glace, que lorſque le diſſolvant du métal a beaucoup de priſe ſur la nouvelle matiere qu'on expoſe à ſon action: auſſi il m'a paru que l'expérience ne réuſſiſſoit jamais mieux qu'avec la diſſolution d'Argent & avec le Fer pour précipitant. Il faut encore obſerver d'étendre beaucoup la diſſolution, afin que la goutte ait le moins dépaiſſeur qu'il eſt poſſible, autrement il eſt clair que ſon poids l'entrainera bien-tôt, ſi la glace eſt poſée verticalement, comme nous le ſuppoſons. La maniere la plus ſimple & la plus aiſée que j'aye trouvé de faire cette expérience, eſt d'étendre une très petite goutte de diſſolution d'Argent avec la pointe d'une plume ſur un carreau de vitre, en le laiſſant à ſa place & dans ſa ſituation ordinaire, qui eſt verticale; quand la goutte ſera ſuffiſamment étendue, avant que de lui donner le tems de ſe ſecher, on mettra au milieu, avec le bout d'une plume, un grain de limaille aſſez petit pour que l'humidité de la liqueur le puiſſe retenir ſuſpendu à la vitre. Ici il n'eſt pas beſoin de Microſcope, & l'effet eſt ſenſible à la vue ſimple; auſſi-tôt que le grain ſera attaché ſur la vitre au milieu de la goutte, on verra les rameaux d'Argent ſe former à l'entour à l'ordinaire, mais il y en aura beaucoup moins au-deſſous du grain qu'au-deſſus, par la raiſon alléguée.

En parlant de la précipitation ordinaire des

métaux, nous avons obſervé que ſur une ſurface horizontale, les parties d'Argent précipitées ne pouvoient s'entaſſer comme au fond d'un vaſe, qu'en montant les unes ſur les autres. On pourroit objecter ici, que quand la glace eſt verticale, cette raiſon ne ſubſiſte plus, & que par conſéquent la précipitation doit ſe faire ſans ordre, du moins dans la partie inférieure de la goutte, ce qui n'arrive pourtant pas, puiſqu'il s'y fait des rameaux en tous ſens. Mais nous avons prévenu l'objection, en remarquant qu'il ne falloit mettre que très peu de diſſolution & l'étendre beaucoup ſur la vitre. Alors l'adhérence de la liqueur au verre réſiſte aſſez à l'action de la peſanteur pour la rendre inférieure à la cauſe que nous avons indiquée, ce qui fait que les courans ſe dirigent en tous ſens vers le Fer, même de bas en-haut. Tout l'effet de la peſanteur ſe réduira alors, comme nous l'avons déja remarqué, à rendre le nombre des rameaux ſupérieurs au grain de limaille, plus grand que celui des rameaux inférieurs.

Quant à la force de cette adhéſion de la liqueur au verre, ce n'eſt pas gratuitement que nous la ſuppoſons, puiſqu'il paroît par les expériences de M. Petit *, que l'adhéſion de l'eau au verre eſt plus grande que celle des parties de l'eau entre elles.

Dans toutes les expériences précédentes, les effets ſeront plus ou moins ſenſibles, ſuivant la nature & la proportion mutuelle, tant

* *Mem. de l'Acad. 1724. p. 134.*

s d'Or.

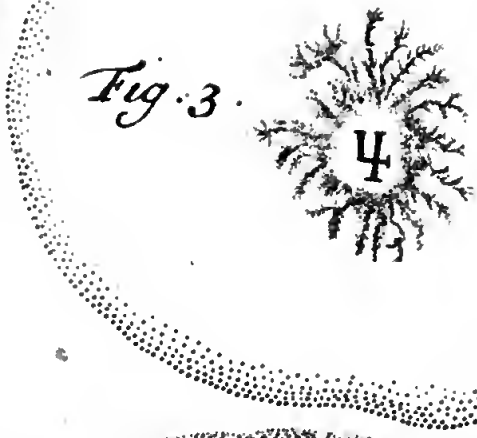
Fig. 3.

Fig. 6.

Fig. 8.

NAPOLI

Fig. 3.



tant des métaux que des diſſolvans employés.

Toutes ces Végétations ſe peuvent également faire ſur des verres & des glaces de toutes couleurs. Après avoir choiſi les Végétations dont les accidens ſont les plus heureux, ſi on couvre la glace colorée, ſur laquelle eſt la Végétation, d'une glace transparente; en les mettant au feu avec quelques précautions que la pratique apprendra bien-tôt, les deux glaces s'uniront immédiatement, ſans que la Végétation en ſoit altérée. On peut faire tailler enſuite & polir ces cryſtaux qui reſſembleront à des pierres de couleurs dans leſquelles la Végétation ſeroit incorporée, & qui paroitront d'une ſeule piece, ſi la glace tranſparente eſt uſée ſuffiſamment & taillée en biſeau ou en goutte de ſuif. Il y a auſſi differens moyens de faire des doublets de pierres dures, ſur leſquelles on auroit fait de ſemblables Végétations. Les Végétations d'Or réſiſtent beaucoup mieux au feu que celles d'Argent. Les couleurs brunes, comme le bleu-foncé & le vert, ſont les plus avantageuſes pour ſervir de fond aux Végétations d'Or. Au-lieu d'arbriſſeaux d'Or, on en peut faire de couleur verte, par le moyen des Végétations de Cuivre, qui prennent cette couleur au bout de quelques jours.

SUR LES COURBES

Que l'on forme en coupant une ſurface courbe quelconque, par un plan donné de poſition.

Par M. CLAIRAUT. *

JE me propoſe dans ce Mémoire d'examiner les Courbes que l'on a en coupant la ſurface d'un corps courbe quelconque, de tous les ſens imaginables par des plans; pour cela je traite les ſurfaces comme je l'ai déja fait dans les recherches ſur les Courbes à double courbure, en les conſiderant par leurs Equations à trois variables, & enſuite par le moyen de quelques formules aſſez ſimples, je trouve les Equations des Courbes formées par les ſections, auſſi-bien que differentes propriétés qui conviennent à ces ſortes de Courbes en général.

PROBLEME GENERAL.

† *Une ſurface courbe quelconque étant donnée avec ſes trois axes* AP, AQ, AR, *& ſon Equation, il faut trouver la nature de la Courbe* KN, *formée par la ſection de cette ſurface par un plan* VLN, *donné de poſition.*

I. Soit *BV* la ſection du plan de la baſe *APM* par le plan coupant *VLN*, *B* la rencon-

* 12 Décemb. 1731. † Fig. 1.

contre de cette ligne avec l'axe AP, N un point quelconque de la Courbe cherchée KN, qui appartient en même tems à la surface courbe.

On abaiſſera de ce point N les perpendiculaires NL, ſur la ligne BV & NM, (z) ſur le plan de la baſe; on menera LM, & PM (y) perpendiculaire à AP (x); MV, & LD paralleles à l'axe AP, BT, CL qui ſont les coordonnées de la Courbe cherchée KN, u & s. Cela fait, il eſt clair que l'inclinaiſon de la ligne BV ſur BT, ou ſur l'axe AP, & celle de la ligne LN ſur LM avec la poſition du point B, détermineront la poſition du plan LVN quelle qu'elle ſoit. Ainſi l'ouverture des angles VBT, NLM, & la diſtance AB doivent être données.

J'exprime le rapport de BT à VT, c'eſt-à-dire l'ouverture de l'angle VBT par le rapport de m à n, l'ouverture de l'angle NLM par le rapport de p à q, & je nomme la diſtance AB, g. L'on aura ainſi pour le rapport de MN à LN celui de q à $\sqrt{pp+qq}$, ce qui donnera $LN(s) : MN(z) :: \sqrt{pp+qq} : q$. D'où l'on tire l'Equation $A.z = \frac{ps}{\sqrt{p^2+q^2}}$.

L'on aura auſſi $LN(s) : LM :: \sqrt{p^2+q^2} : p$, qui donne $LM = \frac{ps}{\sqrt{p^2+q^2}}$, & à cauſe du rapport $\frac{m}{n}$ de BT à VT, $BL(u) : BE :: \sqrt{mm+nn} : m$, & $BL(u) : LE :: \sqrt{mm+nn} : n$.

$: n$. D'où l'on a $BE = \frac{mu}{\sqrt{mm+nn}}$, $LE = \frac{nu}{\sqrt{mm+nn}}$; & par conséquent $LC = ET = y - \frac{mu}{\sqrt{mm+nn}}$, & $CM = LD = AP + AB + LE = x + g + \frac{uu}{\sqrt{mm+nn}}$.

L'angle VLN étant droit, l'angle VLM l'eſt auſſi, d'où l'on voit que les triangles VCL, CLM ſont ſemblables, ainſi l'on aura $VC : VL :: CL : LM$, ou $n : \sqrt{m^2+n^2} :: y - \frac{mu}{\sqrt{m^2+n^2}} : \frac{ps}{\sqrt{p^2+q^2}}$, qui donne cette Equation $y - \frac{mu}{\sqrt{m^2+n^2}} = \frac{nps}{\sqrt{p^2+q^2}\sqrt{m^2+n^2}}$, ou $B.y = \frac{nps}{\sqrt{pp+qq}\sqrt{mm+nn}} + \frac{mu}{\sqrt{mm+nn}}$.

On tire encore des triangles ſemblables VCL, CLM, cette proportion $CM : LM :: CL : VL :: m : \sqrt{mm+nn}$ qui donne $CM = \frac{m \times ML}{\sqrt{mm+nn}}$, ou en termes algébriques $g + x + \frac{nu}{\sqrt{mm+nn}} = \frac{mps}{\sqrt{pp+qq}\sqrt{nn+mm}}$; d'où l'on tire $C.x = \frac{mps}{\sqrt{pp+qq}\sqrt{nn+mm}} - \frac{nu}{\sqrt{nn+mm}} - g$.

Ainſi

Ainſi ayant l'Equation de la ſurface courbe en x, y, z, il faudra y ſubſtituer à la place de x, y, z, leurs valeurs qu'on a trouvées dans les Equations A, B, C, & il en viendra une Equation qui ne renfermera que les coordonnées u & s, qui ſera par conſéquent celle de la Courbe cherchée $K N$.

II. Si l'on remarque dans les valeurs de z, de y, & de x, que les variables u & s ne montent chacune qu'au premier degré, on verra qu'en les ſubſtituant dans l'Equation de la ſurface courbe, elles ne pourront pas faire monter l'Equation de la Courbe de ſection, à un degré plus haut que celui de l'Equation de la ſurface courbe; ainſi c'eſt une propriété générale des ſurfaces courbes, que les Courbes formées par leurs ſections ne ſont jamais d'un plus haut degré qu'elles.

III. On tire de-là auſſi une propriété des ſurfaces courbes que j'ai déja remarquée dans le Livre des *Recherches ſur les Courbes à double courbure*, qui eſt, que celles dont les Equations n'ont point de parametres, c'eſt-à-dire, de conſtantes qui doivent exprimer néceſſairement une ligne, ſont toutes à des ſurfaces coniques, dont le pole eſt l'origine des x, y, z, car les Equations A, B, C, n'ayant aucun parametre que g, ſi on les veut faire devenir les formules des ſections de la ſurface par des plans qui paſſent par le point A, elles n'en auront plus, & par conſéquent en les ſubſtituant dans l'Equation de la ſurface courbe, on aura des Equations à deux variables qui n'auront point de parametre, & qui ſeront par conſéquent à des lignes droites paſſant

ſant par le point A, ce qui montre alors que la ſurface courbe n'eſt compoſée que de lignes droites qui partent d'un ſeul point, c'eſt-à-dire, qu'elle eſt une ſurface conique.

Autre maniere d'avoir les Equations des Courbes de ſection des ſurfaces courbes par des plans donnés de poſition, en ſuppoſant que les coordonnées de la ſurface courbe ſont enſemble des angles quelconques.

* IV. Soient les trois axes de la ſurface courbe AQ, AR, AP, & AP, PM, MN les coordonnées qui leur ſont toujours paralleles, ſuppoſant que les points B, R, Q, ſoient ceux où le plan donné de poſition rencontre les trois axes; ces points doivent être donnés, c'eſt-à-dire les lignes AR, AQ, AB: On nommera ces lignes a, b, c, & on trouvera par conſéquent pour l'Equation du plan $\frac{ax}{c} + \frac{ay}{b} + z = a$. Ainſi en ſubſtituant cette Equation dans celle de la ſurface, on aura, ſelon celle des trois variables qu'on aura fait évanouïr, l'Equation de la Courbe de projection de la Courbe de ſection ſur un des trois plans ARQ, ARB, ABQ; & comme ces Courbes de projection ſont de la même eſpece que la Courbe de ſection, on aura par-là une Equation qui exprimera l'eſpece de la Courbe demandée. On regarde ici comme Courbes de la même eſpece, deux Courbes qui ne diffèrent que parce que leurs coordonnées ne font pas le même angle, ou bien parce que les abſciſſes ou les coor-

* Fig. 2.

coordonnées de l'une ſont toujours une certaine partie conſtante de celles de l'autre, ainſi qu'il en eſt d'une Ellipſe à l'égard d'une autre Ellipſe dont les axes n'ont pas le même rapport entre eux.

Si l'on veut avoir l'Equation propre de la Courbe de ſection, on remarquera que le rapport de l'abſciſſe RE de cette Courbe de ſection à l'abſciſſe AP de la Courbe de projection ſur le plan QAB, eſt le même que celui de RB à AB, d'où en nommant RB, d, on aura RE, que je nomme $u = \frac{dx}{c}$ qui donne $x = \frac{cu}{d}$. De même comme le rapport de EN à PM eſt celui de EF à PF ou de RQ à AQ, en nommant RQ, e, & la coordonnée EN, s, on aura $s = \frac{ey}{b}$ ou $y = \frac{bs}{e}$. Enſuite ayant l'Equation de la Courbe de projection ſur le plan QAB, on mettra à la place de x & y les valeurs $\frac{cu}{d}$ & $y = \frac{bs}{e}$ que l'on vient de trouver, & l'on aura l'Equation de la Courbe formée par la ſection de la ſurface courbe.

V. Il ſuit de-là que deux ſurfaces courbes qui ne differeront que parce que leurs coordonnées feront enſemble des angles differens, auront toujours des Courbes de ſection qui ſeront de la même eſpece.

VI. Si l'on fait attention à ce qu'on a dit dans

dans l'Article III. que les Equations à trois variables ſans parametre exprimoient toutes des ſurfaces coniques; on verra qu'une de ces ſortes d'Equations ſera celle d'un Cone donné, ſi en ſuppoſant dans cette Equation x, y, ou z conſtante, on a l'Equation de la Courbe qui ſert de baſe à ce Cone: par exemple, l'Equation $yy + xx = \frac{aazz}{bb}$ appartient au Cone dont la baſe eſt le cercle $yy + xx = aa$ & la diſtance du pole au centre b.

VII. Il ſuit de-là que deux Cones qui ont une même Courbe pour baſe, mais dont la poſition du Pole à l'égard de la baſe ſera differente, pourront toujours, pourvu que la diſtance du Pole à l'origine des coordonnées de la Courbe de baſe ſoit la même, être exprimés par la même Equation, mais dont les coordonnées feront enſemble des angles differens.

VIII. On voit par-là que deux ſurfaces coniques qui auront la même Courbe pour baſe, à quelque endroit que ſoit placé le Pole, pourront toujours donner les mêmes eſpeces de Courbes de ſections: car, les Equations de ces deux ſurfaces ne pouvant differer que par la conſtante qui exprime la diſtance du Pole à l'origine des coordonnées de la Courbe de la baſe; cette conſtante étant, par exemple f, dans l'une de ces deux ſurfaces, & m dans l'autre, ſi l'on veut trouver un certain ſens de couper la premiere qui donne la même eſpece de Courbe que celle qu'on a en coupant la ſeconde par un plan exprimé par

par l'Equation $\frac{a}{b}x + \frac{a}{c}y + z = a$, on n'aura qu'à la couper par un plan, dont l'Equation ſoit $\frac{a}{b}x + \frac{a}{c}y + \frac{m}{f}z = a$.

IX. Les Courbes que l'on a par l'ombre d'une Courbe donnée ſur un plan éclairé par un point fixe, n'étant autre choſe que les Courbes formées par la ſection d'un Cone dont le pole eſt le point lumineux, & la baſe la Courbe éclairée ; on pourra avoir, par ce que l'on vient de dire, aiſément une Equation générale de toutes les ſurfaces que forment tous les rayons de lumiere qui partent du point lumineux, & qui paſſent par tous les points de la Courbe de baſe, & par conſéquent en même tems de toutes les Courbes de ſection de ces ſurfaces, c'eſt-à-dire, des Courbes formées par les ombres de la Courbe qui ſert de baſe.

X. Comme toutes les Courbes qui donnent les differentes ſections d'un Cone lui peuvent ſervir également de Courbe de baſe, ce ſera la même choſe, lorſque l'on voudra ſavoir ſi une certaine Courbe peut être formée par l'ombre d'une autre, ou de ſubſtituer dans l'Equation des ſurfaces coniques de cette Courbe, l'Equation générale du plan $\frac{a}{b}x + \frac{a}{c}y + z = a$, & d'y chercher la Courbe qu'on veut qui jette l'ombre, ou bien de commencer par faire l'Equation du Cone dont la baſe eſt la Courbe qui jette l'ombre, & y ayant ſubſtitué l'Equation générale du plan, d'y chercher enſuite la Courbe

be que l'on veut qui ſe trouve par l'ombre.

XI. Lorſque l'on ſe propoſe de trouver une certaine Courbe A, par le moyen de l'ombre d'une autre Courbe P, ſi on peut trouver cette même Courbe A, par le moyen d'une autre Courbe B, & que l'on puiſſe trouver cette ſeconde B, par le moyen d'une troiſieme C, & C par D, en ſorte qu'à la fin l'on parvienne à trouver la courbe P; il eſt clair, par ce qui précéde, qu'il eût été poſſible de trouver immédiatement la premiere Courbe A, par l'ombre de la Courbe P, comme on ſe l'étoit propoſé.

XII. Pour avoir toutes les differentes eſpeces des Courbes qui peuvent être formées par la ſection d'une ſurface courbe donnée, on n'aura qu'à ſubſtituer dans l'Equation de cette ſurface courbe, l'Equation générale d'un plan comme $\frac{a}{b}x + \frac{a}{c}y + z = a$, ou $x + my + nz = q$, & chercher enſuite combien de differentes Courbes peuvent être exprimées par cette même Equation. Si la ſurface courbe ſe trouvoit être du troiſieme degré, on pourroit trouver toutes ces Courbes, en ſe ſervant des façons de connoitre les differentes figures des Courbes du 3me degré qu'a données M. Newton: Voici à peu près comme on pouroit faire alors.

XIII. Ayant l'Equation générale des Courbes de ſections de la ſurface courbe, ſi cette Equation a les deux termes x^3 & y^3, on la transformera en une autre qui n'ait que l'un de ces deux termes, ce qui ſe peut faire aiſément, en mettant dans cette Equation à la place de x, $x + py$, ce qui ne change point l'eſpe-

ce

ce de cette Courbe, & en égalant à zero le terme où il y aura y^3, ce qui ſe pourra toujours faire avec le ſecours de l'indéterminée p qui ſera au 3e degré ; on mettra enſuite la nouvelle Equation de la Courbe de ſection, par des tranſpoſitions d'axe, ſous la forme de l'une ; ou d'autant qu'on le pourra des quatre Equations générales de M. Newton qui ſont $xyy + ey = ax^3 + bxx + cx + dy = yax^3 + bxx + cx + d$, $xy = ax^3 + xx + cx + d$, $y = ax^3 + bxx + cx + d$, (il paroît d'abord qu'elle ne pourroit ſe trouver que ſous la forme de l'une de ces quatre Equations ; mais pour peu qu'on y réfléchiſſe, on verra que les differentes valeurs des indéterminées m, n, q de l'Equation du plan peuvent la faire convenir à pluſieurs), & l'on verra enſuite, par le moyen des indéterminées m, n, q de l'Equation du plan, qui entrent dans les coëfficiens a, b, c, d, e, à combien de differentes Courbes de l'énumeration des Courbes du 3me degré de M. Newton, on peut faire convenir les Equations que l'on aura eues.

Pour faire voir une application de tout ce qui précéde, je vais par le moyen des formules de l'Art. I. trouver l'Equation générale des ſections coniques, & enſuite en ne me ſervant que de quelques-unes des remarques précédentes, je démontrerai l'Art. V. de l'énumeration des lignes du 3me ordre de M. Newton.

XIV. Soient les deux Cones oppoſés à la pointe, & égaux Z, z, dont l'axe eſt AP, les cercles de circonvolution Gg, & ſoit le plan coupant BVN placé en ſorte, 1°. Que

la ligne BV, ſection de ce plan avec la baſe, ſoit parallele aux ordonnées PM perpendiculaires à AP. 2°. Que le point B ſoit ſur la partie de l'axe qui appartient au Cone négatif z, & 3°. Que l'angle NVM s'étende à l'infini du côté des AP, (x) poſitives : l'angle KAP qui forme le Cone étant donné, on demande l'Equation générale de toutes les ſections coniques.

En ſuppoſant que le rapport de AP à AK qui détermine l'angle KAP ſoit exprimé par celui de f à i; on aura, en nommant toujours AP, (x); PM, (y); MN, (z), AP, (x), : PK $(\sqrt{yy+zz})$ :: f : i. D'où l'on tire $\frac{yyff}{ii}+\frac{zzff}{ii}=xx$ qui eſt l'Equation des deux ſurfaces coniques oppoſées Z, z.

Enſuite l'on ſe ſervira des Equations générales A, B, C, de l'Art. I. qui deviendront dans les ſuppoſitions précédentes $z=\frac{qs}{\sqrt{pp+qq}}$. $y=u$, $x=\frac{ps}{\sqrt{pp+qq}}-g$, à cauſe que $n=0$. On n'a point mis la poſition du plan coupant d'une façon plus générale que celle qu'on vient de dire, parce qu'il eſt clair que toute autre poſition de ce plan ſe rapportera à celle-là, en changeant le plan de la baſe.

Subſtituant les Equations précédentes dans l'Equation du cone, on la changera en celle-ci

$$ss+\frac{ff}{ii}\times\frac{pp+qq}{\frac{ff}{ii}qq-pp}\times uu+\frac{2pg\sqrt{pp+qq}}{\frac{ff}{ii}qq-pp}$$

$s=$

$s - \frac{gg \times pp + qq}{\frac{ff}{ii}qq - pp} = o$, qui eſt l'Equation de toutes les ſections coniques, ſelon les differentes valeurs de p, de q, de f, & de i.

Il eſt évident que cette Equation appartiendra aux hyperboles oppoſées, lorſque $\frac{ffqq}{ii}$ ſera plus petit que pp. Mais ſi $\frac{ffqq}{ii}$ eſt plus grand que pp, la ſection ſera une Ellipſe décrite dans le cone négatif z, & s'il arrive que $\frac{ffqq}{ii}$, & pp ſoient égaux, la ſection conique ſera une parabole décrite dans le cone poſitif z.

XV. M. Newton dit, dans l'Article V. de l'énumeration des lignes du troiſieme ordre, qu'ainſi que le cercle étant préſenté à un point lumineux, donne par ſon ombre ſur un plan toutes les ſections coniques, c'eſt-à-dire, toutes les Courbes du ſecond degré, de même les cinq paraboles divergentes donnent par leur ombre toutes les Courbes du troiſieme degré.

Pour le démontrer, ou ce qui revient au même, pour prouver que tous les Cones qui ont des Courbes du troiſieme degré pour baſe, peuvent toujours donner des paraboles divergentes, en les coupant d'un certain ſens par des plans; on remarquera qu'un Cone fait ſur une ligne qui a des points d'inflexions a des côtés d'inflexions, c'eſt-à-dire, des côtés qui ſéparent des parties convexes d'avec des parties concaves, & que la ſection faite par un plan aura autant de points d'inflexions que ce plan cou-

coupera de côtés d'inflexion; de façon que pour que cette ſection perde une ou pluſieurs inflexions, il faut que le plan qui la donne ſoit parallele à un ou pluſieurs côtés d'inflexions: d'où on tirera que dans tous les Cones du troiſieme degré, il ne peut y avoir plus de trois côtés d'inflexions, & que quelque Cone du troiſieme degré que l'on ait, on pourra toujours trouver un certain ſens de le couper, qui donnera une de ces lignes du troiſieme ordre qui ont deux inflexions, ou qui n'en ont point.

Ainſi voilà déja toutes les Courbes du troiſieme degré trouvées par l'ombre de celles qui n'ont que deux inflexions, ou qui n'en ont point; il ne reſte donc plus (*Art XI.*) pour prouver le Théorême de M. Newton, qu'à trouver ces Courbes à deux ou ſans inflexions par l'ombre des paraboles divergentes.

Or, toutes ces Courbes à deux ou ſans inflexions, ſont celles qui ſont exprimées par l'Equation $xyy = ax^3 + bxx + ex + d$, excepté les ſeules paraboles divergentes; ainſi faiſant de cette Equation $xyy = ax^3 + bxx + ex + d$, l'Equation $xyy = ax^3 + bxxz + exzz + dz^3$ qui exprimera (*Art. VI.*) tous les Cones qui ont ces Courbes pour baſe, & remarquant enſuite que ſi l'on y fait x conſtante, on a l'Equation des paraboles divergentes, on verra que toutes les Courbes repréſentées par l'Equation $xyy = ax^3 + bxx + ex + d$, ſe trouvent par l'ombre des cinq paraboles divergentes, & que par conſéquent toutes les Courbes du troiſieme de-

degré ſe trouvent par l'ombre de ces cinq Courbes, comme l'avoit dit M. Newton.

On peut donner au Théorême de M. Newton cet autre énoncé. De même que quelque Courbe du ſecond degré que l'on prenne pour baſe, le Cone que l'on en forme eſt toujours de la même eſpece; de même quelque Courbe du troiſieme degré que l'on prenne pour baſe, on ne peut former que l'une des cinq eſpeces de Cones, qui ont pour baſes les cinq paraboles divergentes; en ſorte qu'il n'y a dans le troiſieme degré que cinq eſpeces de Cones.

Si l'on examine les Figures de ces cinq Cones faits ſur les paraboles divergentes repréſentées par les Figures 4, 5, 6, 7 & 8. (la 5 & la 6 ne diffèrent l'une de l'autre que par un point conjugué) on verra, 1° que les parties de Cones convexes faites ſur les branches infinies BC, bc, ſe joindront réciproquement avec leurs parties oppoſées à la pointe qui ſeront concaves, par un côté d'inflexion parallele au plan A, B, C, de la parabole divergente. 2°. Qu'un plan parallele au plan A, B, C, qui paſſeroit par ce côté d'inflexion, ſeroit tangent de la ſurface conique. 3°. Que chacun des trois premiers Cones qui ont outre ce côté d'inflexion, les deux que donnent les points d'inflexion B, & b, étant coupé par un plan parallele au plan tangent de la ſurface conique, à l'un ou l'autre de ces deux côtés d'inflexion, donnera pour ſection une parabole divergente de la même eſpece que celle de la baſe A, B, C, ce qui ſe voit en conſiderant la figure

re de ces trois Cones qui ſont compoſés de ſix parties ſemblables, & ſemblablement poſées à l'égard de leurs trois côtés d'inflexions. Donc généralement dans les cinq Cones du troiſieme degré, les paraboles divergentes ſont toujours dans des plans paralleles aux plans qui touchent la ſurface aux côtés d'inflexions.

MANIERE

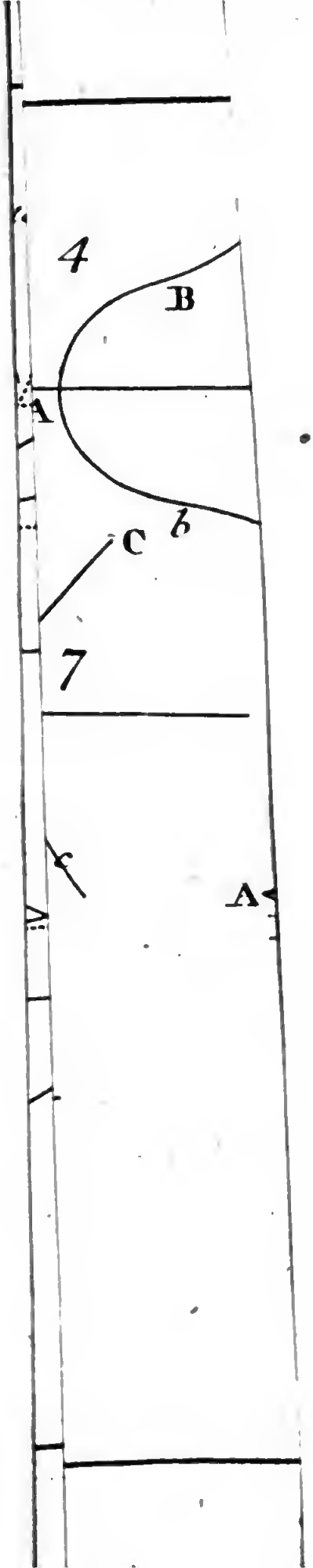
D'engendrer dans un Corps ſolide toutes les Lignes du troiſieme ordre.

Par M. NICOLE. *

LE célèbre M. Newton, à la fin de ſon énumération des Lignes du 3me ordre, dit que toutes ces lignes peuvent ſe former par un point lumineux, qui répandant une infinité de rayons ſur un plan où ſeroit tracé l'une des paraboles divergentes du 3me ordre, l'ombre de ce plan reçu ſur un autre plan quelconque formera toutes les lignes du 3me ordre. Voilà tout ce que cet illuſtre Géometre en dit. Perſonne, que je ſache, depuis ce tems n'en a donné de démonſtration.

La méthode que j'ai ſuivie ici, eſt préciſément la même que celle que je donnai, il y a quelque tems, dans un Mémoire, où je con-

* 1 Dec. 1731.


4
B
A
b
C
7
c
A

conſiderai la ſuite de l'infinité de Sections coniques, engendrées par la double révolution entiere d'un plan ſur un pivot attaché à un point de la ſuperficie convexe du Cone.

* I. Soit la Courbe *NMImn* une des paraboles divergentes du 3me ordre, compoſée des deux branches *IMN*, *Imn*, & de l'anneau *I*, *III*. La propriété de cette Courbe eſt, qu'en quelque point *P* de l'axe *EOP* qu'on mène l'ordonnée *PM* perpendiculaire à cet axe, le point *O* étant l'origine des abſciſſes *OP*, & la droite *OE* étant toujours la même; on ait dans tous ſes points $OE \times PM^2 = PI \times PII \times PIII$.

† Si maintenant on éleve ſur le point *O*, perpendiculairement au plan de cette Courbe, la droite *OC*, & que du point *C*, on mène à tous les points de cette Courbe, des droites, telles que *CM*, *cm*; on formera un corps ſolide, dont la baſe ſera la parabole divergente *IMN*, & le ſommet ſera en *C*. Et ſi l'on prolonge toutes les lignes *MC*, *mC*, *IC*, *IIC*, *IIIC* par-delà le point *C* juſqu'à un autre plan parallele au premier; il ſe formera un ſecond ſolide, qui aura encore le point *C* pour ſommet, & pour baſe, la Courbe *mImn*, qui ſera auſſi une parabole divergente ſemblable à la premiere.

PROBLEME I.

On demande toutes les Courbes qui peuvent être engendrées dans ce ſolide, & dans le ſolide oppo-

* Fig. 1. † Fig. 2.

opposé, par toutes les Sections dont ils sont susceptibles.

SOLUTION.

II. Soit mené la droite $QBCV$, passant par le sommet C, & parallele a l'axe POE, & soit pris dans la perpendiculaire CO, le point fixe A, auquel soit attaché un plan $MPmnpm$, perpendiculaire au plan CPE, & qui coupe les droites POE, CFI, CKE, $CGII$, $CHIII$, CBQ, & Lop, toutes données de position dans les points P, F, G, H, B, p.

Il est évident que ce plan coupant les deux solides opposés, & le conoïde C, II, III, forme par cette Section, la Courbe composée des branches MF, Fm, $m4$, $m5$, & de l'anneau GH.

L'Equation de cette Courbe se trouve en faisant toutes les analogies que voici.

Soit $AB=b$, $BC=g$, $AC=a$, $AK=c$, $AF=f$, $AG=i$, $AH=l$, & les coordonnées $AP=x$, $PM=y$.

Les triangles semblables ABC, APO; CAK, COE; FBC, FPI; GPC, $GPII$; HBC, $HPIII$ donneront $AB\ (b).BC\ (g)$

$:: AP\ (x).PO=\frac{gx}{b}.AB\ (b).AC\ (a)$

$:: AP\ (x).AO=\frac{ax}{b}.CA\ (a).AK\ (c)$

$:: CO\ (a+\frac{ax}{b}).OE=\frac{cb+cx}{b}.FB(b-f)$

$.BC\ (g) :: FP\ (x+f).PI=\frac{gx+fg}{b-f}.$

On

On aura auſſi $PII = \frac{gx+ig}{b-i}$, & $PIII = \frac{gx+lg}{b-l}$.

Mais l'ordonnée PM eſt commune à la Courbe MFm, & à la Courbe MIm, dont l'Equation eſt $OE \times PM^2 = PI \times PII \times PIII$. Si donc on ſubſtitue dans cette Equation pour les lignes qui la compoſent, leurs valeurs algébriques que l'on vient de trouver, on aura l'Equation $\frac{cb+cx}{b} \times yy = \frac{g^3 \times \overline{x+f} \times \overline{x+i} \times \overline{x+l}}{\overline{b-f} \times \overline{b-i} \times \overline{b-l}}$, ou $\frac{\overline{x+f} \times \overline{x+i} \times \overline{x+l}}{x+b} = \frac{c \times \overline{b-f} \times \overline{b-i} \times \overline{b-l}}{g^3 b} \times yy$, qui exprime la nature de la Courbe MFm.

La propriété eſſentielle de cette Courbe eſt donc que $PF \times PG \times PH . BP \times PM^2 :: AK \times BF \times BG \times BH . AB \times CB^3$.

REMARQUE I.

III. Si dans cette Equation on ſuppoſe $x = -b$, on trouve que les deux ordonnées dans ce point ſont chacune infinies; ce qui fait voir qu'elles ſont aſymptotes aux branches de Courbe qui répondent au point B. Et c'eſt auſſi ce qui doit arriver, car la parabole divergente mIm, qui ſert de baſe au ſolide, s'étendant à l'infini dans le ſens op, & dans le ſens pm, il faut auſſi que le ſolide ſoit infiniment long dans ces deux ſens, & par conſéquent que le plan qui engendre la Courbe que nous examinons, ne rencontre la partie de ce ſolide qui répond au point B

qu'à l'infini, en ſorte que $B8$, & $B9$, ſont aſymptotes ; les branches $m4$ & $m5$ de cette Courbe, ſont donc hyperboliques.

* Si par l'Equation de cette Courbe, on cherche la valeur de ſa ſous-tangente, & que l'on retranche cette ſous-tangente de l'abſciſſe dans le cas où cette abſciſſe eſt infinie; on trouvera que la difference de ces deux lignes eſt $AD = \frac{-f-i-l+b}{2}$. Et ſi dans cette ſuppoſition, on cherche la valeur de $\frac{dy}{dx}$, on trouvera AI ou AL $= \frac{g\sqrt{bg}\times\overline{b-f-i-l}}{2\sqrt{c\times b-f\times b-i\times b-l}}$. Ce qui fait connoître que menant par les points I & L, les deux lignes infinies $12\,D\,13$ & $14\,D\,15$, elles ſeront encore aſymptotes aux branches $m10$, $m11$, $M17$ & $m16$.

† La Courbe engendrée dans le ſolide par le plan qui coupe du même côté les cinq lignes CI, CE, CII, $CIII$, CQ ſera donc toujours compoſée de trois hyperboles, l'une ‡ circonſcrite à ſes aſymptotes, & les deux autres inſcrites; & d'un anneau GH renfermé dans le triangle des aſymptotes.

REMARQUE II.

IV. ‡ Comme dans l'Equation de la Section MFm, on a ſuppoſé CB (g) déterminé, ou ce

* Fig. 3. † Fig. 2.
‡ Fig. 3. ‡ Fig. 2.

ce qui eſt la même choſe, le plan $PABp$ dans une ſituation fixe; pour avoir les Equations des autres Sections du même ſolide, il ne faut que faire faire au plan une révolution ſur le point A comme pivot, depuis $g=0$ juſqu'à g égal à l'infini poſitivement & négativement.

COROLLAIRE I.

V. Si l'on ſuppoſe $CB\ (g)=0$, on aura $b=f=i=l=a$, & l'Equation générale deviendra $\overline{x+a}^{2}=\frac{cyy}{a}$, qui eſt une Equation à la ligne droite, c'eſt-à-dire, que la Section eſt alors une ligne droite.

COROLLAIRE II.

VI. Si l'on ſuppoſe $CB\ (g)$ croître depuis 0 juſqu'à l'infini, l'infinité de Sections engendrées par ce quart de révolution ſeront toujours de l'eſpece déja examinée (*Fig.* 3.), elles ne differeront que par les lignes AI, AD, AF, AG, AH, AB, qui ſeront plus grandes ou plus petites.

COROLLAIRE III.

VII. Si l'on ſuppoſe $CB\ (g)$ infini, on aura auſſi b infini, & l'Equation générale deviendra $x+f\times x+i\times x+l=cyy$, qui exprime une parabole divergente (*Fig.* 4.) ſemblable à celle qui ſert de baſe au ſolide.

COROLLAIRE IV.

VIII. *Si l'on ſuppoſe que le plan qui engendre la Section en continuant de tourner ſur le pivot A, parvienne dans la ſituation $bpAfgh$, dans laquelle il coupe en b, de l'autre côté de C, la ligne $QBCbV$, & dans laquelle il coupe du même côté qu'auparavant, les lignes CI, CII, $CIII$, en f, g, h.

L'Équation générale qui convient à ce cas, ſera $\frac{x\overline{-+}f\times x\overline{-+}i\times x\overline{-+}l}{b-x} = \frac{c\times b\overline{-+}f\times b\overline{+}i\times b\overline{-+}l}{g^3 b}$ $\times yy$, par laquelle on voit que l'ordonnée y eſt toujours réelle depuis $x=0$, j'uſqu'à $x=b$, où elle eſt infinie; qu'elle eſt encore réelle depuis $x=0$, juſqu'à $-x=f$ où elle eſt zero; qu'enſuite depuis $-x=f$ juſqu'à $-x=i$, cette ordonnée devient imaginaire, & qu'elle eſt zero, lorſque $-x=i$; que depuis $-x=i$ juſqu'à $-x=l$, cette ordonnée redevient réelle, & qu'elle eſt encore zero lorſque $-x=l$, & qu'enſuite $-x$ continuant de croître, l'ordonnée eſt toujours imaginaire; en ſorte que tous les points de la Courbe de ce cas ſont renfermés entre les deux valeurs de x qui ſont $x=b$, & $-x=l$.

La figure de la Section qui convient à ce cas eſt celle marquée (*Fig.* 5.) qui eſt une hyperbole conchoïdale, avec une ovale tournée vers ſa convexité; l'infinité de Sections qui réſultent de ce cas ſont de la même eſpece.

C o-

* Fig. 2.

COROLLAIRE V.

IX. Si le plan qui engendre la Section, continuant de tourner sur le pivot *A* devient parallele à la ligne *CIII*; alors la ligne *Ab* (*l*) devient infinie, & l'Equation devient $\frac{\overline{x+f}\times\overline{x+i}}{b-x} = \frac{e\times\overline{b+f}\times\overline{b+i}}{g^2b}\times yy$, par laquelle on voit que depuis $x=o$ jusqu'à $x=b$, l'ordonnée y est toujours réelle, & qu'elle est infinie, lorsque $x=b$; que depuis $x=o$ jusqu'à $-x=f$, elle est encore réelle, & qu'elle est zero, lorsque $-x=f$; que depuis $-x=f$ jusqu'à $-x=i$, elle est imaginaire, & qu'elle est zero lorsque $-x=i$; qu'ensuite $-x$ continuant de croître, cette ordonnée redevient réelle depuis $-x=i$ jusqu'à $-x$ infinie. La figure de la Section qui convient à ce cas, est celle marquée (*Fig. 6.*) qui est une hyperbole conchoïdale, avec une Courbe à branches paraboliques tournée vers la convexité de la conchoïde.

COROLLAIRE VI.

* X. Si par le point *A*, on mène les lignes *A*1, *A*2, *A*3, paralleles aux lignes *CI*, *CII*, *CIII*; & que le plan qui engendre les Sections en continuant de faire sa révolution sur le pivot *A*, tombe dans l'angle 2*A*3, ce plan rencontrera alors les lignes *CI*, *CII*, au-dessous de *A*, & les lignes *CIII*, *CV*, au-dessus de *A*.

* Fig. 2.

L'Equation de la Section qui convient à ce cas, ſera donc $\frac{x+f \times x+i \times l-x}{b-x} = \frac{c \times b+f \times b+i \times l-b}{g^2 b} \times yy$, par laquelle on voit, que depuis $x=0$, juſqu'à $x=b$, la valeur de y eſt toujours réelle, & qu'elle eſt infinie, lorſque $x=b$; qu'enſuite x continuant d'augmenter, l'ordonnée eſt imaginaire, juſqu'à ce que $x=l$ auquel cas elle devient zero; enſuite x augmentant toujours juſqu'à l'infini, l'ordonnée eſt toujours réelle. On voit auſſi que $-x$ augmentant depuis le zero, juſqu'à ce qu'il ſoit égal à f, l'ordonnée eſt toujours réelle; qu'enſuite $-x$ continuant d'augmenter, l'ordonnée devient imaginaire, juſqu'à ce que $-x=i$, alors l'ordonnée eſt zero, & $-x$ continuant d'augmenter juſqu'à l'infini, l'ordonnée eſt toujours réelle. La figure de l'infinité de Sections qui conviennent à ce cas, & qui ſont toutes de la même eſpece, eſt celle marquée (*Fig.* 7.), qui eſt compoſée de deux Courbes oppoſées, qui ont toutes leurs branches hyperboliques, & d'une troiſieme hyperbole conchoïdale: les aſymptotes de ces trois Courbes ſont déterminées par $AD = \frac{-b-f-i+l}{2}$, $AI=AL=\frac{AD \times g\sqrt{gb}}{\sqrt{c \times b+f \times b+i \times l-b}}$ & $Ab=b$.

COROLLAIRE VII.

XI. Si le plan ſe trouve parallele à la droite *CII*,

CII, alors la ligne Ag (i) devient infinie, & l'Équation générale de ce cas devient $\frac{x+f\times\overline{l-x}}{b-x}=\frac{e\times b+f\times\overline{l-b}}{g^3b}\times yy$; par laquelle on voit que depuis $x=o$ juſqu'à $x=b$, l'ordonnée y eſt toujours réelle, & qu'elle eſt infinie, lorſque $x=b$; qu'enſuite x continuant de croître depuis $x=b$ juſqu'à $x=l$, l'ordonnée eſt toujours imaginaire, & qu'elle eſt zero, lorſque $x=l$; qu'enſuite x continuant de croître depuis $x=l$ juſqu'à x infini, elle eſt toujours réelle; & que depuis $x=o$ juſqu'à $-x=f$, cette ordonnée eſt toujours réelle; qu'elle eſt zero, lorſque $-x=f$; qu'enſuite $-x$ continuant de croître, elle eſt toujours imaginaire.

La figure de la Section qui convient à ce cas, eſt celle marquée (*Fig.* 8.) qui eſt encore une hyperbole conchoïdale, & une Courbe à deux branches paraboliques, l'aſymptote de la conchoide étant placée entre ces deux Courbes.

COROLLAIRE VIII.

XII. Si le plan qui engendre les Sections, tombe dans l'angle 1A2, l'Équation générale deviendra pour ce cas $\frac{x+f\times\overline{i-x}\times\overline{l-x}}{b-x}=\frac{e\times\overline{b}+f\times\overline{i-b}\times\overline{l-b}}{g^3b}\times yy$.

La figure de l'infinité de Sections qui réſultent de ce cas, eſt celle marquée (*Fig.* 9.) qui eſt compoſée d'une hyperbole conchoï-

dale, & d'une ovale, de l'autre côté de l'asymptote.

COROLLAIRE IX.

XIII. Si le plan se trouve parallele à la ligne CI, alors la ligne Af (f) devient infinie, & l'Equation de ce cas est $\frac{\overline{i-x} \times \overline{l-x}}{\overline{b-x}} = \frac{c \times \overline{i-b} \times \overline{l-b}}{g^3 b} \times yy$.

La figure de la Section qui y convient, est celle marquée (*Fig.* 10.) laquelle est composée de deux branches hyperboliques, de deux branches paraboliques, & d'une ovale placée par-delà l'asymptote. Car on voit par l'Equation, que depuis $x = o$ jusqu'à $x = b$, l'ordonnée est toujours réelle; qu'elle est infinie lorsque $x = b$, que x continuant de croître, l'ordonnée est imaginaire, devient zero, lorsque $x = l$, redevient ensuite réelle, jusqu'à $x = i$, & ensuite est toujours imaginaire; que depuis $x = o$ jusqu'à $-x$ infini, l'ordonnée est toujours réelle.

COROLLAIRE X.

XIV. Si le plan qui engendre toutes ces Sections, continuant de tourner, passe dans l'angle OAI, ce plan coupera les quatre lignes CI, CII, $CIII$, CV au-dessus du point C, & l'Equation de ce cas deviendra $\frac{\overline{f-x} \times \overline{i-x} \times \overline{l-x}}{\overline{b-x}} = \frac{c \times \overline{f-b} \times \overline{i-b} \times \overline{l-b}}{g^3 b} \times yy$.

On

On voit, par cette Equation, que x augmentant depuis $x=o$ juſqu'à $x=b$, l'ordonnée eſt toujours réelle, & qu'elle eſt infinie lorſque $x=b$; que x continuant d'augmenter, l'ordonnée eſt imaginaire juſqu'à $x=l$ où elle eſt zero. Qu'enſuite elle redevient réelle, juſqu'à $x=i$ où elle eſt zero; qu'après l'ordonnée redevient encore imaginaire juſqu'à $x=f$ où elle eſt encore zero; & qu'enſuite juſqu'à l'infini, elle eſt toujours réelle. On voit auſſi que $-x$ augmentant à l'infini depuis $x=o$, l'ordonnée eſt toujours réelle.

La figure de l'infinité de Sections, relative à ce cas, eſt donc (*Fig.* 11.) compoſée de trois Courbes, l'une inſcrite dans l'angle D des deux aſymptotes, & les deux autres ambigènes, c'eſt-à-dire, inſcrite à l'aſymptote bd, & circonſcrite à l'aſymptote Dd; la poſition des aſymptotes Dd, & Dd eſt déterminée par $AD=\frac{f+i+l-b}{2}$, & $AL=\frac{f+i+l-b}{2}\times\frac{g\sqrt{gb}}{\sqrt{e\times f-b\times i-b\times l-b}}$.

REMARQUE.

XV. Si l'on fait attention à la ſuite de l'infinité de Courbes qui ſe ſont engendrées dans le ſolide, par la révolution du plan attaché au pivot A, on verra la relation de toutes ces Courbes entre elles.

On verra, 1°. Que lorſque le plan tombe dans l'angle CAK, il s'engendrera une infinité de Sections qui ſeront toutes de la même eſpece, dont une eſt repréſentée

(*Fig.* 3.) par laquelle on voit qu'à mesure que le plan tourne, la distance AB (b) du point fixe A à l'asymptote 8 B 9 augmente, aussi-bien que le rapport de DA à AI, qui fixe la position des asymptotes 12, 13, & 14, 15; de telle sorte que lorsque AB (b) est infini, les deux asymptotes 12 D 13, & 14 D 15 se rencontrent à l'infini, & la troisieme asymptote 8 B 9 se perd dans l'infini, aussi-bien que les Courbes hyperboliques 4 m 10 & 5 m 11; il ne reste donc alors que la *Fig.* 4. composée d'une ovale, & d'une Courbe à branche parabolique.

2°. Que lorsque le plan tombe dans l'angle KA 3, il s'engendre encore une infinité de Sections qui seront toutes entre elles de même espece, dont une est représentée (*Fig.* 5.) laquelle est composée d'une ovale & d'une conchoïde; on voit aussi qu'à mesure que le plan tourne, la ligne Ab augmente toujours, en sorte que lorsque le plan est en A3, parallele à $CIII$, l'ovale devient la Courbe parabolique de la *Fig.* 6.

3°. Que lorsque le plan tombe dans l'angle 3A2, il s'engendre une infinité de Sections de même espece, dont une représentée (*Fig.* 7.) est composée de deux Courbes hyperboliques opposées, & d'une conchoïde. On voit aussi, qu'à mesure que le plan tourne, la ligne Ag (dont le point g est toujours le sommet de la Courbe 5 g 6) devient plus grande, aussi-bien que le rapport $\frac{AD}{AI}$ qui détermine la position des asymptotes dD4 & dD3; en sorte que quand le plan sera en

A2,

$A2$, parallele à CII, la Courbe $5g6$ se perdra dans l'infini, & les deux asymptotes dD, dD ne se rencontreront qu'à l'infini, ce qui fait voir qu'il ne restera alors que la Courbe $1b2$ qui sera parabolique, & une conchoïde, marquée (*Fig.* 8.).

4°. Que lorsque le plan tombe dans l'angle $1A2$, il se produit encore une infinité de nouvelles Sections de même espece entre elles, dont une représentée (*Fig.* 9.) est composée d'une ovale, & d'une Courbe composée d'une demi-ovale, & de deux branches hyperboliques. On voit aussi qu'à mesure que le plan tourne, la ligne Af devient plus grande; d'où il suit que quand le plan sera en $A1$, parallele à CI, la demi-ovale deviendra les deux branches paraboliques de la *Fig.* 10.

5°. Enfin, que lorsque le plan tombe dans l'angle $1AO$, il se forme encore une nouvelle infinité de Sections qui ne composent qu'une espece, dont une représentée (*Fig.* 11.) est composée d'une ovale, & de trois Courbes hyperboliques, l'une inscrite, & les deux autres ambigènes; on voit encore qu'à mesure que le plan tourne, les lignes Af, Ag, Ah & Ab, tendent à devenir égales; & que quand le plan sera en CAO, l'ovale se réduira dans le seul point b (*Fig.* 12.) & toutes les branches de Courbes aux droites $Mb3$ & $Mb4$.

COROLLAIRE. XI.

* XVI. Il est donc évident que l'infinité de Sec-

* Fig. 12.

Sections que nous venons d'examiner, ne composent que neuf especes des lignes du 3me ordre, la dixieme espece étant les triangles *Mbm*, 4*b*3.

PROBLEME II.

* *Si l'on suppose le plan* NMfnmh *perpendiculaire sur l'axe* BFP *de la premiere Courbe trouvée* MFm, *& qu'on fasse faire une révolution au plan de cette Courbe* MFm, *sur son axe* BFAP ; *il est évident que par cette nouvelle révolution, il s'engendrera dans le solide une infinité de nouvelles Sections, telle que* NSFn, *toutes terminées au plan* NMfnmh *perpendiculaire sur* BAP. *Toutes ces Courbes auront la même abscisse* AP, *& pour ordonnées les lignes* PN, Pn. *On demande l'Equation de cette nouvelle Courbe* NSFn, *quel que soit l'angle de révolution* MPN.

SOLUTION.

XVII. Soit mené, par le point *N*, le plan *NRh*[1]*e*23, parallele à la base du solide, ce plan engendrera dans le solide une Courbe semblable à celle qui lui sert de base. L'Equation de cette Courbe sera donc $oe \times RN^2 = R1 \times R2 \times R3$. Cela posé, & les mêmes choses que l'on a supposées dans le Problême premier. Soit de plus abbaissé *Rr* perpendiculaire sur *IOP*, & nommé *z*, l'ordonnée *PN* de la Courbe qu'on cherche, *n* le sinus de l'angle *MPN* ou *PNR*, *m* le sinus

[1] Fig. 13.

ſinus de ſon complément, & t le ſinus total.

On aura $t.n :: z . PR = \frac{nz}{t}$, & $t . m :: z . RN = \frac{mz}{t}$. Les triangles ſemblables ABC, PRr, donneront auſſi $AB\ (b).AC\ (a) :: PR\left(\frac{nz}{t}\right).Pr = \frac{anz}{tb}$, & $Rr = \frac{gnz}{tb}$. Donc $Ro = OP + Pr = \frac{gx}{b} + \frac{anz}{tb}$, & $Co = CO - Rr = a + \frac{ax}{b} - \frac{gnz}{tb}$. On a auſſi $OI = PI - PO = \frac{fg \times \overline{x+b}}{b \times b - f}$, $OII = \frac{ig \times \overline{x+b}}{b \times b - i}$, $OIII = \frac{lg \times \overline{x+b}}{b \times b - l}$; Et à cauſe des triangles ſemblables COI, $Co1.COII$, $Co2.COIII$, $Co3.COE$, Coe, on aura $o1 = \frac{\overline{atb + atx - gnz}}{atb \times \overline{b-f}} \times fg$, $o2 = \frac{\overline{atb + atx - gnz}}{atb \times \overline{b-i}} \times ig$, $o3 = \frac{\overline{atb + atx - gnz}}{atb \times \overline{b-l}} \times lg$, & $oe = \frac{\overline{atb + atx - gnz}}{atb} \times c$. Donc $R1 = \frac{\overline{atb + atx - gnz}}{atb \times \overline{b-f}} \times fg + \frac{gtx + anz}{tb} = \frac{agtx + afgt + z \times \overline{aan - fbn}}{at \times \overline{b-f}}$ (en mettant pour gg ſa valeur $bb - aa$).

On

On aura donc auſſi $R2 = \frac{agtx + aigt + z\times\overline{aan - ibn}}{at\times\overline{b-i}}$, & $R3 = \frac{agtx + algt + z\times\overline{aan-lbn}}{at\times\overline{b-l}}$.

Si donc dans l'Equation de la Courbe $N1b$ qui eſt $oe\times RN^2 = R1\times R2\times R3$, on met pour ces lignes, les valeurs algébriques que l'on vient de trouver, cette Equation deviendra $\frac{atb+atx-gnz}{atb}\times c\times\frac{mmzz}{tt}$

$$= \frac{(agtx+afg+z\times\overline{aan-fbn})\times(agtx+aigt+z\times\overline{aan-ibn})\times(agtx+algt+z\times\overline{aan-lbn})}{a^3t^3\times\overline{b-f}\times\overline{b-i}\times\overline{b-l}},$$

qui exprime la relation des coordonnées $AP(x)$, & $PN(z)$. Une des propriétés de cette Courbe eſt donc que $oe\times PN^2 . R1\times R2\times R3 :: tt . mm$.

Cette Equation ſe réduit à $\frac{cmmgnzz}{ab}\times(\frac{atb+atx}{gn}-z) = \overset{A}{(z+\frac{agt\times\overline{x+f}}{n\times\overline{aa-fb}})}$

$\times(z+\frac{agt\times\overline{x+i}}{n\times\overline{aa-ib}})\times(z+\frac{agt\times\overline{x+l}}{n\times\overline{aa-lb}})\times\frac{n^3}{a^3}\times\frac{\overline{aa-fb}\times\overline{aa-ib}\times\overline{aa-lb}}{\overline{b-f}\times\overline{b-i}\times\overline{b-l}}$, qui donne cette proportion $(z+\frac{agt\times\overline{x+f}}{n\times\overline{aa-fb}})\times(z+\frac{agt\times\overline{x+i}}{n\times\overline{aa-ib}})\times(z+\frac{agt\times\overline{x+l}}{n\times\overline{aa-lb}})$

$zz \times (\frac{ar}{gn} \times \overline{b+x-z}) :: \frac{aacg}{b}, \frac{nn}{mm} \times (\frac{aa-fb}{b-f}) \times (\frac{aa-ib}{b-i}) \times (\frac{aa-lb}{b-l})$ qui fournit cette construction.

Soit mené $LC9$ perpendiculaire sur AB, & sa parallele $B8 = AB$, & des points F, G, H, les lignes $F8$, $G8$, $H8$, qui coupent la ligne $L9$ en 9, 10, 11.

Soit de plus prolongée la ligne RP, de part & d'autre du point R, elle coupera les droites BCV, CFI, $CGII$, $CHIII$, données de position en D, f, g, h. Si l'on prolonge de part & d'autre du point P, l'ordonnée NPn, & que des points D, f, g, h, on éleve les perpendiculaires $D7$, $f4$, $g5$, $h6$ sur DRP; elles rencontreront l'ordonnée prolongée en 7, 4, 5, 6. Cela fait, je dis que pour trouver le point N qui soit à la Courbe $NSFn$ qu'on cherche, & qui répond au point P donné de l'axe AP; il ne faut que trouver un point N dans la ligne $7P6$, donnée de position, & sur laquelle les points P, 7, 4, 5, 6 sont donnés; il ne faut dis-je, que trouver le point N qui soit tel, que $N4 \times N5 \times N6$ soit à $NP^2 \times N7$, comme le rapport donné de $AL \times AK \times BC$ à $\frac{nn}{mm} \times L9 \times L10 \times L11$. Ce qui est un Problême déterminé.

DEMONSTRATION.

Par la construction, on a $AL = \frac{aa}{b}$, $FL =$

$= \frac{aa}{b} - f$, $GL = \frac{aa}{b} - i$, $HL = \frac{aa}{b} - l$, $CL = \frac{ag}{b}$, $L9 = \frac{aa - fb}{b - f}$, $L10 = \frac{aa - ih}{b - i}$, $L11 = \frac{aa - lb}{b - l}$, $Pf = \frac{ag \times \overline{x + f}}{aa - fb}$, $Pg = \frac{ag \times \overline{x + i}}{aa - ih}$, $Ph = \frac{ag \times \overline{x + l}}{aa - lb}$, $PD = \frac{a \times \overline{x + b}}{g}$, l'angle $fP4$ étant égal à l'angle NPR, dont le sinus eſt m, & les angles f, g, h, D étant droit, il faut que les angles 7, 4, 5, 6 ayent n pour ſinus; on aura donc $P4 = \frac{agi \times \overline{x + f}}{n \times aa - fb}$, $P5 = \frac{agi \times \overline{x + i}}{n \times aa - ib}$, $P6 = \frac{agi \times \overline{x + l}}{n \times aa - lb}$, & $P7 = \frac{ai \times \overline{x + b}}{gn}$, & par conſéquent $N4 \times N5 \times N6 . NP^2 \times N7 :: AL \times AK \times BC . \frac{nn}{mm} \times L9 \times L10 \times L11$.

REMARQUE I.

XVIII. L'Equation A qui renferme la relation des coordonnées x & z, peut ſe changer en une autre plus ſimple, en faiſant une ſubſtitution & les multiplications indiquées.

Soit $\frac{agi}{n \times aa - fb} = a$, $\frac{agi}{n \times aa - ib} = b$, $\frac{agi}{n \times aa - lb} = v$, $\frac{ai}{gn} = d$; & ſoit au-lieu du rapport conſtant de $\frac{aacg}{b}$ à $\frac{nn}{mm} \times \left(\frac{aa - fb}{b - f}\right)$

×

$\times(\frac{aa-ib}{b-i}) \times (\frac{aa-lb}{b-l})$ celui de p à q.

Cette ſubſtitution étant faite, on aura $(z+a\times\overline{x+f})\times(z+b\times\overline{x+i})\times(z+c\times\overline{x+l})$. $zz\times(d\times\overline{x+h}-z) :: p . q$, qui donne l'Equation $z^3+zz\times(ax+af+bx+bi+cx+cl)+z\times(ax+af\times\overline{bx+bi}+\overline{ax+af}\times\overline{cx+cl}+\overline{bx+bi}\times\overline{cx+cl})+\overline{ax+af}\times\overline{bx+bi}\times\overline{cx+cl}=\frac{pzz}{q}\times dx+dh-\frac{pz^3}{q}$, ou $z^3\times\frac{p+q}{q}+zzx\times(a+b+c-\frac{pd}{q})+zz\times(af+bi+cl-\frac{pdh}{q})+xxx\times ab+ac+bc+zx\times(abi+afb+acl+afc+bcl+bic)+z\times afbi+afcl+bicl+x^3\times abc+xx\times abcl+acbi+bcaf+x\times abicl+abcfl+abcfi+abcfli=0$.

B

Cette Equation eſt rangée ſelon l'ordre des puiſſances des coordonnées, qui ont chacune trois dimenſions.

REMARQUE II.

XIX. Mais comme l'on ſait que l'Equation d'une ligne du 3me ordre peut être telle qu'une de ces coordonnées n'a que deux dimenſions, pendant que l'autre en a trois (ce qui ſe fait par un changement d'axe) il faut donc trou-

trouver le nouvel axe, par le moyen duquel l'Equation *B* se transforme en une autre Equation où cela arrive.

PROBLEME III.

* *Soit la Courbe* NCn, *dont l'axe eſt* BAP, *& l'ordonnée* PN *perpendiculaire à cet axe, celle exprimée par l'Equation* B, *dans laquelle* AP *eſt* x, *&* PN, z. *On demande quelle doit être la poſition d'un autre axe* CQAE, *dont l'ordonnée perpendiculaire eſt* QN, *pour que l'Equation qui exprime la relation des nouvelles coordonnées* AQ, QN, *ſoit telle, que* QN *n'ait que deux dimenſions, pendant que* AQ *en a trois.*

SOLUTION.

XX. Soit nommé AD, r. DE, s. AE, t. qui meſurent l'inclinaiſon demandée DAE, & ſoit tiré QV & QS paralleles à AP & à PN; ſoit de plus $AQ=u$, & $QN=y$.

Les triangles ſemblables ADE, QVN & QAS, donneront $AE\ (t)\ .\ ED\ (s)\ ::\ QN\ (y)\ .\ QV=\frac{sy}{t}$, $AE\ (t)\ .\ AD\ (r)\ ::\ AQ\ (u)\ .\ AS=\frac{ru}{t}$, $AE\ (t)\ .\ AD\ (r)\ ::\ QN\ (y)\ .\ NV=\frac{ry}{t}$, $AE\ (t)\ .\ ED\ (s)\ ::\ AQ\ (u)\ .\ QS=\frac{su}{t}$. Donc $PN=NV+QS$ donnera

* Fig. 14.

nera $z = \frac{ry+su}{t}$, & $AP = QV - AS$ donnera $x = \frac{sy-ru}{t}$.

Si donc on fubſtitue dans l'Equation B, pour x & z, les valeurs que l'on vient de trouver, cette Equation deviendra $\left(\frac{ry+su}{t}\right)^3 \times \frac{p+q}{q} + \left(\frac{ry+su}{t}\right)^2 \times \left(\frac{sy-ru}{t}\right) \times \left(a+b+c - \frac{pd}{q}\right) + \left(\frac{ry+su}{t}\right) \times \left(\frac{sy-ru}{t}\right)^2 \times \left(af+bi+cl-\frac{pdb}{q}\right) + \left(\frac{ry+su}{t}\right) \times \left(\frac{sy-ru}{t}\right)^2 \times (ab+ac+bc) + \left(\frac{ry+su}{t}\right) \times \left(\frac{sy-ru}{t}\right) \times (abi+afb+acl + afc+bcl+bic) + \left(\frac{ry+su}{t}\right) \times (afbi + acfl+bcil) + \left(\frac{sy-ru}{t}\right)^3 \times abc + \left(\frac{sy-ru}{t}\right)^2 \times (abcl+abci+abcf) + \left(\frac{sy-ru}{t}\right) \times (abcil + abcfl + abcfi) + abcfil = 0$, ou en faiſant les multiplications que demande cette Equation, elle deviendra $(r^3y^3 + 3rrsuyy + 3rssuuy + s^3u^3) \times \frac{p+q}{qt^3} + (rryy + 2rsuy + ssuu) \times \left(\frac{sy-ru}{t^3}\right) \times \left(a+b+c-\frac{pd}{q}\right) + \left(\frac{rryy+2rsuy+ssuu}{tt}\right) \times (af+bi+cl - \frac{pdb}{q}) + \left(\frac{ry+su}{t^3}\right) \times (ssyy - 2rsuy + rruu)$

$$\times (ab+ac+bc)+\left(\frac{rsyy+suy-rruy-rsuu}{ss}\right)$$
$$\times (abi+abf+acl+acf+bcl+bci)$$
$$+\left(\frac{ry+su}{s}\right)\times(abfi+acfl+bcil)+(s^3y^3$$
$$-3srsruyy+3srruuy-r^3u^3)\times\frac{abc}{s^3}$$
$$+\left(\frac{ssyy-2rsuy+rruu}{ss}\right)\times(abcl+abci+abcf)$$
$$+\left(\frac{sy-ru}{s}\right)\times(abcil+abcfl+abcfi)$$
$$+abcfil=0.$$

C

Maintenant si l'on rassemble tous les termes de cette derniere Equation où y a trois dimensions, & qu'on les fasse égaux à zero, on aura $\frac{r^3y^3\times p+q}{qs^3}+\frac{rrsy^3}{s^3}\times(a+b+c$
$$-\frac{pd}{q})+\frac{rssy^3}{s^3}\times(ab+ac+bc)+\frac{s^3y^3}{s^3}$$
$$\times abc=0,$$ qui se réduit à $\frac{r^3}{s^3}\times p+q+\frac{rr}{ss}$
$$\times(aq+bq+cq-pd)+\frac{r}{s}\times(abq+acq$$

D

$$+bcq)+abcq=0,$$ dont la résolution donnera le rapport de r à s requis, pour que l'axe CQE soit l'axe demandé.

L'on voit par cette derniere Equation D, que lorsque ses trois racines sont réelles, l'axe GAR peut avoir trois situations, par rapport à l'axe FAP, dans laquelle l'ordonnée QN n'aura que deux dimensions dans l'Equation qui exprime la nature de la Courbe $NCFn$; &

& que lorſqu'il n'y en aura qu'une réelle, l'axe CAR ne peut avoir qu'une ſeule ſituation.

Si donc après avoir effacé de l'Equation C tous les termes où y a trois dimenſions, on arrange les termes reſtans ſelon l'ordre des puiſſances des coordonnées y & u, cette Equation deviendra

$$uyy \times \frac{1}{qt^3} \times (3rrs \times p + q + 2rss - r^3 \times aq + bq + cq - pd + s^3 - 2rrs \times abq + acq + bcq - 3rss \times abcq).$$

$$+ yy \times \frac{1}{qtt} \times (rr \times afq + biq + clq - pdh + qrs \times abi + abf + acl + acf + bcl + bci + qss \times abcl + abci + abcf).$$

$$+ uuy \times \frac{1}{qt^3} \times (3rss \times p + q + s^3 - 2rrs \times aq + bc + cd - pd + r^3 - 2rss \times abq + acq + 3rrs \times abcq).$$

$$+ uy \times \frac{1}{qtt} \times (2rs \times afq + biq + clq - pdh + q \times ss - rr \times abi + abf + acl + acf + bcl + bci - 2rsq \times abcl + abci + abcf).$$

$$+ y \times \frac{1}{t} \times (abfir + acflr + bcilr + abcils + abcfls + abcfis).$$

$$+ u^3 \times \frac{1}{qt^3} \times (s^3 \times p + q - rss \times aq + bq + cq - pd + rrs \times abq + acq + bcq - r^3 \times abcq).$$

$$+ uu \times \frac{1}{qtt} \times (ss \times afq + biq + clq - pdh - qrs \times abi + abf + acl + acf + bcl + bci + qrs \times abcl + abci + abcf).$$

$$+u\times\frac{1}{t}\times(abfis+acfls+bcils-abcilr-abcflr-abcfir)+\overset{E}{abcfil}=0.$$

Dans laquelle on ſubſtituera pour r, s & t, les valeurs qui réſultent de la réſolution de l'Equation D. Cela fait, ſi l'on met pour les coëfficiens conſtans, les grandeurs A, B, C, D, E, F, G, H, I, on aura $Auyy+Byy+Cuuy+Duy+Ey+Fu^3+Guu+Hu+I=0$, qui eſt l'Equation générale des Lignes du 3me ordre, dans laquelle l'ordonnée y n'a que deux dimenſions.

Nous remettons à un autre Mémoire à tirer de cette derniere Equation un détail ſemblable à celui que nous avons tiré de l'Article premier, & qui eſt renfermé dans les Articles ſuivans juſqu'à l'Article 16.

Nous donnerons auſſi dans ce Mémoire les Sections qui peuvent s'engendrer dans les autres ſolides, formés par les quatre autres paraboles divergentes du 3me ordre, ou par quelque autre courbe du même ordre que ce ſoit.

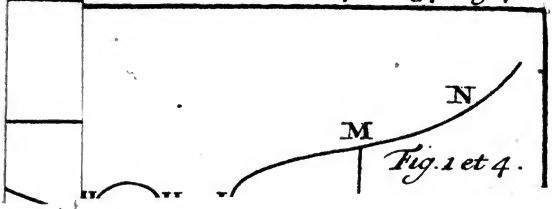


Fig. 1 et 4.

Fig. 6.

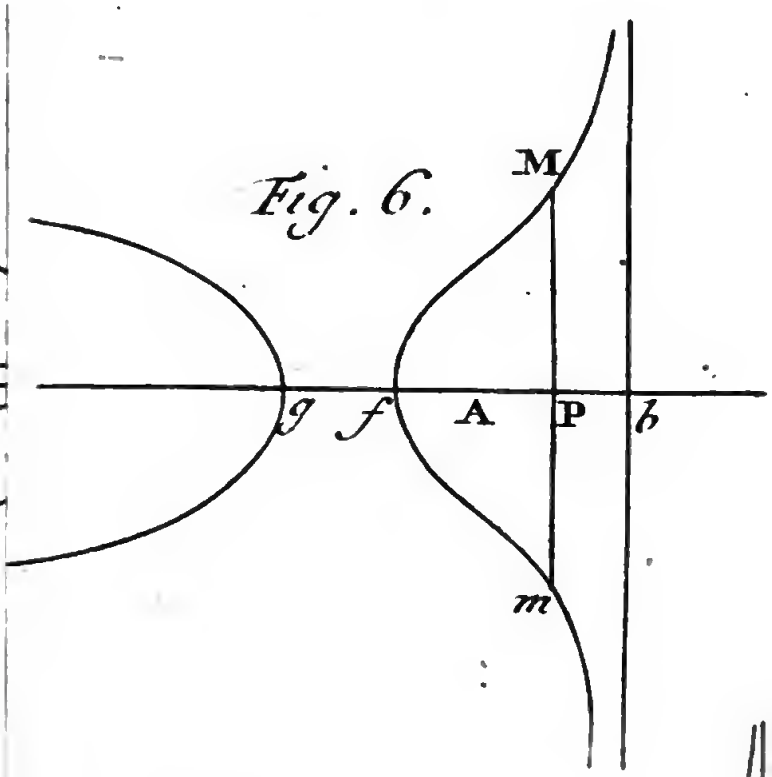
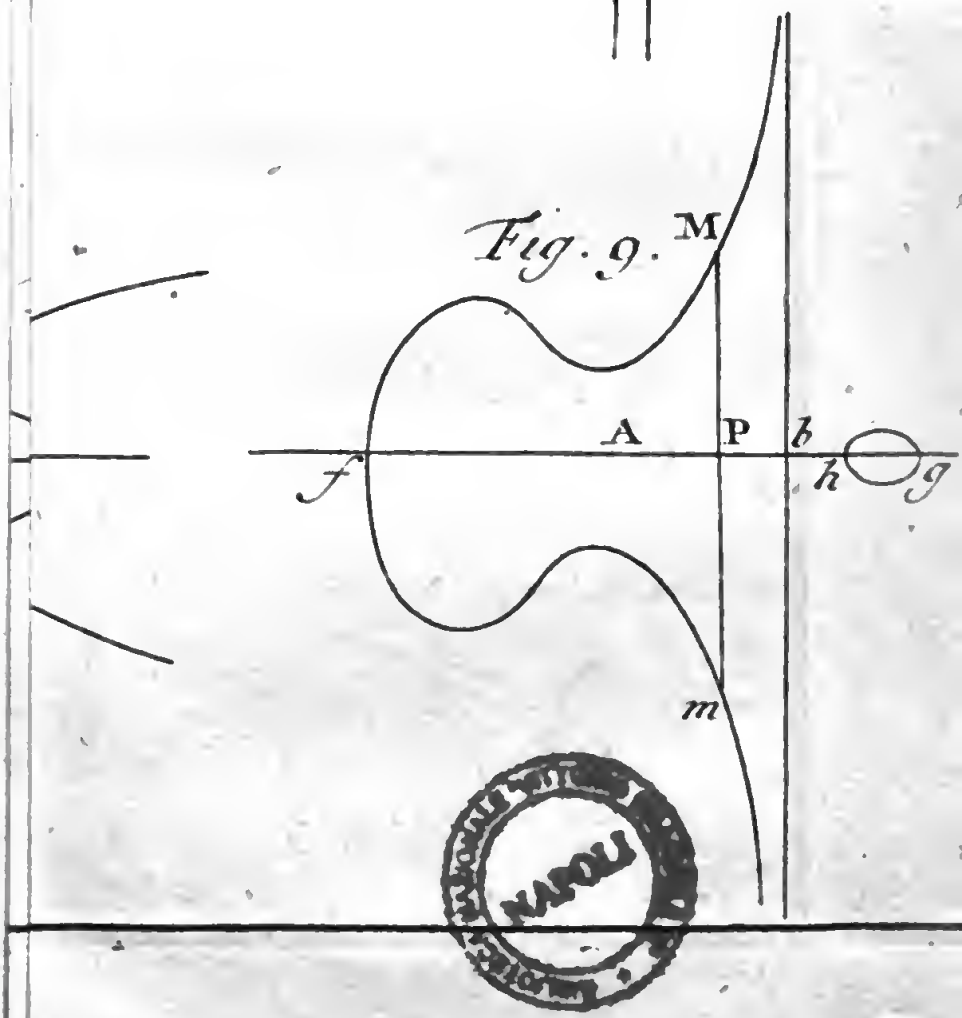
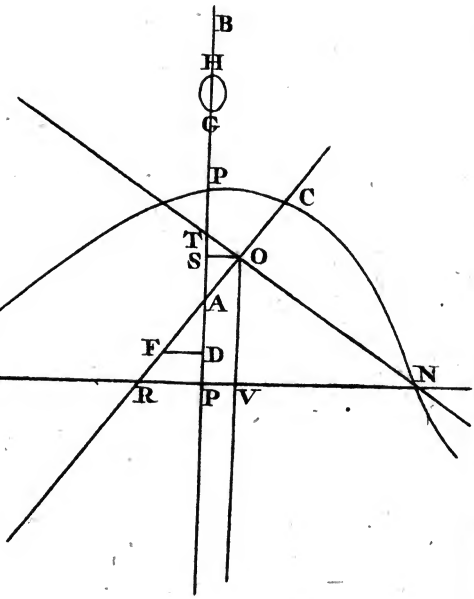


Fig. 9.



NAPOLI

Fig. 14.



NAPOLI

Mem. de l'Acad. 1731 Pl. 40. Pag. 718.

OBSERVATIONS METEOROLOGIQUES FAITES PENDANT L'ANNÉE M. DCCXXXI.

Par M. MARALDI. *

ON a vu plusieurs fois l'Aurore Boréale, dans le Printems & dans l'Automne de l'année 1731. Nous avons principalement remarqué celles du 3 & du 7 Octobre, dont la premiere étoit en forme d'un Arc lumineux, qui s'étendoit depuis le Nord-Est jusqu'à l'Ouest, dans l'espace d'environ 135 degrés. La largeur de cet Arc étoit d'environ 4 ou 5 degrés, & on voyoit au travers les quatre Etoiles du quarré de la grande Ourse. Cet Arc qui se terminoit de deux côtés à l'horizon, étoit élevé à la hauteur d'environ 10 degrés; il fut observé jusqu'à $10^h \frac{1}{2}$ qu'il paroissoit plus foible.

La seconde a été plus considerable; & on y a vu à $6^h \frac{1}{4}$, avant la fin du Crépuscule, & à la présence de la Lune, des rayons de lumiere qui montoient avec une grande vîtesse jusqu'au Zénith. Je croyois que la clarté de la Lune auroit empêché de voir la lumiere

* 9. Janvier 1732.

re dans la partie méridionale du Ciel, lorsque j'en vis ſortir de l'horizon, à 7^h 2', au deſſous des Etoiles d'*Aries*, un demi-cercle de lumiere rouge-pâle, de la grandeur de l'Arc-en-Ciel, qui paſſoit par les Etoiles des Poiſſons, par le Verſeau, & finiſſoit où ſe couchoit le Sagittaire: il comprenoit à l'horizon 120 degrés ou environ, il dura en cet état 8 ou 10 m. Il ſe forma enſuite de ſa lumiere de petits nuages, qui ſe diſperſoient par la partie méridionale du Ciel; pendant tout ce tems, on voyoit au Nord-Oueſt de grands rayons de lumiere qui ſortoient d'un grand amas de nuages rougeâtres, qui étoit au deſſous d'Arcturus.

A 7^h 30', l'Arc méridional paroiſſoit de nouveau, mais irrégulierement, & il avoit un mouvement qui l'approchoit de l'horizon. A 7^h 35', ſon extrémité orientale étant diſparue, il paroiſſoit ſortir de la partie occidentale du Ciel. A 7^h 40' l'Arc étoit diſparu, & il s'étoit formé de ſa lumiere pluſieurs petits nuages de la même couleur. On voyoit en même tems vers le Zénith quelque petit nuage de lumiere.

A 7^h 45', la partie méridionale du Ciel étoit entierement ſereine, & il ne reſtoit qu'une petite apparence de lumiere au Nord-Oueſt au deſſous d'Arcturus.

A 7^h 50', la lumiere paroiſſoit augmenter, & elle s'étendoit depuis la Chevre juſqu'à Arcturus, & elle jettoit des rayons de lumiere qui ne montoient qu'à la petite Ourſe; elle a été dans cet état juſqu'à 8^h 10', qu'on a vu paroitre au Nord deux Arcs de lumiere

concentriques, qui prenoient leur origine au deſſous de la Chevre, & alloient finir à Arcturus, & leur partie ſupérieure paſſoit par la petite Ourſe.

A 8^h $25'$, il eſt ſorti de l'horizon, au deſſous de la Chevre, un grand amas de lumiere, qui après avoir parcouru la partie ſeptentrionale du Ciel, eſt diſparu au deſſous de la Couronne ſeptentrionale.

A 8^h $50'$, le Ciel étoit entierement couvert: à 9^h $24'$, le Ciel s'étoit découvert, & on ne voyoit que de petits nuages qui alloient de côté & d'autre.

A 9^h $35'$, on voyoit beaucoup de rayons de lumiere qui ſortoient de tout l'horizon, & juſqu'au Zénith, où ils ſe croiſoient & paſſoient du côté oppoſé. Cette apparence a duré juſques vers les 10^h que le Ciel s'eſt couvert.

Obſervations ſur la quantité de Pluye.

	pouc.	lign.		pouc.	lign.
En Janvier ...	1	1 $\frac{1}{6}$	En Juillet	0	8 $\frac{2}{6}$
Février ...	0	5 $\frac{2}{6}$	Août	1	6 $\frac{4}{6}$
Mars	0	0 $\frac{1}{6}$	Septembre.	2	0 $\frac{1}{6}$
Avril	0	2 $\frac{3}{6}$	Octobre ...	0	2
Mai	0	10	Novembre.	1	3 $\frac{4}{6}$
Juin	0	8 $\frac{4}{6}$	Décembre.	1	1 $\frac{5}{6}$
	3	4 $\frac{3}{6}$		6	10 $\frac{5}{6}$

Somme totale de la Pluye tombée en 1731, 10 pouces 3 lignes & $\frac{1}{6}$, ce qui marque une année ſeche, par rapport à 17 pouces $\frac{1}{2}$, qu'on

qu'on a établi dernierement pour une année commune.

La Pluye tombée dans les ſix premiers mois de l'année n'eſt que de 3 pouces 4 lignes $\frac{1}{2}$, qui n'eſt pas la moitié de la Pluye tombée dans les ſix derniers, qui eſt de 6 pouces 10 lignes $\frac{2}{3}$. Celle des mois de Mars, Avril & Mai, qui contribue beaucoup à la fécondité de la Terre, n'a été que d'un pouce & $\frac{2}{3}$ de ligne: En effet, la recolte des menus grains a été fort médiocre, & celle des fourrages encore davantage.

On a fait la même remarque, l'année 1719, qui a été une année des moins pluvieuſes, & dont la hauteur de la Pluye n'a été que de 9 pouc. 4 lign. Comme auſſi l'année 1723, qui eſt la plus ſeche qu'on ait obſervée depuis 40 ans, la hauteur de la Pluye n'ayant été que de 7 pouces 8 lignes. Dans la premiere de ces années, il n'a plu pendant ces trois mois qu'un pouce, & dans l'autre 1 pouce 1 ligne, ce qui approche de cette année où il n'eſt tombé qu'un pouce $\frac{2}{3}$ de ligne.

Obſervations ſur le Thermometre.

L'Hiver n'a pas été fort rude, mais le froid a duré longtems. La liqueur du Thermometre qui eſt toujours le même dont on s'eſt ſervi depuis 60 ans, n'eſt deſcendue qu'à 21^d le 25 de Janvier; elle a été à 22^d le 5 & le 6 de Février, par un vent de Nord-Eſt.

L'Eté a été fort long, & la chaleur fort grande, elle a fait monter la liqueur du même

me Thermometre à 71^{d} le 6 Juillet au lever du Soleil, mais à 3^{h} après midi, elle n'étoit montée qu'à 74^{d}, au-lieu que les 10 & 11 Août, où l'on avoit obſervé le matin la liqueur à 71^{d}, elle monta à 82^{d} à 3^{h} après midi, qui eſt une marque des plus grandes chaleurs qu'il faſſe dans ce Climat. Ce même jour, la liqueur du nouveau Thermometre de M. de Reaumur, qui, aux Caves de l'Obſervatoire, ſe ſoutient à 10^{d} $\frac{1}{4}$ au deſſous de la congélation de l'eau, & que nous continuons d'obſerver tous les jours, depuis le 12 Février, étoit à 22^{d} le matin, & à 29^{d} $\frac{1}{2}$ à 3^{h} après midi.

Sur le Barometre.

Le Barometre a marqué la moindre élevation du Mercure, à 27 pouc. 1 ligne le 9 Février; il a été à 27 pouc. 3 lign. le 7, le 8, & le 10 du même mois, par un tems couvert, & par un vent de Nord-Oueſt. La plus grande élevation du Mercure a été à 28 pouc. 4 lign. les 10, 11, 12 & 13 de Juin, par un tems ſerein, & un vent de Nord-Eſt, & généralement il s'eſt ſoutenu à une grande hauteur pendant tout l'Eté.

On a joui pendant la plus grande partie de cette année d'un Ciel fort ſerein, dont il n'y a point d'exemple depuis un grand nombre d'années.

La Riviere de Seine a été extrêmement baſſe, & n'a commencé à augmenter que vers le commencement de Novembre.

Sur la Déclinaiſon de l'Aiman.

Le 5 Décembre 1731, nous avons obſervé avec une Aiguille de 4 pouc. la déclinaiſon de l'Aiman de 14° 45' au Nord-Oueſt.

MESSIEURS DE LA SOCIETÉ Royale des Sciences, établie à Montpellier, ont envoyé à l'Académie l'Ouvrage qui ſuit, pour entretenir l'union intime qui doit être entre elles, comme ne faiſant qu'un ſeul Corps, aux termes des Statuts accordés par le Roi au mois de Fevrier 1706.

OBSERVATION

D'un Abſcès intérieur de la Poitrine, accompagné des ſymptomes de la Phtiſie, & d'un déplacement notable de l'Epine du Dos & des Epaules; le tout terminé heureuſement par l'évacuation naturelle de l'Abſcès par le Fondement.

Par M. CHICOYNEAU le Pere *.

MADEMOISELLE DE SERIGNAN, fille de M. le Marquis de Sérignan, de Bé-

* A préſent Premier-Médecin du Roi.

Béziers, âgée d'environ neuf ans, d'une conſtitution ſeche, maigre & fort vive, d'un caractere d'eſprit doux & jovial, parut il y a près de quatre mois avoir les épaules, & ſurtout la gauche, plus relevées qu'à l'ordinaire, & le tronc du corps un peu plus penché que de coutume ſur le côté droit, ce qui donna lieu à Madame de Serre ſa grand-mere de me faire appeller pour l'examiner, & voir s'il ne ſeroit pas poſſible de prévenir le progrès du déplacement des parties mentionnées. M'étant donc rendu chez elle, & ayant fait dépouiller cette jeune Demoiſelle, je remarquai d'abord, outre une maigreur générale, que le bord des omoplates du côté de l'épine étoit ſi relevé, qu'il laiſſoit entre elles & les côtes un eſpace vuide de deux à trois travers de doigt, & j'apperçus en même tems que l'épine du dos, au-lieu de former une ligne droite & perpendiculaire, s'étoit recourbée & écartée de ſa ſituation naturelle depuis la quatrieme vertèbre du dos juſqu'à celles des lombes, de façon qu'elle décrivoit comme une eſpece d'arc dont la convexité répondoit au côté gauche, & ſe manifeſtoit ſi ſenſiblement, un peu au-deſſous de l'angle inférieur de l'omoplate, qu'elle paroiſſoit éloignée de la perpendiculaire de plus de deux travers de doigt. Ce dérangement me donna lieu de faire de triſtes réflexions ſur les ſuites fâcheuſes qu'il pourroit avoir, ne croyant pas qu'il fût poſſible d'éviter que cette jeune Demoiſelle tombât dans le cas d'une difformité conſiderable, à laquelle l'Art ou la Nature ne pourroient

pas remédier; de plus, le danger de la preſſion des principaux organes de la reſpiration, qui eſt aſſez ſouvent occaſionnée par ces ſortes de déplacemens, étoit encore fort à craindre.

Cependant je ne laiſſai pas de raſſurer autant qu'il dépendit de moi, Madame de Serre & la petite malade, qui bien que dans l'âge d'innocence & de ſimplicité, a néanmoins beaucoup de pénétration, & raiſonne preſque avec la même juſteſſe, que ſi elle avoit atteint celui de maturité: ces conſiderations m'engagerent à diſſimuler ce que je penſois ſur l'état de la Demoiſelle, & je leur fis au contraire eſperer, qu'à meſure qu'elle croîtroit, & ſe fortifieroit, la Nature rétabliroit les parties dans une ſituation convenable, de même que nous le voyons arriver aſſez fréquemment aux enfans attaqués du Rachitis, ou qui (pour me ſervir des termes communément uſités) ſont noués, & que nous voyons pourtant ſe dénouer à meſure qu'ils avancent vers l'âge de puberté.

Ayant donc fini l'examen dont je viens de parler, & promis à Madame de Serre de preſcrire quelques remedes propres à prévenir le progrès du dérangement marqué, je me retirai, en penſant uniquement à mettre en uſage, dès que la ſaiſon le permettroit, quelques légers apéritifs entremêlés d'adouciſſans, & par intervalles quelque minoratif, s'agiſſant non ſeulement de réſoudre les obſtructions des Tuyaux capillaires, mais encore de remédier à la grande maigreur & ſechereſſe de notre jeune Demoiſelle.

Mais

Mais à peine quinze jours s'étoient écoulés depuis cette premiere viſite, que je fus rappellé par rapport à une attaque de fievre très vive qui avoit déja commencé par des friſſons, qui furent ſuivis d'une chaleur âcre, ſeche & ardente, avec des redoublemens ſur le ſoir, qui ſe ſoutenoient pendant la nuit, & finiſſoient vers le matin par de petites moiteurs ou ſuaillemens, enſorte qu'il n'y avoit aucun lieu de douter que ce ne fût une fievre aiguë continue, du genre de celles que nous appellons *putrides*, le dégoût, la mauvaiſe bouche, la croute blanchâtre de la langue, les maux d'eſtomac, & la tenſion, avec le gonflement du bas-ventre étant de la partie. Mais outre tous ces ſymptomes familiers à cette eſpece de fievre, notre jeune malade étoit auſſi affligée d'une douleur tenſive entre les deux épaules, d'une toux ſeche aſſez fréquente, & d'une petite difficulté de reſpirer, qui me firent comprendre que les poûmons ou la pleure étoient déjà menacés ou atteints d'une fluxion inflammatoire. Ces accidens m'obligerent, malgré la délicateſſe de la conſtitution & la débilité générale de la malade, de lui faire ouvrir la veine du bras, pour en tirer cinq à ſix onces de ſang; je pris enſuite le tems de la rémiſſion ou diminution fébrile pour évacuer la pourriture par le moyen de quelque minoratif, & je lui fis prendre pour la même fin, pendant quatre ou cinq matins conſécutifs, une once & demie chaque fois de Syrop de Chicorée compoſé avec vingt à trente grains de Rhubarbe, ſans oublier les injections émollientes

pour entretenir la liberté du ventre, & je lui donnai tous les ſoirs une petite potion ſomnifere, pour calmer la toux, les grandes agitations ou inquiétudes, & les inſomnies qui tourmentoient la malade. Par tous ces ſecours, de même que par l'uſage d'une légere teinture de Quinquina, & par un régime exact, je vis diminuer au bout d'une vingtaine de jours la force du mouvement fébrile, & la vivacité des redoublemens, de même que tous les autres accidens qui marquoient la pourriture que j'avois ſoupçonnée; mais la fréquence du pouls & les exacerbations ou accès précédés & entremêlés de petits friſſons ne laiſſant pas de ſubſiſter avec une chaleur âcre, ſeche & ardente, les quintes de toux qui étoient encore plus fréquentes, la difficulté de reſpirer, & la douleur tenſive de la poitrine me firent juger alors que la fievre aiguë s'étoit changée en fievre lente, que l'inflammation intérieure de la pleure ou des poûmons s'étoit terminée par la ſuppuration, & qu'en conſéquence le danger d'une funeſte phtiſie étoit abſolument inévitable. En effet, le moyen de ſe flatter que la nature d'ailleurs très affoiblie par la violence de la fievre aiguë qui avoit précédé, pût trouver aucune reſſource pour déterger ou nettoyer une ſuppuration, qui non ſeulement avoit été occaſionnée par ſa cauſe ordinaire, je veux dire par une inflammation précédente, mais encore qui paroiſſoit être fomentée par un déplacement des parties ſolides auquel il n'étoit pas poſſible de remédier? Je crus donc qu'il n'y avoit point d'autre

tre parti à prendre que celui de la cure palliative, c'eſt-à-dire, de donner à la malade du Lait pour toute nourriture, & ſur le ſoir le Baume tranquille, pour tempérer l'âcreté du pus, & de toute la maſſe des humeurs, & pour appaiſer les douleurs, les anxiétés, la toux & les inſomnies.

Il ſe paſſa environ huit à dix jours ſans que je viſſe aucun effet de ce régime, où que cette méthode procurât le moindre adoucissement, ſi ce n'eſt que les gouttes anodines données au nombre de dix à douze avec trois drachmes de Syrop de Pavot blanc, & une cuillerée d'Eau de fleur d'Orange ſur le ſoir, dans le tems que le redoublement & les grandes inquiétudes commençoient à ſe faire ſentir, donnoient du calme, & faiſoient paſſer la nuit tranquillement; mais pendant le cours de la journée, la fievre, la chaleur, l'ardeur, la toux & la ſechereſſe ſe ſoutenoient, & paroiſſoient augmenter plutôt que diminuer: ce qui jetta enfin cette jeune enfant, déja épuiſée par la violence du mal précédent, dans une ſi grande débilité, que le pouls étant devenu très petit, & fort inégal, j'appréhendai, & je crus même que la derniere fin n'étoit pas éloignée, enſorte que pour n'avoir rien à me reprocher, & ne laiſſer aux parens aucun regret, je demandai une conſultation. Mrs. Verney & Lazerme, célèbres Praticiens de cette Ville, furent incontinent appellés, & après l'examen de la malade, & après avoir ouï le rapport de tout ce qui avoit précédé, ils crurent, comme moi, non ſeulement qu'il n'y avoit plus rien à eſperer, mais

même qu'à peine pouvoit-on répondre de deux à trois jours de vie; les pulsations étoient si déprimées, si irrégulieres, & l'abbattement si universel, que les consultans frappés de cette triste situation, prononcerent en termes formels, qu'il étoit bien moins question de prescrire des remedes, que de consoler les parens de notre jeune malade. Dans ce triste état, la consultation se réduisit uniquement à conseiller quelques petits cordiaux, quelque cuillerée de jus ou de coulis de Perdrix, & à la place du lait, pour toute nourriture, un lait coupé & écrêmé, ou du petit-lait chalybé; mais les premieres cuillerées du coulis ayant provoqué une toux des plus violentes, & excité une chaleur encore plus ardente, & la petite Demoiselle ayant marqué ~~un rebut~~ invincible pour le petit-lait, il fallut la remettre à son ~~genre~~ de nourriture ordinaire, & abandonner les cordiaux, de façon que nous ne nous attendions plus qu'à voir dans peu les déplorables suites de notre funeste préfage. Mais les ressources de la Nature n'étoient pas encore épuisées: les gardes ordinaires de la malade s'apperçurent & nous rapporterent que dans l'espace de tems qui s'étoit écoulé depuis la visite du soir jusqu'à celle du matin, c'est-à-dire, de quatorze à quinze heures, la malade avoit rendu plusieurs fois, & avec assez d'abondance, par le fondement, une matiere blanchâtre liquide, & pourtant gluante, semblable à du pus, & que cette évacuation avoit été précédée, & étoit accompagnée de grandes épreintes, ou vives irritations à l'anus,

&

& à la partie inférieure du bas-ventre, ces douleurs étant par-fois ſi cruelles, qu'elles faiſoient pouſſer à cette enfant les hauts cris. Nous examinames nous-mêmes les linges ſur leſquels la matiere étoit répandue, nous reconnumes ſenſiblement que c'étoit du véritable pus, & que les taches qu'elle laiſſoit ſur ces linges étoient en certains endroits un peu rougeâtres, & comme ſanguinolentes.

Cette évacuation ſe ſoutint avec la même fréquence & la même abondance pendant pluſieurs jours conſécutifs; & comme nous obſervions que du premier jour qu'elle avoit paru, & encore plus à meſure qu'elle avançoit, la force & la véhémence de tous les ſymptomes diminuoient, mais ſur-tout que la fievre & l'abbattement n'étoient plus ſi conſiderables, nous commençames dès-lors à regarder cette évacuation comme critique, & à eſperer que notre jeune Demoiſelle pourroit ſe garantir par cette voye du danger qui la menaçoit.

Cependant cette matiere blanchâtre & purulente ayant continué de s'écouler copieuſement durant l'eſpace de dix à douze jours, tous les accidens diminuerent au point de faire comprendre que l'abſcès intérieur de la pleure qui en étoit ſans doute la ſource, s'étoit vuidé par cette voye. Quoique ce fait ait été regardé juſqu'ici comme problématique, & même par le plus grand nombre des Phyſiciens comme impoſſible; ſavoir, que le pus des abſcès formés & renfermés dans la poitrine puiſſe s'inſinuer dans les routes de la cir-

circulation, & s'échapper enſuite par les ſelles, ou par les urines; la vérité de cet évenement eſt pourtant ſi ſenſible dans le cas préſent, que je ne crois pas qu'il ſoit permis d'en douter, puiſqu'il eſt évident que la fievre lente, les redoublemens, la toux, la difficulté de reſpirer, l'ardeur, la maigreur, la ſechereſſe, & la débilité générale étoient cauſés & fomentés par un abſcès intérieur de la poitrine, & qu'à meſure que le pus de cet abſcès s'eſt évacué par le fondement, tous ces accidens ont diſparu, de façon que nous avons enfin eu la ſatisfaction de voir revenir la jeune malade dans ſon état naturel, bien que ç'ait été, pour ainſi dire, à pas de tortue, la fréquence du pouls, & certain degré de chaleur, & de ſechereſſe s'étant ſoutenus quelque tems après l'évacuation de l'abſcès, avec un peu de toux (qui néanmoins, à la difference de celle qui avoit précédé, étoit un peu humide.) La durée de ces ſymptomes ne laiſſa pas de nous tenir en ſuſpens, appréhendant que le pus de l'abſcès, pendant ſon ſéjour, n'eût donné lieu à quelque impreſſion ulcereuſe, dont le progrès n'étoit moderé que par l'efficacité de la diete blanche, & du Narcotique; juſqu'à ce que nous vîmes que la petite malade ſe tira du lit, dans lequel elle croupiſſoit depuis plus de cinquante jours, & qu'elle reprenoit de jour en jour de nouvelles forces, ce qui nous fit connoître que la crainte de l'ulcere étoit mal fondée, & qu'il ne s'agiſſoit plus que de quelque reliquat d'âcreté & de ſechereſſe, que la perſévérance dans l'uſage du lait pour toute nour-

nourriture, ne pouvoit manquer de corriger & de détruire.

Dès-lors, il ne nous reſta plus que le regret du déplacement des parties ſolides, & la juſte appréhenſion que ce déplacement venant à augmenter, ne cauſât bien-tôt une notable difformité, & peut-être auſſi dans les ſuites, quelque funeſte dépôt dans les parties intérieures eſſentielles à la vie, le changement de ſituation porté juſqu'à certain degré, pouvant cauſer une preſſion ſuffiſante à reproduire ce mauvais effet. Occupé de ces triſtes idées, je crus devoir examiner de nouveau, l'état des parties qui s'étoient écartées de leur place naturelle, pour reconnoitre ſi la force & la malignité des accidens que la malade avoit eſſuyés, ne l'auroient pas rendu encore plus vicieux, en pervertiſſant la nature, le mouvement, & la diſtribution des liquides, & en deſſechant, ou en ébranlant fortement les ſolides, la vivacité, l'ardeur, & la continuité de la fievre devant néceſſairement alterer les digeſtions, la circulation, & les dépurations de la maſſe des humeurs, diſſiper leurs particules ſpiritueuſes & balſamiques, & affoiblir enfin la vertu des reſſorts deſtinés à l'exercice de toutes les fonctions, & à conſerver ſur-tout l'arrangement naturel des parties. Convaincu, dis-je, par toutes ces réflexions, que le déplacement déja obſervé devoit avoir augmenté, & voulant m'en aſſurer auſſi par l'inſpection, ſurtout du point de dépravation où il pouvoit être parvenu, j'aurois aſſez de peine à vous exprimer, Meſſieurs, quelle fut ma ſurpriſe,

&

& celle des perſonnes préſentes à cet examen, qui étoient déja inſtruites de l'état des choſes, lorſque nous vimes que les parties, bien loin de s'être encore plus dérangées, l'étoient au contraire beaucoup moins ; les épaules, & ſur-tout la gauche, dont l'élevation étoit auparavant ſi conſiderable, paroiſſoient preſque entierement applatties, & comme collées à la ſurface extérieure des côtes, ne laiſſant quaſi plus de vuide ; & quant à l'épine du dos que nous avions vu, peu de tems avant la naiſſance de la maladie aiguë, ſi éloignée de ſa ligne de direction, formant comme une eſpece de S, elle s'étoit rapprochée de plus d'un travers de doigt de la place qu'elle doit naturellement occuper.

Un évenement ſi ineſperé m'obligea d'abord à réfléchir attentivement à ce qui en pouvoit être la cauſe ; de ſorte qu'après avoir examiné murement, & peſé toutes les circonſtances qui l'avoient précédé, il me parut que le déplacement des parties avoit été occaſionné par la même tumeur intérieure de la poitrine, dont l'inflammation, & enſuite la ſuppuration avoient excité les deux grandes maladies, qui avoient jetté notre jeune Demoiſelle dans un ſi grand danger. Cette tumeur s'étant, ſans doute, formée vers la partie poſtérieure de cette région, dans les vaiſſeaux & le tiſſu de la pleure, & portant, ou étant ſituée ſur les côtés de l'épine, avoit obligé par ſon accroiſſement, & en preſſant aſſiduement cette partie, de ſe déranger, ou s'écarter de

ſa

ſa ſituation naturelle; & pour ce qui concerne l'élevation des omoplates, elle doit être vraiſemblablement attribuée à ce que ces parties étoient preſſées par les côtes devenues plus convexes, & formant une eſpece d'angle aigu dans leur partie moyenne, en conſéquence d'une humidité ſurabondante, dont elles étoient imbibées, & qui obligeoit les deux extrémités de ces mêmes côtes à ſe raccourcir, & ſe replier, de façon qu'elles formoient dans leur milieu un angle ſaillant qui ſoulevoit les omoplates. Enfin la tumeur intérieure, dont nous avons parlé ci-deſſus, s'étant réſoute, & heureuſement évanouïe, & conſéquemment la preſſion des parties ne ſubſiſtant plus, ni la lymphe, & les humidités ſuperflues ne s'arrêtant plus dans les côtes voiſines, il ne falloit pas s'étonner qu'elles ſe fuſſent peu à peu remiſes, ou rétablies dans leur place ordinaire.

C'eſt, Meſſieurs, en peu de mots, l'explication, autant que j'en puis juger, la plus ſimple, & la plus vraiſemblable, d'un fait auſſi ſingulier, & que j'ai cru devoir adopter avec d'autant plus de fondement, que par l'unique ſuppoſition de la tumeur, ſituée à la partie intérieure & poſtérieure de la poitrine, qui a preſſé, en croiſſant, les parties contiguës, & qui ayant auſſi gêné le cours du ſang dans les vaiſſeaux de la pleure, a donné lieu à une inflammation conſiderable, qui s'eſt changée en abſcès, dont la matiere purulente s'eſt enfin heureuſement évacuée par le fondement; par cet-

cette unique, dis-je, & très ſimple ſuppoſition, il eſt aiſé de rendre raiſon de tous les faits, accidens & évenemens renfermés dans cette Obſervation, que j'ai jugé d'ailleurs pouvoir mériter l'attention de la Compagnie, par la ſingularité de deux principaux phénomenes; ſavoir, de l'évacuation critique du pus contenu dans un abſcès intérieur de la poitrine, par l'anus, évacuation qui garantit du danger éminent d'une phtiſie mortelle; & en ſecond lieu, d'un notable déplacement d'épine, des côtes & des omoplates, parfaitement corrigé, & reparé conſéquemment à la méme évacuation.

L'utilité que nous pouvons retirer dans l'exercice de la profeſſion, de la conſideration de ces deux évenemens fortunés, eſt très ſenſible; le premier faiſant voir que nous ne devons jamais deſeſperer, dans les cas des ſuppurations intérieures de la poitrine, quoique la voye de l'expectoration ſoit fermée, le pus pouvant être repompé par les vaiſſeaux capillaires, & s'inſinuer dans les routes de la circulation, d'où il peut être aiſément porté par le moyen de la ſéroſité du ſang aux glandes des inteſtins, s'y ſéparer & s'écouler enfin par la voye des ſelles, ou par celle des urines. Et le ſecond fait démontre auſſi, avec aſſez d'évidence, que le déplacement des os qui ne vient pas d'un vice héréditaire, & de leur mauvaiſe conformation naturelle, mais qui dépend uniquement d'une cauſe accidentelle ou extérieure, n'eſt pas incorrigible, & peut être réparé, quoiqu'il ſoit conſiderable, & que les os ſoient quaſi

quaſi parvenus à leur dernier degré de ſolidité, lorſqu'on eſt aſſez heureux pour que cette cauſe qui les a obligés à changer de ſituation puiſſe être détruite, ſoit par le ſecours de l'Art, ſoit par les forces de la Nature.

FIN.

VA1 15419 65

AVIS AU RELIEUR.

Le Relieur aura ſoin de conſerver le papier blanc qui eſt à côté des Figures, afin de les faire déborder hors du Livre.

AAN DEN BOEKBINDER.

De Boekbinder zy gewaarſchouwt het papier ter zyde de Figuuren niet af te ſnyden, maar zodaanig in te zetten, datze buiten het Boek uitſlaan.